머 리 말

위대한 령도자 **김정일**동지께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《청소년들에게 기초과학분야의 일반지식을 충분히 가르쳐 주어야 그들의 인식능력과 응용능력을 빨리 키울수 있으며 나라의 자연과학과 기술과학발전의 튼튼한 기초를 마련할수 있습니다.》

물리학은 중요한 기초과학인 동시에 자연현상에 대한 과학이다. 그러므로 물리학을 깊이있게 리해하자면 물리학의 기본원리에 대하여 하나하나 파고들어야 하며 무수한 자연현상들을 세심히 관찰하고 그 본질을 파악하는 능력을 키워야 한다. 그래야만 사물현상에 대한 물리적 사고방식을 체득할수 있으며 물리학에 대한 지식이 실천에서 어떻게 쓰이고있는가를 스스로 알아내고 보다 폭넓고 높은 수준에서 첨단기술에 기초한 새로운 리용방법을 찾아낼수 있다.

출판사에서는 최첨단을 향하여 자신있게 첫걸음을 내짚는 우리 새세대들의 머리속에 물리학의 기초지식을 보다 알기 쉽게 차곡차곡 쌓아주기 위하여 물리학전반에 대한 지식을 구체적으로 담은 이 책을 내보내게 된다.

책에서는 물리학의 기초원리들을 중학교교육과정안을 따라가면서 통속적으로 해설해주었으며 그에 기초하여 자연과 생활에서 흔히 찾아볼수 있는 물리적현상들에 대한 문제를 제시하고 정확한 해답을 주고 있다.

책은 모두 3권으로 되여있는데 1권에서는 력학과 분자물리학 및 류체력학의 내용을 취급하고있다.

누구든 천리길도 한걸음으로 시작된다는것을 명심하고 꾸준한 노력을 기울여 첨단에로의 과학의 디딤돌을 한돌기한돌기 착실히 쌓아나가기 바란다.

차 례

제1장 물리학은 어떤 과학인가? ……………………………………(6)

제2장 뉴톤 이전시기의 력학 ……………………………………(8)
제1절 아리스토텔레스의 물리학 ……………………………(8)
제2절 꼬뻬르니끄의 지동설 ……………………………………(9)
제3절 케플레르에 의한 행성운동법칙의 발견 ………………(10)
제4절 갈릴레이의연구……………………………………………(12)

제3장 뉴톤이 건설한 력학 ……………………………………(14)

제4장 길이, 시간, 질량의 개념 ……………………………(16)
제1절 물체의길이와거리 ………………………………………(16)
제2절 시간…………………………………………………………(19)
제3절 질량…………………………………………………………(20)

제5장 력학적운동 …………………………………………………(22)
제1절 력학적운동에대한개념 …………………………………(22)
제2절 질점의운동속도……………………………………………(24)
제3절 등속직선운동 ………………………………………………(25)
제4절 부등속직선운동 ……………………………………………(26)
제5절 등가속직선운동 ……………………………………………(28)
제6절 자유락하운동………………………………………………(29)
제7절 속도의 합성과 분해 ………………………………………(30)
제8절 곡선운동 ……………………………………………………(31)
제9절 등속원운동 …………………………………………………(33)
제10절 부등속원운동 ……………………………………………(35)
문제와 풀이 …………………………………………………………(36)

제6장 힘과 평형 …………………………………………………(52)
제1절 벡토르의 개념 ………………………………………………(52)
제2절 힘과 그의 표시방법 ………………………………………(53)
제3절 한점에 동시에 작용하는 힘들의
합성과분해, 힘의평형 ………………………………………(55)

제4절 한개 물체에 동시에 작용하는
힘들의 합성 ……………………………………(57)
제5절 힘모멘트 ……………………………………(60)
제6절 힘에는 어떤것들이 있는가 ……………………(61)
제7절 튐힘 ……………………………………(64)
제8절 장력과 맞선힘 ……………………………………(65)
제9절 마찰력과 저항 ……………………………………(66)
제10절 중력과 중력중심 ……………………………………(69)
제11절 단순한 기계들 ……………………………………(71)
문제와 풀이 ……………………………………(73)

제7장 운동법칙과 그 적용 ……………………………………(84)
제1절 관성, 뉴톤의 제1법칙 ……………………………………(84)
제2절 생활과 기술에서 관성현상의 리용 ……………………(87)
제3절 힘과 가속도사이의 관계 ……………………………………(88)
제4절 뉴톤의 제2법칙 ……………………………………(89)
제5절 뉴톤의 제3법칙 ……………………………………(91)
제6절 수평으로 던진 물체의 운동 ……………………………………(94)
제7절 각을 지어 던진 물체의 운동 ……………………………………(96)
제8절 관성힘 ……………………………………(99)
제9절 향심력과 원심력 ……………………………………(100)
제10절 원심현상 ……………………………………(103)
제11절 케플레르의 법칙 ……………………………………(105)
제12절 만유인력법칙 ……………………………………(107)
제13절 중력과 무게 ……………………………………(111)
제14절 인공지구위성 ……………………………………(112)
제15절 접촉힘과 마찰력 ……………………………………(114)
문제와 풀이 ……………………………………(117)

제8장 력학에서의 보존법칙 ……………………………………(130)
제1절 일과 그 단위 ……………………………………(130)
제2절 일능률 ……………………………………(131)
제3절 에네르기의 개념 ……………………………………(133)
제4절 물체의 운동에네르기 ……………………………………(134)
제5절 중력의 자리에네르기 ……………………………………(137)
제6절 튐성에네르기 ……………………………………(139)
제7절 자리에네르기와 물체의 비김상태
사이의 관계 ……………………………………(142)
제8절 력학적에네르기보존의 법칙 ……………………………………(144)

제9절　운동량과 힘덩이 ……………………………………………(147)
제10절 운동량보존의 법칙 ……………………………………(151)
제11절 튐성충돌…………………………………………………(153)
제12절 비튐성충돌………………………………………………(156)
문제와 풀이 ……………………………………………………(157)

제9장 기체의 성질 ……………………………………………(182)
제1절　리상기체의 상태와 상태량 …………………………(182)
제2절　온도의 개념과 온도의 측정 ………………………(184)
제3절　기체법칙 ………………………………………………(185)
제4절　리상기체의상태방정식…………………………………(190)
제5절　열의 본질에 대한 견해의 발전 ……………………(191)
제6절　기체분자운동론의 기본내용 …………………………(195)
문제와 풀이 ……………………………………………………(197)

제10장 액체와 고체의 성질 …………………………………(203)
제1절　원자와 분자 …………………………………………(203)
제2절　고체의 구조와 고체에서 분자들의 열운동…………(205)
제3절　액체의 구조와 액체에서 분자들의 열운동 …………(206)
제4절　열에 의한 고체의 팽창 ……………………………(208)
제5절　액체의 열팽창 ………………………………………(210)
제6절　액체의 걸면장력 ……………………………………(212)
제7절　적심현상과 실관현상 ………………………………(213)
제8절　삼투현상 ………………………………………………(215)
문제와 풀이 ……………………………………………………(215)

제11장 열과 일 ………………………………………………(226)
제1절　열량과 비열 …………………………………………(226)
제2절　열전달 …………………………………………………(228)
제3절　열과 일의 등가성 ……………………………………(231)
제4절　내부에네르기 …………………………………………(232)
제5절　열력학제1법칙 …………………………………………(233)
문제와 풀이 ……………………………………………………(236)

제12장 물질의 상태변화 ……………………………………(239)
제1절　녹음과 응고 …………………………………………(239)
제2절　증발과 응결 …………………………………………(242)
제3절　포화증기와 습도 ……………………………………(244)
제4절　끓음 ……………………………………………………(246)

제5절 기체의 액화 ……………………………………………(248)
제6절 3중점 ……………………………………………(250)
제7절 고체의 모습변화 ……………………………………………(252)
문제와 풀이 ……………………………………………(255)

제13장 열기관 ……………………………………………(262)
제1절 열력학제2법칙 ……………………………………………(262)
제2절 열기관에 대한 개념 ……………………………………………(263)
제3절 증기기관 ……………………………………………(265)
제4절 내연기관 ……………………………………………(266)
제5절 반작용기관 ……………………………………………(268)
문제와 풀이 ……………………………………………(271)

제14장 액체와 기체의 압력 ……………………………………………(273)
제1절 액체와 기체에서의 압력전달 ……………………………………………(273)
제2절 그릇에 대한 액체의 압력 ……………………………………………(275)
제3절 물속에서의 압력 ……………………………………………(278)
제4절 련통관 ……………………………………………(280)
제5절 뜰힘 ……………………………………………(281)
제6절 대기압 ……………………………………………(284)
제7절 대기압을 리용한 간단한 장치들 ……………………………………………(287)
문제와 풀이 ……………………………………………(288)

제15장 액체와 기체의 흐름 ……………………………………………(293)
제1절 신기한 현상들 ……………………………………………(293)
제2절 층흐름과 막흐름 ……………………………………………(294)
제3절 관속에서 물의 흐름 ……………………………………………(296)
제4절 왜 류체가 빨리 흐르는 곳일수록
압력이 작은가 ……………………………………………(298)
제5절 흐름의 련속방정식 ……………………………………………(299)
제6절 베르누이정리 ……………………………………………(300)
제7절 베르누이효과의 실례 ……………………………………………(304)
문제와 풀이 ……………………………………………(307)

제1장 물리학은 어떤 과학인가?

물리학은 중요한 기초과학이다. 물리학에서는 자연의 다양하고 복잡한 물질운동가운데서 가장 기초적이고 보편적인 운동에 대하여 연구한다. 때문에 물리학은 화학, 생물학을 비롯한 다른 자연과학분야들과 기계공학, 전자공학을 비롯한 기술공학의 기초로 된다.

물리학은 물질운동의 가장 근본적인 기초적원리와 법칙을 연구한다는 점에서 특별히 중요한 자리를 차지하는것으로 하여 다른 자연과학들의 기초로 된다.

또한 물리학에서 얻은 원리들과 법칙들은 새로운 기구나 기계를 만드는데서 기초로 되기때문에 물리학은 기술공학의 기초로 된다.

그러므로 물리학을 비롯한 자연기초과학들을 발전시키는것은 자연과학과 기술공학을 전반적으로 빨리 발전시키기 위한 필수적요구로 된다.

물리학은 무엇보다먼저 실험과학이다. 이것은 물리학에서는 모든 결과를 실험에서 얻고 실험에서 검증한다는것을 의미한다.

자연은 인간의 의사와 관계없이 객관적으로 존재하며 객관적인 법칙에 따라 변화발전한다. 인간이 살아나가자면 자연을 철저히 자연의 법칙에 맞게 리용해야 한다. 바로 자연의 법칙을 연구하는것이 자연과학이며 자연의 법칙들가운데서 가장 기초적이며 보편적인 법칙들을 연구하는것이 물리학이다.

자연의 법칙은 수많은 자연현상들을 깊이 연구한 결과에만 알아낼수 있다. 이것은 자연현상을 연구하는데서 관찰이 매우 중요하다는것을 말해준다. 그러나 자연현상들을 나타나는 그대로 연구해서는 결코 법칙을 알아낼수 없다. 그것은 어떤 현상이든지 여러가지 요인에 관계되기때문이다.

매개 요인이 어떤 작용을 하는가 하는것을 알자면 사람이 의도적으로 요인을 변화시키면서 현상을 연구할수 있어야 한다. 이와 같이 현상에 영향을 주는 여러가지 요인들을 마음대로 변화시키면서 매개 요인이 현상에 미치는 영향을 알아내는것이 실험이다.

물리학이 실험과학으로 되기 시작한것은 16세기～17세기에 살며 활동한 이딸리아물리학자 갈릴레이때부터이다. 물리학이라는 술어는 고대그리스철학자 아리스토텔레스가 내놓았다. 그는 자연현상들을 관찰

하고 그에 기초하여 자연에 대한 자기의 견해를 세웠다. 그러나 조건을 의도적으로 변화시키면서 그에 따라 현상이 어떻게 변하는가 하는것을 연구할 생각은 하지 못하였다. 즉 그는 자연현상을 나타나는 그대로 관찰하는것으로 그쳤으며 실험이라는것을 전혀 생각조차 하지 못하였다. 그때로부터 거의 2 000년이 지나서 갈릴레이가 처음으로 실험이 중요하다는것을 인식하고 실험을 널리 진행하였으며 이때부터 비로소 물리학이 실험과학으로 되기 시작하였다.

그러나 실험은 반드시 일정한 타산이 있어야 할수 있고 또 실험결과를 깊이 분석해야 필요한 결론을 얻어낼수 있다. 실험을 설계하거나 실험결과를 분석하자면 리론적연구가 반드시 필요하다. 그러므로 물리학에서는 리론이 매우 중요하다.

물리학에서 리론이 중요하다는것을 처음으로 명백히 인식하고 또 리론적연구를 당시로서는 높은 수준에서 한 사람도 역시 갈릴레이였다. 그것은 그가 수학에 대하여 깊은 지식을 가지고있었던것과 관련되여 있다.

물리학의 법칙들은 측정하는 물리적량들사이의 량적관계로 표시되는것만큼 물리학의 법칙을 정식화하자면 반드시 수학적지식이 필요하다. 당시 갈릴레이가 적용한 수학적방법은 지금의 중학교학생들도 얼마든지 리해할수 있는것이였다.

물리학에서 쓰는 수학의 수준을 한계단 높이 올려세운 물리학자는 영국물리학자 아이저크 뉴톤이였다.

19세기말까지는 한사람이 실험도 하고 그에 대한 리론적분석도 하는것이 일반적현상으로 되고있었다.

20세기부터는 대체로 실험을 전문으로 하는 실험물리학자와 리론연구를 전문으로 하는 리론물리학자로 갈라지게 되였다.

콤퓨터가 널리 쓰이기 시작하면서 1960년대부터 계산물리학이라는 용어가 나타나기 시작하였으며 그것이 지금은 물리학의 중요한 부분을 이루고있다. 시간이 지날수록 계산물리학의 중요성은 더욱더 커진다.

과학과 기술이 고도로 발전된 지금에 와서는 어떤 문제를 풀자면 한두가지 과학분야의 지식만으로는 안되며 여러가지 과학분야의 지식을 알아야 하는 경우가 많다. 이로부터 여러 분야의 지식을 망라하는 경계과학분야들이 많이 태여나고있다. 물리학과 관련되여있는 경계과학분야들로서는 화학물리, 생물리학, 의학물리를 비롯하여 여러가지가 있다. 앞으로 새로운 경계과학분야들이 계속 생겨날것이다.

제2장 뉴톤 이전시기의 력학

뉴톤에 의하여 력학은 그 이전과는 대비조차 할수 없는 높은 수준에 올라섰다. 뉴톤은 선행학자들이 이룩한 성과에 기초하여 력학을 새롭게 건설하였다. 그러므로 뉴톤이 내놓은 리론을 깊이 파악하자고 하여도 뉴톤 이전시기의 력학에 대하여 알고있어야 한다.

이 장에서는 뉴톤이전시기 력학분야에서 이룩된 성과에 대하여 설명하겠다.

제1절 아리스토텔레스의 물리학

B. C. 4세기에 살며 활동한 고대그리스철학자 아리스토텔레스는 과학발전력사에서 특출한 자리를 차지하고있다. 그는 당시까지 알려진 사실들과 자기자신의 관찰에 기초하여 과학의 거의 모든 분야에 대하여 자기의 견해를 책에 발표하였다.

특히 그는 사람의 사고방식을 연구하는 과학인 론리학을 창시하여 과학에서 론리적사고를 널리 적용할수 있게 하였다. 그가 창시한 론리학의 적지 않은 내용은 지금까지도 리용되고있다.

생물학에 대한 관찰은 어찌나 빈틈이 없었던지 그후 2 000년동안 생물학자들은 그의 결과에 크게 보탠것이 없었다고 한다.

그러나 물리학과 관련된 아리스토텔레스의 견해에서는 자연현상을 나타나는 그대로 본것으로 하여 많은것이 틀렸는데 사람들은 그의 틀린 견해를 중세기까지 그대로 앵무새처럼 외웠다.

실례로 물체의 운동과 관련하여 그는 가벼운 물체는 우로 올라가며 무거운 물체는 아래로 떨어진다고 하였다. 그것은 아리스토텔레스가 지구를 우주의 중심으로 본것과 관련되여있다. 하늘은 하루에 한바퀴씩 우주의 중심인 지구둘레를 돌아간다고 보았다.

아리스토텔레스의 견해에서 중세기의 교회에 제일 마음에 든것이 바로 지구가 우주의 중심이라는 견해였다. 이것은 특별히 로마법왕의 마음에 들었다. 그리하여 중세기에 유럽에서는 아리스토텔레스의 견해가 신성한것으로 선포되였으며 그에 대하여 의심하거나 더우기 그것을 부정하는 사람은 종교를 반대하는 이단자의 루명을 쓰고 가혹한 형

벌을 받았다.
대학들에서는 아리스토텔레스가 한 말을 무턱대고 외울것을 강요하였으며 그와 다르게 말하는 사람은 교단에서 쫓겨날수밖에 없었다.
막강한 권력을 가진 교회가 아리스토텔레스의 《리론》을 신성불가침의것으로 선포하였기때문에 물리학은 한걸음도 앞으로 나아갈수 없었다.
물론 아리스토텔레스가 내놓은 몇가지 개념들은 그후 물리학의 발전에서 큰 역할을 놀았다. 실례로 힘에 대한 개념, 자연적인 운동과 강제적인 운동에 대한 개념은 물론 그 내용은 많이 달라졌지만 지금도 물리학에서 중요한 개념으로 되고있다.
중세기에 유럽에서 물리학의 발전은 주로 아리스토텔레스의 견해에 대한 비판을 통하여 힘겹게 이루어졌다.
고대에 물리학에 대한 연구에서 실천적문제와 관련하여 아르키메데스의 중요한 결과들이 알려져있었다.
B. C. 287년－B. C. 212년까지 산 고대그리스의 수학자, 력학자이며 천문학자인 아르키메데스는 실천에서 중요한 물리문제를 찾아내여 정력학과 류체력학분야에서 중요한 결과들을 얻었다. 그는 지레대의 법칙을 발견하였으며 경사면에서 물체의 운동을 연구하였다. 그는 중력중심, 무게의 개념을 받아들이고 뜰힘의 법칙을 발견하였으며 여러가지 력학장치들을 창안제작하였다. 이것은 그후의 력학발전에서 중요한 의의를 가지였다.

제2절 꼬뻬르니끄의 지동설

력학의 발전의 초기에 천체들 특히 행성들의 운동에 대한 연구가 중요한 역할을 놀았다. 그것은 천체들의 운동이 매우 규칙적이라는 사정과 관련된다. 여기서 특히 강조해야 할것은 뽈스까천문학자 미꼴라이 꼬뻬르니끄가 내놓은 지동설이다. 그가 지동설을 내놓기 전까지는 주로 천동설이 지배하고있었다. 천동설이라는것은 지구는 멎어있고 하늘(천구)이 하루에 한번씩 지구둘레를 돌아간다고 보는 견해이다.
꼬뻬르니끄는 오래동안 행성들의 운동을 관측하는 과정에 천동설이 옳지 않다는것을 알게 되였다. 그는 이미 알고있는 운동의 상대성에 기초하여 만일 하늘이 멎어있고 지구가 자기의 축주위로 하루에 한번씩 돌아간다면 지구에서 하늘을 볼 때에는 지구는 멎어있고 하늘이 하루에 한번씩 지구주위로 돌아가는것처럼 보일것이라고 생각하였다. 이로부터 지구는 태양계의 다른 행성들과 마찬가지로 태양주위로 원을 따라 돌아간다고 생각하였다. 다른 행성들도 역시 태양주위로 각이한

반경을 가지는 원을 따라 돌아간다고 생각하였다. 이렇게 가정하고 관측결과와 비교하였더니 아주 잘 맞는것이였다. 이로부터 꼬뻬르니끄는 태양이 멎어있고 지구가 태양주위로 돌아간다고 보는 지동설을 제기하였다.

지금은 행성들이 태양주위로 돌아가는 자리길은 원이 아니라 타원이라는것이 알려져있지만 당시에는 타원에 대하여 알지 못하고있었다. 더우기 꼬뻬르니끄의 관측정확도가 그다지 높지 못하였다. 그래서 그는 행성들의 자리길이 타원이라는것을 발견하지 못하였다.

꼬뻬르니끄는 자기가 매우 중요한 발견을 하였다는것과 그것을 발표하는것이 얼마나 위험한 일인가 하는것도 잘 알고있었다. 그래서 자기의 지동설을 발표할 생각을 하지 않고있었다. 그런데 그와 함께 천체관측을 진행한 도이췰란드의사이며 수학자이며 천문학자인 게오르그 레티크가 꼬뻬르니끄에게 책을 써서 공개할것을 권고하였으며 책을 찍는것을 자기가 맡아서 하겠다고 하였다.

지동설을 공개적으로 주장하면 탄압이 가해지리라는것을 고려하여 력서를 만드는 방법을 서술하는 형식으로 책을 썼다. 그래서 책이 출판된 후 오래동안 그것이 지동설에 기초하고있다는것을 간파하지 못하고있었다. 책은 꼬뻬르니끄가 사망하던 날에 출판되였다. 상당한 시간이 지나서야 그것이 지동설에 기초하고있다는것을 알게 된 교회에서는 책을 모조리 회수하여 불태워버렸다. 그러나 레티크가 꼬뻬르니끄의 원고를 건사하고있었기때문에 꼬뻬르니끄의 리론은 점차 유럽에 알려지게 되였다.

제3절 케플레르에 의한 행성운동 법칙의 발견

행성운동에 대한 연구에서 단마르크천문학자 튀코 브라헤(1546년－1601년)의 관측이 중요한 의의를 가지였다. 그는 매일밤 1 000개의 별들의 자리를 측정하여 기록해놓았는데 그러한 관측을 20년동안 하루도 빠짐없이 하였다고 한다. 그의 관측정확도는 대단히 높았다.

그러나 브라헤는 관측하는것으로 그치고 그것을 분석하지 못하였다. 이에 대하여 알고있던 요한 케플레르는 브라헤의 초청을 받고 그를 찾아가서 1600년에 브라헤의 조수로 되였다. 그 이듬해에 브라헤가 병으로 사망하자 케플레르는 브라헤의 관측결과를 분석하면서 동시에 천체관측을 계속하였다.

케플레르는 먼저 화성의 자리길을 구하는 일부터 시작하였다. 그는

몇해동안의 지루한 계산끝에 화성의 자리길을 구하는데 성공하였다. 그는 화성의 자리길을 원으로 보고 원의 반경과 회전주기를 구하였다. 그런데 계산결과를 관측결과와 비교하는 과정에 약간 차이난다는것을 발견하였다. 케플레르는 브라헤가 얼마나 높은 정확도로 화성이 내다보이는 각을 측정하였는가 하는것을 잘 알고있었으므로 계산값과 관측결과사이에 차이가 있는것은 계산에서 무엇인가 틀렸다는것을 의미한다고 보았다.

그리하여 화성의 자리길이 원이 아니라 타원이라고 가정하고 다시 모든 계산을 하였다. 다행히도 1604년에 케플레르는 타원의 방정식을 얻는 방법을 찾아내였다.

몇해동안의 계산끝에 끝내 그는 화성의 운동법칙을 알아내였다. 즉 화성은 태양을 한개 초점으로 하는 타원자리길을 따라 운동하며 같은 시간동안에 같은 면적을 그린다는것을 발견하였다.

그리고 화성의 주기와 화성이 그리는 타원의 긴 반경과 짧은 반경도 구하였다.

1609년에 케플레르는 행성운동과 관련한 케플레르의 제1법칙, 제2법칙을 담은 책을 세상에 내놓았다.

지금은 중요한 과학적발견을 잡지에 론문의 형태로 발표하고있지만 케플레르의 시기에는 그런것을 책으로 출판하거나 다른 학자들에게 편지로 알려주군 하였다.

계속하여 케플레르는 다른 행성들도 태양을 한 초점으로 가지는 타원을 따라 돌아간다고 보고 회전주기, 긴 반경, 짧은 반경을 구하는 일에 달라붙었다. 모든 계산을 손으로 해야 하고 지구에서 관측한 결과를 태양이 멎어있는 자리표계에로 옮겨야 하였으므로 계산시간은 대단히 오래 걸리였다.

게다가 케플레르는 계산을 여러번 되풀이하여 그것이 완전히 정확하다는것을 확인하군 하였으므로 또 9년이라는 세월이 흘렀다.

드디여 1619년에 케플레르는 행성운동과 관련한 케플레르의 제3법칙을 담은 책을 발표하였다.

행성운동법칙을 연구하는 과정에 케플레르는 태양으로부터 행성까지 그은 직선을 생각하고 널리 리용하였는데 그것을 지금은 동경벡토르라고 부른다. 그런즉 동경벡토르의 개념은 케플레르가 화성의 운동을 연구하는 과정에 처음으로 생각해낸것이다.

케플레르는 일생동안 가난에 쪼들리면서 어려운 생활을 하였다. 그러면서도 그는 강한 의지로 천체에 대한 연구를 계속하여 드디여 성공할수 있었다.

케플레르에 의하여 행성운동법칙이 발견된것은 참으로 인류사적의의를 가지는 큰 사변이였다. 그것은 인류력사에서 처음으로 정확한 행성운동법칙을 찾아내였다는데 그 의의가 있다. 나아가서 그것은 그후 뉴

톤이 물체의 운동법칙을 찾아내는데서 결정적역할을 놀았다.

그러면 왜 물체의 정확한 운동법칙이 우리가 사는 지구에서 발견되지 않고 먼저 천체의 운동에서 발견되였는가?

그것은 지구에서 일어나는 물체의 운동에는 지구중력, 마찰, 공기의 저항을 비롯한 여러가지 힘들이 영향을 주므로 운동이 복잡하게 일어나지만 행성들은 태양이 주는 만유인력만 받으면서 운동하기때문에 운동이 아주 단순하다는데 그 원인이 있다고 볼수 있다.

제4절 갈릴레이의 연구

물리학이 현대적면모를 갖추는데서 갈릴레이는 특출한 자리를 차지한다. 그는 력학에서 상대성원리와 관성의 법칙을 발견하였다.

갈릴레이는 물체의 자유락하법칙을 발견하였는데 이것은 지구에서 처음으로 얻은 물체의 정확한 운동법칙이였다. 그는 또한 력학의 중요한 개념들인 등속직선운동과 등가속직선운동의 개념을 정식화하고 그것을 정량적으로 표시하는 방법도 제기하였다. 그리고 천체들에 대한 관측을 통하여 천체들이 신비한 존재라고 생각하던 종전의 견해의 부당성을 보여줌으로써 천체연구에 처음으로 과학적사고방식, 유물론적사고방식을 확립하였다.

갈릴레이는 꼬뻬르니끄의 지동설이 옳다는것을 밝히는데 온 생애를 바쳤다고 말할수 있을 정도로 지동설을 깊이 연구하고 그 정당성을 여러 각도에서 론증하였다.

그가 살던 시기에 지동설을 공개적으로 지지해나선다는것은 죽음을 각오하지 않고서는 엄두를 낼수 없는 일이였다. 그러나 갈릴레이는 깊은 사색과 수많은 실험 및 천체들에 대한 관측에 기초하여 누구도 부인할수 없게 지동설의 정당성을 론증하였다. 그러므로 바로 갈릴레이에 의하여 지동설이 확고하게 인정받게 되였다고 말할수 있다.

갈릴레이의 가장 큰 업적은 과학연구방법론을 새롭게 세운것이다. 그는 처음으로 자연현상을 연구하는데서 실험이 중요하며 필수적이라는것을 보여주었으며 수많은 실험을 통하여 능숙한 실험가의 솜씨를 보여주었다.

그는 여기에 머무른것이 아니라 추상적인 론리적사유를 능숙하게 적용함으로써 관찰로부터 결론을 어떻게 이끌어내는가 하는것을 보여주었다. 이것은 갈릴레이가 자연에 대한 연구에서 리론의 중요성을 인식하고있었으며 리론적연구를 널리 적용하였다는것을 의미한다.

이 측면에서는 갈릴레이와 케플레르가 서로 다른 길을 택하였다고 말할수 있다.

케플레르는 관측자료를 거의 20년동안 분석한데 기초하여 행성운동의 법칙을 발견하였다.

이와 달리 갈릴레이가 물체의 자유락하법칙을 발견한 과정을 보면 먼저 그것이 등가속운동이라고 가정하고 그로부터 나오는 결론을 연구하였으며 그 다음에 그 결론을 실험에서 검증하였다.

갈릴레이가 관성의 법칙을 발견한 과정을 보아도 순수한 형태에서 관성의 법칙을 관측하기는 어렵다. 그러므로 갈릴레이는 마찰이 없는 리상적인 경우를 생각하고 그것을 연구하는 방법으로 관성의 법칙이 옳다는것을 증명하였다. 이 과정에 그는 추상적으로 생각하는 훌륭한 모범을 보여주었다.

천문학분야에서 갈릴레이는 태양에 흑점이 있다는것과 달겉면이 울퉁불퉁하다는것을 발견하였으며 다른 행성들에도 달과 같은 위성이 있다는것을 발견하였다. 이것은 천체들을 신비한 존재로 보던 견해의 비과학성을 발가놓은 중요한 발견이였다.

그것은 우주에 있는 다른 천체들도 지구에 있는것과 같은 물질로 이루어졌다는것을 보여준것으로서 이 세상에 있는 모든것을 인식할수 있다는 신심을 주었다.

관성의 법칙은 갈릴레이가 발견한것으로 알려져있다. 갈릴레이는 지구가 둥글다는데로부터 관성에 의한 운동은 원운동이라고 생각하였다.

물체가 관성에 의하여 운동할 때 등속직선운동을 하거나 또는 멎어있어야 한다는것은 프랑스수학자 레네 데까르뜨(1596년－1650년)가 처음으로 지적하였다.

데까르뜨는 직교자리표계의 개념을 처음으로 받아들임으로써 벡토르와 관련된 계산을 매우 쉽게 할수 있게 하였다.

뉴톤은 자기가 거인들의 어깨우에 올라섰기때문에 다른 사람들보다 더 멀리 내다볼수 있었다고 말하였는데 그가 념두에 둔 거인들이란 케플레르와 갈릴레이였을것이다.

제3장 뉴톤이 건설한 력학

적지 않은 사람들이 뉴톤이라고 하면 고전력학을 창시한 물리학자라고만 생각하고있는데 이것은 정확한 생각이 아니다. 뉴톤은 20대 초기의 젊은 나이에 수학에서 미적분학을 발견하였으며 물리학에서는 만유인력법칙과 자연빛의 스펙트르를 얻었다.

미분과 적분을 발견한것은 수학을 새로운 단계에로 올려세운 획기적인 사변이였다.

광학에서 뉴톤은 빛의 스펙트르를 얻는것으로 그치지 않고 많은 연구를 진행하였으며 바로 뉴톤의 연구결과에 의해 광학이 물리학의 한개 분야로 될수 있었다. 뉴톤고리, 뉴톤의 반사망원경 등은 잘 알려져있다.

그러나 뉴톤의 과학적업적에서 가장 큰것은 두말할것없이 고전력학을 건설한것이다. 뉴톤은 고전력학을 엄밀한 정량과학으로 정립함으로써 고전력학뿐아니라 물리학전반을 그전과는 대비조차 할수 없는 높은 수준에 올려세웠다.

뉴톤이 창조한 사고방식은 1860년대에 막스웰이 전자기마당리론을 내놓을 때까지 거의 200년동안 물리학자들의 사고방식을 규정하였다.

뉴톤자신은 력학분야에서 자기가 얻은 결과를 책으로 쓸 생각을 하지 않고있었는데 유명한 핼리혜성의 발견자인 천문학자 핼리의 권고를 받고 40살이 지난 나이에 책을 쓰게 되였다. 그것이 유명한 《자연철학의 수학적원리》인데 그 책은 당시의 습관에 따라 라틴어로 서술되였다. 이 책은 3권으로 되여있는데 핼리가 자금문제를 해결해주어 1687년에 출판되였다. 제1권에서는 인력리론과 중심힘을 받는 물체의 운동을 취급하였고 제2권에서는 매질의 저항을 받는 물체의 운동을 취급하였다. 이것은 오늘날 련속매질력학이라고 부르는 분야에 속한다. 제3권에서는 만유인력법칙에 기초하여 천체들의 운동을 취급하였다. 이 책은 리해하기 어려운 기하학적방법으로 서술되였다고 한다.

그후 18세기에 오일레르가 일반사람들이 리해할수 있게 뉴톤리론을 서술하였으며 그때부터 고전력학이 빠른 속도로 발전하게 되였다.

책의 제1권에서 뉴톤은 먼저 질량, 운동량, 힘의 개념을 정의형태로 주었다. 물질의 질량은 밀도에 체적을 곱한 량으로 정의하였으며 운동량은 운동을 재는 량으로서 질량에 속도를 곱한 량으로 정의하였다. 물체에 가해진 힘은 물체의 정지상태 또는 등속직선운동상태를 변화시키는 작용으로 정의하였다. 이러한 정의에 기초하여 뉴톤은 운동법칙

을 공리의 형태로 주었다.

제1법칙 어떤 물체든지 그것에 가해진 힘에 의하여 상태가 변하도록 하지 않는 한 정지 또는 등속직선운동상태를 계속 유지한다.

제2법칙 운동량의 변화속도는 물체에 가해진 힘에 비례하며 그 힘이 작용하는 직선의 방향으로 일어난다.

제3법칙 작용에는 언제나 크기가 같고 방향이 반대인 반작용이 있다. 달리 말하면 두 물체의 호상작용은 크기가 같고 반대방향으로 향한다.

뉴톤은 이 법칙들을 공리형태로 미리 주고 그에 기초하여 리론을 세웠다. 이것은 그가 유클리드의 책 《기하학원본》의 본을 땄기때문이다.

력학분야에서 뉴톤이 이룩한 가장 중요한 발견은 만유인력의 법칙을 발견한것이였다.

《행성들이 어떤 자리길에 따라 운동하는가?》하는 문제에 대한 대답은 케플레르가 찾아내였다. 뉴톤시기에 이르러서는 《왜 행성들이 늘 자기 자리길을 따라 운동하는가?》하는 문제가 제기되고있었다.

이미 갈릴레이가 관성의 법칙을 발견한 조건에서 행성들이 곡선운동을 한다는것은 행성에 태양쪽으로 향하는 힘이 작용 한다는것을 의미하였다. 문제는 그 힘이 어떤 법칙에 따르는가 하는것을 알아내는데 있었다.

뉴톤의 시기에 그 힘이 태양으로부터 행성까지의 거리의 두제곱에 반비례할것이라는것을 여러 학자들이 짐작하였다. 그러나 그것을 수학적으로 증명할수 있는 사람은 뉴톤뿐이였다. 뉴톤이 이 만유인력의 법칙을 발견한것은 이 시기에 뉴톤이 누구보다도 수학을 깊이 알고있었던것과 관련되여있다.

만유인력법칙에서 뉴톤은 그 힘이 두 물체사이의 거리의 두제곱에 반비례한다는것을 밝혔을뿐아니라 매개 물체의 질량의 적에 비례한다는것도 새롭게 밝혀냈다.

이에 기초하여 뉴톤은 케플레르가 발견한 행성운동의 법칙들을 만유인력에 대한 공식 하나를 리용하여 설명하는데 성공하였다. 나아가서 뉴톤은 혜성의 자리길을 계산하였으며 지구의 모양에 대한 리론, 밀물과 썰물에 대한 리론을 세웠다. 지구의 세차운동에 대한 리론도 세웠으며 그 리론에 의하여 지구자전축이 26 000년을 주기로 하여 매우 천천히 세차운동을 한다는 결과를 얻었는데 이것은 관측결과와 잘 맞는다.

제4장 길이, 시간, 질량의 개념

력학에서는 물체의 모양이 변하거나 물체가 놓여있는 자리가 시간에 따라 변하는것을 연구한다. 그러자면 무엇보다먼저 어떤 점까지의 거리 또는 물체의 길이를 재는 방법과 시간의 흐름을 어떻게 재겠는가 하는것을 알아야 한다. 이와 함께 물질의 량을 재는 방법도 알아야 하는데 력학에서는 질량에 의하여 물질의 량을 알아낸다. 이 장에서는 거리와 길이, 시간의 흐름, 물체의 질량을 어떤 방법으로 재는가 하는것을 이야기한다.

제1절 물체의 길이와 거리

물체의 길이를 어떻게 재겠는가 하고 물으면 누구든지 자를 생각할것이다. 즉 자를 물체에 가져다대고 물체의 두 끝점에 있는 자의 눈금을 본 다음 그것들의 차를 취하면 그것이 물체의 길이로 된다. 길이의 기본단위는 1m인데 그것은 빠리에 있는 국제도량형국에 보관되여있는 메터원기에 새겨져있는 눈금을 보고 알수 있다. 매개 나라에 메터원기와 꼭같은 길이를 가지는 2차원기들이 있다. 모든 물체의 길이는 온도에 따라 변하므로 메터원기나 2차원기는 언제나 같은 온도에 있도록 해야 한다.

물체의 길이가운데는 1m보다 훨씬 작은것도 있고 1m보다 훨씬 큰것도 있으므로 여러가지 유도단위들을 리용하기도 한다. 그러면 물체까지의 거리를 어떻게 재는가? 사람이나 동물에게 눈이 두개인것은 물체까지의 거리를 판단하기 위해서이다. 두손에 연필을 하나씩 쥐고 한쪽눈을 감은 다음 두손을 천천히 가까이 가져가면서 두 연필의 끝이 마주치게 해보면 그것이 얼마나 어려운가 하는것을 알수 있을것이다. 반대로 두눈을 뜨고 같은 실험을 해보면 아주 쉽다. 그것은 두눈을 다 떴을 때에는 물체까지의 거리를 쉽게 판단할수 있기때문이다. 이것을 그림 4－1에서 보기로 하자. 그림에

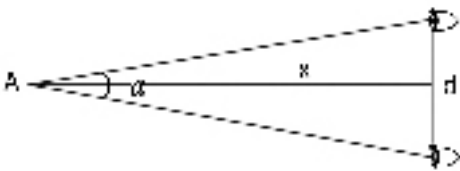



그림 4-1. 왜 눈이 두개인가

서 d는 두눈의 눈동자들사이의 거리이고 α는 눈으로부터 x만한 거리에 있는 점 A를 두눈에서 보는 방향들사이의 각이다. 이때 x는 d와 α를 통하여 다음과 같이 표시된다.

$$x = \frac{d}{2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} \qquad (1-1)$$

이로부터 알수 있는것처럼 물체까지의 거리 x가 클수록 각 α가 작다. 먼곳에 있는 물체까지의 거리를 판단하는것은 바로 이 공식에 기초하고있다. 지구로부터 비교적 가까이 있는 행성까지의 거리를 재는것도 같은 원리에 기초하고있다. 실례로 화성까지의 거리를 재는 방법의 원리를 그림 4－2에 보여주었다. 이때에는 γ가 앞에서 본 α와 같은 역할을 놀며 지구의 직경 d가 그림 4－1에서의 d와 같은 역할을 논다. 너무 먼곳에 있어서 움직이지 않는다고 볼수 있는 별까지의 방향을 그림에서 평행인 두 직선으로 표시하였다. 이때 A에서 화성을 보는 방향의 각을 α라고 하고 B에서 화성을 보는 방향의 각을 β라고 하면 $\gamma=\alpha+\beta$이다. 그러므로 다음과 같이 쓸수 있다.

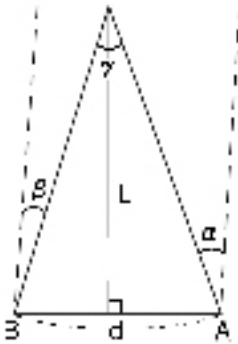



그림 4－2. 화성까지의 거리를 재는 원리

$$L = \frac{d}{2 \cdot \sin \frac{\gamma}{2}}$$

여기서 L은 지구로부터 화성까지의 거리이다. 태양계로부터 먼곳에 있는 별까지의 거리도 같은 원리에 기초하여 측정할수 있다. 태양으로부터 가장 가까이 있는 항성까지의 거리는 4 l. y. 이다. 그리고 현재 인간이 내다볼수 있는 가장 먼 거리는 200억l. y. 정도이다. 4 l. y. 정도까지의 거리에 있는 별까지의 거리를 잴 때에는 태양주위로 지구가 돌아가는 직경 3억㎞가 앞에서 쓴 공식에서 d의 역할을 논다. 이때 α는 대단히 작으므로 그것을 매우 높은 정확도로 측정해야 한다. 태양까지의 거리는 이런 방법으로 잴수 없다. 그것은 태양이 너무 밝기때문에 낮에는 다른 별들을 볼수 없기때문이다. 그래서 지구에서 태양에 강력한 전자기파를 보낸 다음 그것이 되돌아올 때까지 걸린 시간을 측정하고 그에 기초하여 지구로부터 태양까지의 거리를 구한다. 달까지의 거리를 재는데는 레이자빛을 리용한다. 달겉면에 레이자빛의 전파방향을 180° 로 돌리는 반사거울을 가져다놓고 거기에 레이자빛을 보낸 다음 되돌아올 때까지 걸린 시간을 측정한다. 지구로부터 달까지의 거리는 384 400㎞인데 이 방법으로 그것을 15cm정도의 정확도로 측정하

였다. 이것은 상대오차가 4×10^{-10}으로서 대단히 높은 정확도이다. 레이자빛을 리용하면 지구에서도 거리를 높은 정확도로 잴수 있다. 실례로 두 산봉우리사이의 거리를 잴수 있다. 유라시아대륙과 아프리카대륙사이의 거리가 100년에 1cm정도씩 멀어지고있는데 이것도 레이자빛을 리용하여 높은 정확도로 측정하였다. 높은 산의 해발높이를 어떻게 알아내는가 하는 의문이 생길수 있는데 이것도 역시 거리에 대한 문제이다.

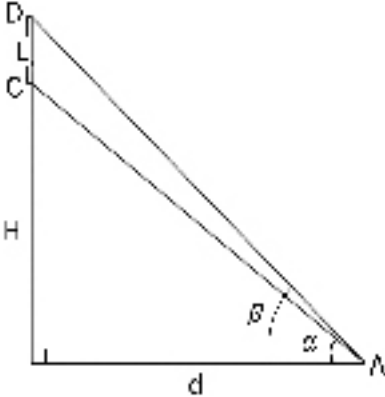



그림 4-3. 산의 높이를 재는 원리

산의 높이를 재는 원리를 그림 4-3에 보여주었다. 산꼭대기 C에 길이 L을 정확히 아는 막대기를 수직으로 세워놓고 A에서 C와 D가 보이는 각 α와 β를 측정한다. 그러면 다음과 같은 두개 방정식을 얻는다.

$$\frac{H}{d}=\tan\alpha,\qquad \frac{H+L}{d}=\tan\beta$$

이로부터 H는 다음과 같이 구할수 있다.

$$H=\frac{\tan\alpha}{\tan\beta-\tan\alpha}L$$

극히 작은 립자들의 크기를 어떻게 알아내는가? 실례로 분자의 크기를 대략적으로 구해보자. 물 1mol안에는 $N_A=6.023\times10^{23}$개 물분자가 들어있다. 물의 밀도는 $\rho=10^3$kg/㎥라고 볼수 있으며 물의 분자량은 18이다. 그러므로 물 1mol의 질량은 18g이다. 그것이 차지하는 체적은 18㎤이며 그안에 6.023×10^{23}개의 물분자가 들어있다. 물분자들이 빼곡이 들어있다고 보면 한개 물분자의 체적은 대략 다음과 같다.

$$V=\frac{18}{6.023\times10^{23}}cm^3=3\times10^{-23}cm^3$$

한변의 길이가 L인 립방체들이 모여서 물을 이룬다고 생각하면

$$L=\sqrt[3]{30\times10^{-24}}cm\approx3.1\times10^{-8}cm$$

를 얻는데 이것이 물분자의 대략적인 크기이다.

원자의 대략적인 반경은 원자와 관련된 여러가지 실험결과를 분석한데 기초하여 구한다.

일반적으로 미시립자들의 크기는 미시립자들사이의 호상작용에 대한 연구로부터 알아낸다. 이것은 물리적량을 측정하는 문제가 물리학의 법칙들과 깊이 련관되여있다는것을 말해준다.

제2절 시 간

누구든지 시간은 시계를 가지고 재면 되지 않는가 하고 생각할것이다. 그러면 10^{-22}s정도의 시간도 시계로 잴수 있는가. 분명히 그것은 시계로 잴수 없다. 지금은 시간을 매우 높은 정확도로 재는 시계들이 있지만 16세기전까지만 해도 시계자체가 없었다. 시간은 직접적으로 잴수 없으며 그것은 일정한 주기로 꼭같은 운동이 반복되는 주기적운동이 몇번 일어났는가 하는것을 가지고 계산한다. 그러므로 주기보다 짧은 시간은 높은 정확도로 잴수 없다.

어떤 주기적운동을 리용하여 시간을 재는가 하는데 따라 시간측정의 정확도가 결정된다. 처음에 나온 비교적 쓸모있는 시계는 추가 달린 벽시계이다. 시계추의 길이가 주어지면 추가 얼마만큼 큰 진폭으로 진동하는가 하는것에 관계없이 진동주기는 일정하다. 이것은 벽시계가 기울어지는 각이 그다지 크지 않을 때에는 언제나 그렇게 된다. 이것을 흔들이의 등시성이라고 부르는데 갈릴레이가 발견하였다. 손목시계는 좀 다른 원리에 기초하고있다. 전자시계는 전자회로에서 주기적운동이 몇번 일어났는가 하는것에 기초하여 시간을 높은 정확도로 잴수 있게 하는 시계이다.

수정발진기를 리용하면 3년에 1s정도의 오차가 생기며 수소량자발진기를 쓰면 300만년동안에 1s정도의 오차가 생긴다. 아주 낮은 온도에서 동작하는 이온시계를 리용하면 1억년동안에 1s정도의 오차밖에 생기지 않는데 이것은 시간측정에서 상대오차가 3×10^{-14}정도밖에 안된다는것을 의미한다.

시계를 리용하여 얼마나 짧은 시간을 잴수 있는가 하는것은 그 시계에서 리용된 주기적운동의 주기가 얼마나 짧은가 하는것에 의하여 결정된다.

시간을 확대해볼수 있는가? 그것은 가능하다. TV에서 멋있는 득점장면을 천천히 돌리면서 내보내는것은 바로 시간을 확대하는것과 같다. 경기장면을 고속도촬영기로 촬영하였다가 천천히 돌리면 시간확대효과가 얻어진다. 그러면 얼마나 짧은 시간이 있으며 또 아주 긴 시간이라고 하면 도대체 얼마나 긴 시간인가?

분자에서 두 핵사이의 거리가 변하는 주기는 10^{-12}s정도이고 원자에서 전자가 핵둘레를 한바퀴 도는데 걸리는 시간은 10^{-15}s정도이다. 소립자들가운데는 공명립자라는것이 있는데 그것의 수명은 10^{-22}s정도이다. 이만한 시간동안에 빛은 양성자의 직경만한 거리밖에 지나가지 못한다. 원자핵안에는 양성자와 중성자들이 있는데 그것들이 진동하는

주기는 10^{-21}s정도이다.

우주에는 매우 긴 시간도 있다. 태양으로부터 지구까지 빛이 오는데는 8min(분)이 좀 넘는 시간이 필요하며 태양계에 가장 가까운 항성에서 떠나온 빛이 지구에까지 오는데는 4년정도의 시간이 걸린다.

태양은 태양계에 있는 행성들을 거느리고 우리은하계의 중심주위로 약 2억년을 주기로 돌아가고있다. 지구의 나이는 수십억년 되는것으로 보고있으며 우주가 생겨난것은 지금으로부터 150억～200억년전이라고 보고있다.

현재 라지오망원경으로 볼수 있는 거리는 150억l. y. ～200억l. y. 인데 관측할수 있는 범위에서는 어디에나 물질이 있다. 이런 의미에서 가장 긴 시간은 200억년정도라고 말할수 있다.

제3절 질 량

질량이란 무엇인가? 이런 질문이 제기된다면 누구든지 저울부터 생각할것이다. 사실 저울로 재는것은 질량이 아니라 무게이지만 질량과 무게는 비례하는 량들이므로 저울로는 물체의 질량도 잴수 있다. 뉴톤은 자기의 저서 《자연철학의 수학적원리》에서 질량은 밀도에 체적을 곱한 량이라고 정의하였다. 이것은 본질에 있어서 질량을 구하는 방법을 밝힌것이지 질량이란 어떤것인가 하는것을 밝힌것은 아니다. 뉴톤은 질량을 관성의 크기를 나타내는 량으로 보았으며 또한 만유인력법칙에서는 질량을 만유인력의 크기를 결정하는 량으로 보았다. 질량의 이 두가지 측면은 결코 같은것이 아니다. 그러므로 관성의 크기를 나타내는 량으로 본 질량 즉 관성질량과 만유인력의 크기와 관련된 질량 즉 중력질량이 정확히 같은 값을 가진다는 실험적사실은 1916년에 알베르트 아인슈타인이 일반상대성리론을 내놓기 전에는 수수께끼로 남아있었다. 사실상 그러한 일치가 이상하다고 생각한 물리학자는 그다지 많지 않았다. 어떤 물리적량에 대하여 말할 때에는 무엇보다먼저 그것을 어떤 방법으로 잴수 있는가 하는것부터 생각해야 한다. 이런 측면에서 물질의 량이라는 물리적량을 어떻게 정의하는것이 합리적인가 하는것을 생각해보자. 물질의 량을 표시하는 물리적량은 더해지는 성질을 가져야 한다. 물질의 량이 꼭같은 두 물체를 합치면 그것에 들어있는 물질의 량은 매개 물체에 들어있는 물질의 량들의 합과 같아야 할것이다.

바로 질량이 이런 성질을 가지고있다. 그리고 물체의 무게만 알면 질량은 쉽게 구할수 있다. 그러므로 질량은 물체에 들어있는 물질의 량을 특징짓는 물리적량이라고 볼수 있다. 길이를 재는 원기가 있는것

처럼 질량을 재는 원기도 있다. 그것을 국제질량원기라고 부른다. 국제질량원기는 백금－이리디움합금으로 만든 원기둥인데 그것의 질량을 1kg이라고 약속하고 다른 물체들의 질량은 이것과 비교하여 그 값을 정한다. 저울로 달아보기 어려울 정도로 큰 질량을 가진 물체의 경우에는 그것의 체적 V를 측정할수 있으며 질량은 밀도에 체적을 곱하는 방법으로 구한다.

질량은 주어진 물질을 특징짓는 량이 아니며 물질을 특징짓는 량은 그것의 밀도이다. 4℃의 물의 밀도는 1g/㎤=10^3 kg/㎥이며 지구에 있는 대부분의 고체나 액체의 밀도는 이것과 비슷한 값을 가진다. 그러나 원자핵안에 있는 핵물질의 밀도는 대단히 크다. 그것은 1㎤당 1억 t이나 된다. 이런 밀도를 가진 물체를 땅에 놓는다면 그것은 지구중심까지 뚫고들어갈것이다.

이렇게 큰 밀도를 가진 물체가 우주에 있는가? 있다. 그것은 중성자별인데 거기서는 센 압력에 의하여 원자에 있던 전자들이 모두 핵안으로 들어가서 양성자와 결합되여 중성자로 넘어갔다.

중성자별은 반경이 10㎞정도밖에 안되지만 그것의 질량은 반경이 지구반경의 100배나 되는 태양의 질량보다 좀더 크다.

처음에 중성자별이 있을수 있다는것은 리론적으로 예견되였는데 그 후 우주에서 실지로 발견되였다. 기체의 밀도는 고체나 액체의 밀도에 비하여 1 000분의 1정도밖에 안된다. 실례로 물의 밀도는 10^3 kg/㎥인데 공기의 밀도는 1.29kg/㎥밖에 안된다. 그러나 1㎥안에 1.29㎏이나 되는 공기가 있다고 하면 그것이 결코 작은것이 아니라는것을 알수 있을것이다.

우주공간에는 물질이 극히 적게 분포되여있는데 1㎤안에 한개 원자가 있을 정도이다. 우주공간에서 사방으로 길이가 각각 1 000㎞씩 되는 큰 립방체를 생각하면 그안에 들어있는 물질의 질량은 1㎤의 물속에 들어있는 물의 질량과 맞먹는다. 이것을 보면 우주공간에 물질이 얼마나 성글게 있는가 하는것을 짐작할수 있을것이다.

지구나 태양과 같은 천체들도 질량을 가지고있는데 그 값은 대단히 크다. 태양은 1s에 6천t의 질량을 우주공간에 빛형태로 내보내고있다. 계속 이와 같은 속도로 내보낸다고 하여도 앞으로 몇천억년동안 태양이 존재할수 있다는것만 보아도 태양의 질량이 얼마나 큰가 하는것을 짐작할수 있다.

제5장 력학적운동

력학에서는 물체의 력학적운동을 연구한다. 이 장에서는 먼저 운동이란 무엇이며 력학적운동이란 무엇인가 하는것을 몇가지 실례를 들어서 설명하고 력학적운동의 성질을 구체적으로 살펴본 다음 그것을 정량적으로 표시하는 방법을 소개한다.

제1절 력학적운동에 대한 개념

넓은 범위에서 운동이라고 하면 그것은 물체의 상태가 시간에 따라 변하는것을 의미한다. 특히 물체의 력학적상태가 시간에 따라 변하는 것을 력학적운동이라고 부른다. 물체의 력학적상태는 물체의 모양과 물체가 놓여있는 자리로 특징지을수 있다. 따라서 물체의 력학적운동이라는것은 물체의 모양이 달라지거나 물체가 놓여있는 자리가 변하는 것이라고 말할수 있다.

물체의 모양이 변하는것을 변형이라고 부르며 물체의 자리가 변하는 것을 변위라고 부른다. 결국 력학에서는 변형과 변위를 연구한다. 이 책에서는 변형보다도 변위를 기본으로 하여 력학적운동에 대하여 취급하게 된다. 력학에서는 물체의 변위를 특징짓기 위하여 매 순간에 물체의 자리를 표시하고 그것이 시간에 따라 변하는 과정을 연구한다. 그런데 물체의 자리라는것을 어떤 방법으로 특징짓겠는가 하는것이 결코 간단하지 않다. 실례로 사람의 위치가 변하는 과정을 생각하면 다리와 팔이 서로 다르게 이동하며 몸과 머리는 또 그것들대로 운동한다. 따라서 어떤 순간에 사람이 있는 자리를 수자로 나타내는것은 간단한 일이 아니다. 그러므로 달리기경기에서는 가슴이 맨 선참으로 테프에 닿는 선수를 1등이라고 보기로 약속되여있다. 사람이 놓여있는 자리라는 것은 이와 같이 막연하기때문에 사람몸의 매 부위의 자리를 지적해야 한다. 이런데로부터 력학에서는 질점의 개념을 생각한다. 질점이라는 것은 그것의 크기를 무시할수 있을 정도로 작은 물체를 말한다. 이런 경우에는 질점이 공간에서 매 순간에 한점에 있다고 볼수 있으므로 그 점의 자리표만 알면 질점의 위치는 결정된다. 그런데 물체의 크기라는 것은 상대적개념이다. 태양주위로 지구가 돌아가는 지구의 공전을 취급할 때에는 지구를 질점으로 보는것이 충분히 가능하다. 그러나 지구

가 자기축주위로 돌아가는 지구의 자전을 취급할 때에는 지구를 질점으로 본다는것은 말도 안되는것이다.

다른 실례로 원자에서 전자가 핵주위로 돌아가는 운동을 생각하자. 이 경우에는 전자가 매우 작으므로 질점으로 보아도 될것처럼 생각할수 있다. 그런데 전자와 같이 극히 작은 립자들은 고전력학의 법칙에 따라 운동하는것이 아니라 량자력학의 법칙에 따라 운동한다. 즉 고전력학의 취급대상으로 되지 않는다. 그러나 가속장치에서 전자가 운동할 때에는 전자의 운동을 고전력학으로 취급할수 있으며 이 경우에 전자는 질점으로 볼수 있다. 그러면 질점의 경우에는 그것의 자리라는것이 명백한가? 어떤 점의 자리라는것은 어디서 보는가 하는데 따라 다르게 표시된다. 어떤 점의 자리를 표시하자면 반드시 자리표계가 있어야 한다.

자리표계는 서로 상대적으로 멎어있는 물체들로 이루어진다. 이때 어떤 점을 기준점으로 잡고 그것을 자리표원점이라고 하고 그로부터 서로 수직인 세개 방향을 생각하면 직각자리표계가 얻어진다. 이러한 직각자리표계는 프랑스수학자인 데까르뜨가 처음으로 받아들였는데 자리표계를 리용하게 되면서 벡토르와 관련된 계산이 그전과는 비할수 없을 정도로 쉽게 되였다. 이때로부터 비로소 벡토르와 관련된 계산을 마음대로 할수 있게 되였다.

직각자리표계를 리용하면 공간에서 어떤 점의 자리를 표시하기 위해서는 그 점의 세개 직각자리표만 지적하면 된다. 즉 자리표원점으로부터 고찰하는 점까지 직선을 긋고 그것을 벡토르 $\vec{r}$로 표시하면 그것의 세 직각자리표성분을 각각 x, y, z라고 할 때

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

로 된다. 여기서 $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$는 각각 x축방향, y축방향 및 z축방향의 단위벡토르이다. 단위벡토르는 크기가 1이고 일정한 방향으로 향하는 벡토르이다. 단위벡토르라는것을 길이가 1인 벡토르라고 생각하면 정확하지 않다. 그것은 단위벡토르의 크기라는것이 본이 없는 량이기때문이다. 보통 자리표계를 그릴 때 직각자리표계의 단위벡토르들은 자리표원점에 표시한다. 그러므로 그것들은 자리표원점에만 있는것이라고 잘못 생각할수 있는데 실지에 있어서는 단위벡토르들은 공간의 모든 점에서 다 생각해야 한다. 그런데 직각자리표계에서는 가령 $\vec{i}$를 생각하면 그것이 어느 점에서나 같은 방향으로 향한다. $\vec{j}$나 $\vec{k}$의 경우도 마찬가지이다. 그러므로 단위벡토르들을 자리표원점에만 표시하여도 되는것이다. 력학적운동에 대하여 취급할 때 반드시 고려해야 할것은 운동의 상대성에 대한 문제이다.

사람들은 벌써 14세기부터 운동이 상대적이라는것을 알고있었다.

운동의 상대성을 고려하면 하늘이 하루에 한번씩 지구주위로 돌아

가는것은 지구가 자기의 축주위로 하루에 한번씩 돌아가기때문이라는 것을 쉽게 리해할수 있다. 그러나 인간이 이것을 리해하기까지는 수천년의 기나긴 시간이 요구되였다. 세상에는 절대적으로 멎어있는 물체가 없으며 따라서 절대적운동이라는것도 있을수 없다. 그런데 뉴톤은 절대공간이라는것이 실지로 존재한다고 생각하였다. 그는 절대공간은 절대적으로 멎어있다고 보았다. 그러나 인간은 절대공간과 절대공간에 대한 운동인 절대운동은 인식할수 없고 다만 상대적운동만 인식할수 있다고 생각하였다.

절대공간, 절대운동이라는것은 관측할수 없는것이기때문에 오래동안 절대공간의 개념이 과학리론적으로 모순된다는것을 사람들이 발견하지 못하고있었다. 1905년에 도이췰란드의 물리학자 알베르트 아인슈타인이 상대성리론을 내놓으면서 시간과 공간에 관한 문제를 비판적으로 깊이 분석하는 과정에 비로소 절대공간의 개념이 허황하다는것이 밝혀졌다. 즉 절대공간은 그 어떤 물리적현상으로도 인식할수 없다는것을 상대성리론이 처음으로 밝혔던것이다.

제2절 질점의 운동속도

질점의 운동을 특징짓는 기본징표는 그것의 속도이다. 질점이 운동하는 과정에 그것의 자리가 변한다. t순간에 질점의 자리를 표시하는 동경벡토르를 $\vec{r}(t)$라고 하자. 그것은 자리표원점으로부터 t순간에 질점이 놓여있는 점까지 그은 동경벡토르이다. Δt만한 시간이 지난 t+Δt순간에 질점의 동경벡토르가 $\vec{r}(t+\Delta t)$로 되였다고 하자. 이때 $\Delta\vec{r}=\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)$는 Δt시간동안에 질점의 변위이며 그것을 Δt로 나눈 값은 질점의 평균속도이다. 즉

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t}$$

질점의 속도는 일정할수도 있지만 시간에 따라 변할수도 있다. 이로부터 순간속도라는것을 생각한다. 그것은 Δt가 무한히 작을 때의 평균속도이다. 즉 t순간의 평균속도는 다음과 같이 정의된다.

$$\vec{v}(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t}$$

여기서 알수 있는것처럼 평균속도와 순간속도는 벡토르이다. 순간속도는 t순간에 물체(질점)가 운동하는 방향으로 향하며 순간속도의 크

기는 질점이 얼마나 빨리 운동하는가 하는것을 특징짓는다.
　력학에서 속도의 개념을 처음으로 엄밀하게 정의한 학자는 갈릴레이였다. 그는 평균속도와 순간속도를 명백히 갈라보았으며 등속직선운동의 개념을 과학적으로 정식화하였다. 즉 등속직선운동이라는것은 같은 방향으로 임의의 같은 시간동안에 같은 거리를 이동하는 운동이라고 정식화하였다. 여기서 《임의의 같은 시간동안에 같은 거리를 이동하는 운동》이라는것이 중요하다. 만일 그렇지 않고 가령 매 1s동안에 같은 거리를 이동하는 운동이라고 하면 그 1s안에서는 속도가 변할수도 있다. 그러나 《임의의 같은 시간동안에》라고 하면 시간구간을 아무리 짧게 취해도 속도는 일정한 경우에만 등속직선운동으로 되는것이다. 변위는 벡토르이다. t_1순간의 동경벡토르가 $\vec{r_1}$이고 t_2순간의 동경벡토르가 $\vec{r_2}$이라면 t_1순간부터 t_2순간까지의 사이에 일어난 변위는 $\vec{r_2}-\vec{r_1}$이다. 변위와 달리 이동한 거리는 질점이 운동과정에 지나간 전체 거리이며 그것은 스칼라량이다. 등속직선운동의 경우에는 변위의 절대값이 이동한 거리이다. 직선운동이라고 하여도 운동과정에 운동방향이 변한다면 변위의 절대값은 질점이 이동한 거리보다 짧을수 있다.

제3절 등속직선운동

　등속직선운동이란 한마디로 순간속도가 시간에 따라 변하지 않는 운동이다. 속도는 벡토르이므로 그것이 변하지 않는다는것은 방향과 크기가 시간에 따라 변하지 않는다는것이다. 즉 등속직선운동을 하는 질점은 운동과정에 운동방향이 변하지 않으며 속도의 크기도 변하지 않는다. 실례로 자동차가 직선도로를 따라 일정한 속도로 달린다면 자동차동체에 있는 어떤 점의 운동은 등속직선운동으로 될것이다. 기차가 곧은 철길을 따라 일정한 속도로 달릴 때 기차에 몇어있는 물체는 땅에 대하여 등속직선운동을 한다.
　등속직선운동을 표시하기 위하여 속도그라프와 거리그라프를 리용한다. 속도그라프라는것은 시간에 따라 속도가 변하는 모양을 그린것이다. 등속직선운동의 경우에는 속도의 방향이 늘 같으므로 속도의 값을 그리면 된다.
　가로축에 시간 t를 표시하고 세로축에 t순간의 속도를 표시하면 속도그라프가 얻어진다. 등속직선운동의 경우에는 속도의 값(순간속도의 값)이 시간에 따라 변하지 않으므로 속도그라프는 t축에 평행인 직선으로 나타낸다.
　등속운동의 거리그라프는 가로축에 시간 t를 매기고 세로축에 t만한 시간동안에 질점이 옮겨간 거리를 매긴것이다. 등속직선운동의 속도를 v로 표시하고 t=0인 순간부터 변위를 계산하면 변위 x는 $x=vt$

로 표시된다.

이것을 그라프로 그리면 t=0일 때 $x=0$이므로 원점을 지나가는 직선이 얻어진다. 그림 5—1에 등속직선운동의 속도그라프(ㄱ)와 거리그라프(ㄴ)를 보여주었다. 그라프를 그릴 때 1s, 1m, 1m/s를 얼마만한 길이로 표시하겠는가 하는것은 고찰하는 문제의 내용에 기초하여 결심해야 할 문제이다. 그러나 2s를 표시하는 점은 1s를 표시하는 점보다 2배 되는 길이를 가져야 하며 속도와 거리에 대해서도 역시 그런 식으로 해야 한다.

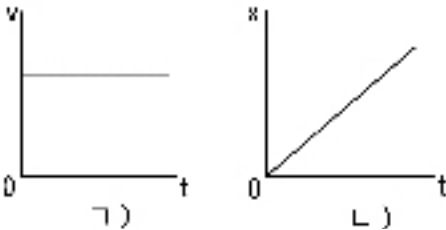



그림 5—1. 등속직선운동의 속도그라프(ㄱ)와 거리그라프(ㄴ)

다음으로 속도그라프에 의하여 0부터 t까지의 시간동안에 지나간 거리를 구하자면 t축에서 t=0인 순간과 t순간에 t축에 수직으로 직선을 긋고 그것이 $v-t$그라프와 사귀는 점을 찾는다. 그러면 그 두 직선과 t축 그리고 v로 이루어진 부분의 면적이 vt와 같은데 그것이 바로 t만한 시간동안에 질점이 이동한 거리와 같다. 이 방법은 직선등속운동이 아닌 복잡한 운동에서 속도그라프에 기초하여 거리그라프를 구하는데서 쓸모있다.

제4절 부등속직선운동

부등속직선운동이란 운동방향은 변하지 않지만 순간속도가 시간에 따라 변하는 운동이다. 더 정확히 말하면 부등속직선운동에서 속도는 언제나 같은 방향이거나 또는 반대방향이다. 이때 운동은 한 직선우에서 일어나며 운동과정에 운동방향이 반대로 될수도 있다. 많은 경우에 직선운동은 부등속직선운동이다. 실례로 승강기가 우로 올라가거나 아래로 내려가는 운동은 부등속직선운동이다. 그것은 승강기가 멎어있다가 운동하거나 또는 운동하다가 멎는 경우에는 반드시 속도가 변하기때문이다. 부등속직선운동에서 속도가 어떻게 변하는가 하는것을 특징짓기 위하여 가속도라는 량을 리용한다. t_1순간의 속도가 $\vec{v_1}$이고 t_2순간의 속도가 $\vec{v_2}$이라면 t_1부터 t_2까지사이의 평균가속도는

$$\bar{\vec{a}}=\frac{\vec{v_2}-\vec{v_1}}{t_2-t_1}$$

와 같다. 순간가속도를 구하자면 시간구간을 무한히 작게 취해야 한다. 즉 t순간의 속도를 $\vec{v}(t)$, t+Δt순간의 속도를 $\vec{v}(t+\Delta t)$라고 하

면 t순간의 순간가속도 $\vec{a}(t)$는 다음과 같다.

$$\vec{a}(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{v}(t+\Delta t)-\vec{v}(t)}{\Delta t}$$

부등속직선운동을 보다 구체적으로 표시하기 위해서는 가속도의 변화속도를 생각하면 좋을것 같지만 그런것을 리용하지 않는다. 그 원인은 앞으로 보겠지만 뉴톤의 운동법칙에 의하여 물체(질점)의 가속도만 알면 그것의 운동을 구할수 있기때문이다. 질점의 운동을 구한다는것은 질점의 동경벡토르가 시간에 따라 어떻게 변하는가 하는것을 구한다는것을 의미한다.

부등속직선운동은 가속도그라프, 속도그라프 및 거리그라프에 의하여 특징지을수 있다. 만일 일정한 시간동안 가속도가 시간에 따라 변하지 않는다면 그런 운동은 등가속직선운동이라고 부른다. 승강기나 자동차, 뻐스, 기차는 멎어있다가 떠날 때나 또는 운동하다가 멎어설 때는 보통 등가속직선운동을 한다고 볼수 있다. 떠날 때에는 가속도가 운동방향과 같은 방향으로 향하며 그런 운동을 가속운동이라고 부른다.

반대로 운동하던 물체가 멎어설 때에는 가속도가 운동방향과 반대방향으로 향하는데 이러한 운동을 감속운동이라고 부른다.

물체의 자유락하란 공기의 저항을 받지 않고 순전히 지구중력만 받으면서 아래로 떨어지는 운동을 의미한다. 물론 어떤 물체든지 공기속에서 떨어질 때에는 공기의 저항을 받기마련이지만 공기의 저항이 상대적으로 작아서 그것을 무시할수 있는 경우에는 물체가 아래로 떨어지는것을 자유락하라고 보아도 된다. 여기서 공기의 저항이 작다는것은 지구중력에 비하여 충분히 작다는것을 의미한다. 실례로 돌덩어리가 아래로 떨어지는것은 자유락하라고 볼수 있다. 그런데 공기의 저항은 물체의 속도가 클수록 커진다. 그러므로 총알이나 포탄의 운동을 취급할 때에는 공기의 저항을 절대로 무시할수 없다.

물리책들에서 총알의 운동을 취급할 때 공기의 저항을 무시하는 경우가 많은데 그것은 공기의 저항을 고려하여 총알의 운동을 구하는것이 대단히 어렵기때문이지 결코 공기의 저항이 작기때문이 아니라는것을 특별히 강조한다.

실례로 총알이 공기속으로 날아갈 때 공기의 저항은 지구중력의 몇십배나 된다. 그러므로 공기의 저항을 무시하고 계산한 총알의 운동자리길은 실지로 총알이 그리는 자리길과는 크게 차이난다.

부등속직선운동에서 변위와 거리사이의 관계에 대하여 살펴보자.

만일 운동과정에 속도의 방향이 변하지 않는다면 운동한 거리는 변위의 크기와 같다. 그러나 만일 운동과정에 속도의 방향이 변한다면 변위의 크기는 운동하는 거리보다 작다. 심지어 큰 거리를 운동하였지

만 변위가 령으로 될수도 있다. 그것은 처음에 출발하였던 점으로 되돌아가는 경우이다. 특히 변위와 운동한 거리사이의 관계는 곡선운동의 경우에 더 복잡하다.

제5절 등가속직선운동

일반적으로 직선운동이란 운동하는 과정에 질점이 한직선우에 있는 운동이다. 등가속직선운동이란 가속도가 시간에 따라 변하지 않는 직선운동이다. 그러므로 등가속직선운동의 가속도그라프는 시간축에 평행인 직선으로 된다. 등가속직선운동의 개념과 그것의 성질을 처음으로 밝힌 사람은 갈릴레이였다. 그는 등가속직선운동을 하는 물체가 t만한 시간동안에 지나간 거리가

$$S(t) = \frac{1}{2}at^2$$

과 같이 표시된다는것을 알고있었다. 여기서 t=0인 순간에 물체가 운동하기 시작하였다고 보았다. 이제 $t_k = k\Delta t$ 라고 하고 t_k로부터 t_{k+1}까지의 사이에 질점이 지나간 거리 ΔS_k를 구해보자.

$$\Delta S_k = \frac{a}{2}(k+1)^2(\Delta t)^2 - \frac{a}{2}k^2(\Delta t)^2 = \left(k+\frac{1}{2}\right)a(\Delta t)^2$$

이다. 이제 $\Delta S_0 : \Delta S_1 : \Delta S_2$과 같은 비를 구해보면

$$\Delta S_0 : \Delta S_1 : \Delta S_2 = 1:3:5$$

라는것을 알수 있다. 갈릴레이의 시기에는 시계가 없었으므로 시간의 흐름을 재는것이 어려운 문제로 되고있었다. 갈릴레이는 사람의 맥박이 고르롭게 뛴다는것을 리용하여 이 문제를 해결하였다. 즉 그는 두 맥박사이에 흐른 시간을 △t로 취하였던것이다. 그는 물체의 자유락하가 등가속운동이라고 가정하고 그것을 증명하기 위하여 다음과 같은 실험을 하였다. 그는 물체가 곧추 아래방향으로 떨어지는것은 측정하기 어렵다는것을 고려하여 매끄러운 경사면에서 물체가 굴러내리는것을 관찰하였다. 이 경우에는 △t시간동안에 지나간 거리가 짧으므로 비교적 쉽게 그것을 잴수 있었던것이다. 갈릴레이는 ΔS_0, ΔS_1, ΔS_2 등을 측정하였으며 그것들의 비가 실지로 홀수들의 비와 같다는것을 실험을 통하여 알게 되였다. 이것은 등가속직선운동을 처음으로 재치있게 연구한 실례이다. 등가속직선운동의 속도 $v(t)$를 구해보자.

그것은 다음과 같이 구할수 있다.

$$v(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{S(t+\Delta t)-S(t)}{\Delta t}$$

$S(t)$에 대한 공식을 넣고 계산하면

$$v(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{a}{2}(2t+\Delta t)=at$$

를 얻는다. 즉 가속도가 a인 등가속직선운동에서 t순간의 순간속도는

$$v(t)=at$$

이다. 이것을 가속도에 대한 공식에 넣고 계산하면 가속도가 a와 같다는 결론이 나온다. 그것이 일정하므로 이런 운동은 실지로 등가속직선운동이다. 만일 t=0인 순간에 질점의 속도가 령이 아니고 v_0이라는 값을 가진다면

$$v(t)=v_0+at,$$

$$S(t)=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

로 된다. 이것이 등가속직선운동에서 속도와 이동한 거리에 대한 공식이다.

제6절　자유락하운동

일상생활에서 누구나 체험한것처럼 물체를 붙잡아두지 않고 놓아주면 저절로 아래로 떨어진다. 그것을 자유락하라고 부르는것은 물체가 저절로 떨어진다는 생각과 련관되여있다고 볼수 있을것이다.　물체가 자유락하하는것은 지구가 그것을 끌어당기고있기때문이다. 갈릴레이는 실험을 통하여 자유락하운동이 등가속직선운동이라는것을 밝혔다. 뉴톤은 물체의 가속도가 높이에 따라 변하지 않겠는가 하는것을 알아보기 위하여 높은 산에 일부러 올라가서 지구중력가속도를 재여보기까지 하였는데 아무리 높은 산에서도 지구중력가속도 즉 물체의 자유락하가속도는 변하지 않는다는것을 발견하였다. g의 값은 그것을 어디서 재는가에 따라 조금씩 차이난다. 가속도가 벡토르인것만큼 지구중력가속도도 벡토르이다. 그것의 방향은 지구의 어느 곳에서나 지구의 중심쪽으로 향한다. 이것을 우리는 드림선아래방향이라고 부른다.

자유락하가속도의 값은 g=9.8㎨정도이다. 그것을 중력가속도라고도

부르는데 중력가속도의 값을 높은 정확도로 재는 방법은 흔들이의 진동주기를 측정하고 그에 기초하여 중력가속도를 구하는것이다. 흔들이의 진동에 공기가 미치는 영향을 없애기 위하여 이런 실험은 진공속에서 진행한다. 흔들이의 길이를 L로 표시하면 주기 T는 다음과 같이 주어진다.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

만일 L =1m이면 T는 2s에 가깝다. 뉴톤이 높은 산에 올라가서 지구중력가속도를 재는 실험을 할 때 그는 바로 흔들이의 주기를 재였으며 그에 기초하여 g의 값을 계산하였다. 지구중력가속도가 위치에 따라 다른것은 두가지 원인때문이다. 하나는 지구가 정확히 구모양이 아니고 북극과 남극에서 약간 눌리우고 적도에서는 반경이 더 큰 모양을 가진다는것이다. 그러므로 지구중심으로부터 지구걸면까지의 거리는 어디서나 같은것이 아니다. 다른 하나는 지구는 축주위로 약 24시간을 주기로 하여 회전하고있으며 그 결과에 관성원심력이 지구에 있는 모든 물체에 작용한다는것이다. 관성원심력은 물체를 회전축으로부터 멀어지게 하는 방향으로 작용하며 적도에서 가장 큰 값을 가진다. 이 두가지 원인때문에 적도에서 지구중력가속도가 제일 작고 북극이나 남극쪽으로 가면서 점점 커진다.

제7절 속도의 합성과 분해

물체는 동시에 여러가지 운동에 참가할수 있다. 이런 경우에 속도가 합성된다. 실례로 달리는 기차안에서 어떤 사람이 앞으로 또는 뒤로 걸어가는 경우에 땅에 있는 사람이 볼 때에는 그 사람이 두가지 운동에 참가하는것으로 보일것이다. 그 하나는 땅에 대한 기차의 운동이고 다른 하나는 기차에 대한 사람의 운동이다. 즉 땅에 있는 사람이 본것은 이러한 두 운동의 합운동이고 매개 운동은 분운동이라고 부른다. △t만한 시간동안에 기차의 위치는 $\vec{v_1}\Delta t$ 만큼 달라지고 기차에 대한 사람의 위치는 $\vec{v_2}\Delta t$ 만큼 달라진다. 여기서 $\vec{v_1}$은 땅에 고정되여있는 자리표계에서 본 기차의 속도이고 $\vec{v_2}$은 기차에 고정된 자리표계에서 본 사람의 속도이다. 땅에 고정된 자리표계에서 볼 때 사람의 자리는 $\vec{v_1}\Delta t + \vec{v_2}\Delta t$ 만큼 달라진다. 이것을 △t로 나눈것이 땅에 고정된 자리표계에서 본 사람의 속도이다. 그것을 $\vec{v}$로 표시하면 $\vec{v}$는 다음과 같이 표시된다.

$$\vec{v} = \vec{v_1} + \vec{v_2}$$

이것을 속도합성공식이라고 부른다. 이 공식을 얻는 과정을 깊이 따져보면 시간의 흐름속도가 어느 자리표계에서나 같다고 가정하였다는 것을 알수 있다. 일반적으로 속도나 가속도를 따지자면 반드시 시간이 어떻게 흐르는가 하는것을 고려해야 한다. 즉 물체의 속도를 론의하자면 자리표계만 가지고서는 안되며 반드시 시간의 흐름을 잴수 있는 시계가 있어야 한다. 정확히 말하면 공간의 모든 점에 시계가 있어야 하고 그것들이 같은 시간을 가리켜야 한다. 어떤 점에서 물체의 속도를 재려면 반드시 그 점에 있는 시계를 리용해야 한다. 이와 같이 자리표계가 주어지고 자리표계의 모든 점에서 시간이 꼭같은 속도로 흐른다면 기준계가 주어졌다고 말한다. 이제 앞에서 본 문제를 기준계와 련관시켜 다시 생각해보자. 이때 우리는 두가지 기준계를 대상한다. 하나는 땅에 고정되여있는 기준계이고 다른 하나는 달리는 기차에 고정되여있는 기준계이다. 그리고 $\vec{v_2}$은 기차에 고정된 기준계에서 본 물체의 속도이고 $\vec{v_1}$은 땅에 고정된 기준계에서 볼 때 기차에 고정된 기준계의 속도이다. 땅에 고정된 기준계를 K로 표시하고 기차에 고정된 기준계를 K′ 로 표시하자. 땅에서 본 기차의 속도를 $\vec{V}$ 로 표시하면 앞에서 얻은 공식을

$$\vec{v} = \vec{V} + \vec{v}'$$

와 같이 쓸수 있다. 여기서 $\vec{v}$ 는 K계에서 본 사람의 속도이고 $\vec{v}'$ 는 K′ 계에서 본 그의 속도이다. 이 공식을 갈릴레이의 속도변환공식이라고 부른다. 이 공식을 얻는 과정을 시간의 흐름의 견지에서 보면 t=t′ 라고 가정하였다는것을 알수 있다. 즉 K계와 K′ 계에서 시간은 꼭같이 흐른다는 가정을 하였다는것을 알수 있다. 1905년에 아인슈타인이 상대성리론을 내놓기 전까지는 이러한 가정이 현실과 맞는가 하는데 대해서는 누구도 의심하지 않고있었다. 즉 그것은 달리될수 없는것이라고 생각하고있었던것이다. 그러나 시간의 흐름이라는것은 사람들이 어떻게 생각하는가 하는것에 관계없이 객관적으로 존재하는것이며 따라서 t=t′ 라는것은 결코 자명한 일이 아니다. 합운동과 분운동 및 속도합성의 개념을 더 잘 알기 위해서는 여러가지 실례를 따져보아야 한다.

제8절 곡선운동

수평으로 던진 물체의 운동, 총알의 운동, 태양주위로 돌아가는 지구의 공전, 원자에서 핵주위로 돌아가는 전자의 운동은 모두 곡선을 따라 일어나는 운동이다. 이와 같이 곡선에 따라 일어나는 질점의 운

동을 곡선운동이라고 부른다.

력학에서 만나는 대부분의 곡선운동은 질점이 한평면에서 벗어나지 않고 언제나 그 평면우에 있으면서 진행되는 운동이다. 이런 운동을 평면운동이라고 부른다. 이 책에서 취급하게 되는 곡선운동은 평면운동이다.

어떤 운동이든지 그것을 취급하자면 기준계가 있어야 한다. 기준계는 자리표계와 시간으로 이루어져있다고 말할수 있다. 자리표계가 주어지면 어떤 순간에 질점이 놓여있는 자리는 그것의 자리표로 표시할수 있다.

평면운동을 하는 질점의 경우에는 자리표원점을 그 평면우의 어떤 점으로 취하면 질점의 자리는 x, y의 두개 직각자리표에 의하여 표시할수 있다.

질점의 운동상태를 표시하자면 그것의 x자리표와 y자리표가 시간에 따라 어떻게 변하는가 하는것을 지적하면 된다. 매 순간에 x, y가 어떤 값을 가지는가를 보여주는 공식을 질점의 운동공식이라고 부르며 시간을 생각하지 않고 질점이 지나가는 점들을 련결하였을 때 얻어지는 곡선을 질점의 자리길이라고 부른다. 실례로 수평으로 처음속도 v_0을 가지고 물체를 던졌을 때 수평방향을 x축으로, 수직아래방향을 y축으로 취하고 자리표원점을 물체를 던지는 점에 잡으면 질점의 운동공식은 다음과 같이 된다.

$$x(t) = v_0 t,$$

$$y(t) = \frac{1}{2} g t^2$$

그리고 매 순간에 질점의 순간속도의 x성분 $v_x(t)$와 y성분 $v_y(t)$는 다음과 같다.

$$v_x(t) = v_0, \quad v_y(t) = gt$$

이 공식들에서 g는 지구중력가속도이다. $x(t)$와 $y(t)$에 대한 공식에서 t를 없애버리고 y를 x의 함수로 표시하면

$$y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2 = \frac{g}{2v_0^2} x^2$$

을 얻는다. 이것이 수평으로 v_0의 속도로 던진 물체가 그리는 자리길에 대한 공식이다. 이것을 던진 물체가 그리는 곡선이라는 뜻에서 포물선이라고 부른다. 이것은 수학적으로 보면 2차곡선이다. 케플레르가 발견한 행성운동의 자리길인 타원도 2차곡선이다. 갈릴레이와 케플레르는 거의 같은 시기에 산 학자들로서 갈릴레이는 자유락하법칙을 발

견하였고 케플레르는 행성운동의 법칙을 발견하였다. 그들이 이런 법칙을 발견할수 있은것은 바로 그들이 살던 시기에 수학에서 2차곡선을 표시하는 공식이 발견되였기때문이였다. 이것은 물리학의 발전이 수학의 발전과 밀접하게 련관되여있다는것을 보여주는 실례이다. 그러면 타원의 방정식은 어떤 공식으로 표시되는가? 타원은 긴 반경 a와 짧은 반경 b 그리고 초점과 리심률에 의하여 특징지어진다. x축을 긴 반경의 방향으로, y축을 짧은 반경의 방향으로 취하면 타원의 방정식은 다음과 같이 적을수 있다.

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2=1$$

제9절 등속원운동

속도가 벡토르인것만큼 가속도도 역시 벡토르이다. 원운동이라는것은 질점이 원을 따라 운동하는것이다. 질점이 원을 따라 운동하면 운동방향은 끊임없이 변하므로 원운동은 반드시 가속도를 가지는 운동이다.

그렇다면 등속원운동이라는 말에서 등속이란 무엇을 의미하는가? 여기서 말하는 속도는 벡토르로서의 속도인것이 아니라 속도의 크기를 말하는것이다. 그러므로 등속원운동이란 속도의 크기는 변하지 않고 방향만이 원을 따라 끊임없이 변하는 운동이다.

팽이가 높은 속도로 돌아갈 때 팽이우에 있는 점의 운동은 등속원운동이다.

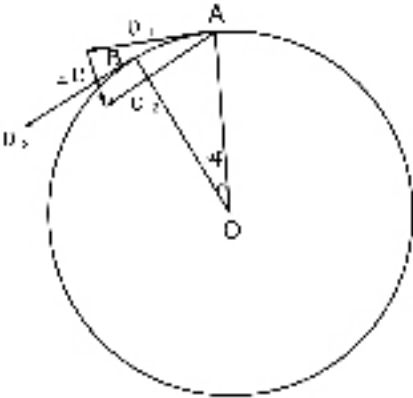
지구주위로 돌아가는 달의 운동은 등속원운동이다. 지구는 24시간을 주기로 하여 자기의 축주위로 등속원운동을 하고있다. 이와 함께 지구는 365일을 주기로 하여 태양주위로 공전을 하고있다. 공전은 타원에 따라 일어나지만 지구가 그리는 타원의 리심률은 매우 작으므로 지구의 공전은 충분히 높은 정확도로 등속원운동으로 볼수 있다. 원운동을 특징짓는 량들로서는 선속도와 각속도, 원의 반경, 향심가속도를 들수 있다. 원운동을 할 때 선속도는 운동방향의 속도로서 그것의 방향은 반경방향에 수직인 방향이다.

각속도라는것은 Δt시간동안에 돌아간 각 $\Delta\varphi$를 Δt를 나눈것이다. 각속도를 ω로 표시하는데 정의에 의하여 그것은 다음과 같다.

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

그림 5-2. 등속원운동

등속원운동에서는 각속도가 시간에 따라 변하지 않는다. 각이 $\Delta\varphi$만큼 커지면 질점이 지나가는 거리는 $r\Delta\varphi$와 같으므로 선속도는 다음과 같이 표시된다.

$$v=\frac{r\Delta\varphi}{\Delta t}=r\omega$$

등속원운동을 특징짓는 중요한 량으로서 향심가속도 $a_{향}$이 있다. 이제 그것에 대한 공식을 유도하자. 그림 5-2에 Δt시간동안에 등속원운동을 하는 질점이 이동하는것을 보여주었다. A에서 속도가 $\vec{v}_1$이고 B에서 속도가 $\vec{v}_2$이라고 하면 속도의 변화 $\Delta\vec{v}$는 $\vec{v}_2-\vec{v}_1$와 같다. 이때 $\vec{v}_2$의 시작점은 B인데 그것을 A에로 옮겨놓아야 한다. $\vec{v}_1$와 $\vec{v}_2$ 사이의 각은 $\Delta\varphi$와 같다. 그러므로 $\Delta\varphi=0$인 경우에는 $\Delta\vec{v}$의 방향이 A로부터 원의 중심 O의 방향으로 향한다. 즉 속도변화의 방향이 원의 중심쪽으로 향하는데 속도변화의 방향이자 곧 가속도의 방향이므로 결국 가속도는 원의 중심쪽으로 향한다는 결론이 나온다. 이로부터 그것을 향심가속도라고 부른다. 향심가속도의 크기를 구하기 위해서는 $\Delta\vec{v}$의 크기를 Δt로 나누어야 한다.

그림으로부터 $\Delta\vec{v}$의 절대값은 선속도에 $\Delta\varphi$를 곱한것과 같다는것을 알수 있다. 그러므로 향심가속도의 크기는 다음과 같다.

$$a_{향}=\lim_{\Delta t\to\infty}\frac{\left|\Delta\vec{v}\right|}{\Delta t}=v\omega$$

여기서 $v=r\omega$라는것을 고려하면 이것을 다음과 같이 쓸수 있다.

$$a_{향}=v\omega=r\omega^2=\frac{v^2}{r}$$

지구의 반경을 6 400km=6.4×10⁶ m로 보고 T=24×3 600s라는것을 고려하면 지구자전과 관련된 향심가속도는 3.38×10^{-2}㎨이다.

지구공전과 관련된 향심가속도는 6㎜/s^{2}이며 이것은 지구자전과 관련된 향심가속도보다 훨씬 작다. 우주비행사가 600km의 높이에서 90분을 주기로 하여 원을 그리면서 돌아가는 인공지구위성안에 있다면 인공지구위성의 향심가속도는 9.5㎨정도로 되는데 이것은 지구중력가속도에 가깝다. 실지에 있어서는 인공지구위성이 원운동을 하는 경우

에는 향심가속도가 지구중력과 같다. 이로부터 지구결면으로부터의 위성의 높이를 알면 위성이 돌아가는 주기가 나온다.

第10절 부등속원운동

부등속원운동이라는것은 속도의 크기가 변하면서 원을 따라 돌아가는 운동이다. 즉 부등속원운동을 할 때에는 원의 반경은 시간에 따라 변하지 않고 각속도와 선속도가 일반적으로 시간에 따라 변한다. 등속원운동의 경우에는 가속도가 원의 중심쪽으로 향하며 따라서 향심가속도만 존재하며 그것의 방향은 속도의 방향에 수직이다. 그러나 부등속원운동의 경우에는 속도의 크기도 변하므로 속도방향으로도 가속도가 생기는데 그것을 접선가속도라고 부른다. 접선가속도와 법선가속도(향심가속도)가 합성되여 전가속도를 이룬다. 즉

$$\vec{a} = \overrightarrow{a_\perp} + \overrightarrow{a_\parallel}$$

$$a = \sqrt{a_\perp^2 + a_\parallel^2}$$

이다. 법선가속도는 향심가속도이고 그것의 방향은 원의 중심쪽으로 향하는 방향이며 크기는 등속원운동의 경우와 마찬가지로

$$a_\perp = \frac{v^2}{r}$$

에 의하여 주어진다. 여기서 v는 주어진 순간의 순간속도이다. $v = r\omega$라는 공식도 그대로 쓸수 있는데 각속도 ω가 시간에 따라 변한다는 점에서 등속원운동과 다르다. 접선가속도의 방향은 질점의 운동방향과 같거나 또는 그와 반대이며 접선속도의 값이 변하는 속도와 같다. 즉

$$a_\parallel = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{r\Delta\omega}{\Delta t}$$

이다. 각속도 ω의 변화속도를 각가속도라고 부르며 β로 표시한다. 그러면

$$a_\parallel = r\beta$$

라고 쓸수 있다. 그리고 a는 다음과 같이 구한다.

$$a = \sqrt{\left(\frac{v^2}{r}\right)^2 + (r\beta)^2} = r\sqrt{\omega^4 + \beta^2}$$

문제와 풀이

1. A역에서 3시에 떠난 기차는 5시 30분에 B역에 도착하고 B역에서 4시 30분에 떠난 기차는 7시에 A역에 도착하였다. 역 A와 B사이의 거리가 50km이라면 두 기차는 A역으로부터 얼마만큼 떨어진 점에서 몇시에 만나겠는가?

풀이: A에서 떠난 기차의 속도를 v_1, B에서 떠난 기차의 속도를 v_2이라고 하자. A에서 떠난 기차는 50㎞의 거리를 2.5시간동안에 지나갔으므로 v_1=20㎞/h이다. 마찬가지로 v_2=20㎞/h이다. 4시 30분에 A에서 떠난 기차가 B의 방향으로 달린 거리는 30㎞이다. 남은 거리 20㎞를 두 기차가 같은 속도로 마주 향하여 달렸으므로 두 기차가 만날 때까지 매 기차는 10㎞의 거리를 지나갔으며 여기에 걸린 시간은 30min이였다.

따라서 A역에서 떠난 기차는 4.5+0.5=5 즉 5시에 B에서 떠난 기차와 만났으며 두 기차가 만난 곳은 A역으로부터 40㎞ 떨어진 점이다.

답. A역으로부터 40㎞ 떨어진 지점에서 5시에 만났다.

2. 소리의 속도가 각각 c_1, c_2인 두 반원으로 고리를 용접하였다. 용접점을 두드릴 때 생긴 소리파는 얼마만한 시간이 지나서 만나겠는가? 원의 반경은 R이고 $c_1 > c_2$이다.

풀이: 두 반원을 길이가 각각 πR인 직선으로 바꾸어도 된다. 두 반원이 맞붙은 점을 C라고 하면 c_1의 속도로 전파되는 소리파가 C에 도달하는데 걸리는 시간은 $t_1 = \pi R / c_1$이다. 이만한 시간동안에 c_2의 속도로 전파되는 소리파가 지나간 거리는 $c_2 t_1 = \pi R c_2 / c_1$이다. 남은 거리 $\pi R - c_2 t_1$는 c_2의 속도로 마주 향하여 전파되는 두 소리파가 지나간다. 거기에 걸리는 시간을 t_2 이라고 하면

$$2c_2 t_2 = \pi R - \pi R \frac{c_2}{c_1}$$

이며 따라서

$$t_2 = \frac{\pi R}{2c_1 c_2}(c_1 - c_2)$$

이다. 두 소리파가 만날 때까지 걸린 시간은 $t = t_1 + t_2$이며 다음과 같다.

$$t = \frac{\pi R}{c_1} + \frac{\pi R}{2c_1 c_2}(c_1 - c_2) = \frac{c_1 + c_2}{2c_1 c_2}\pi R$$

답. $t = \dfrac{c_1 + c_2}{2c_1 c_2}\pi R$

3. 두 물체의 자리표는 시간에 따라 다음과 같이 변한다.

$x_1 = 5 + 3t$, $x_2 = 2 + 4t$

여기서 t의 단위는 1s이고 x의 단위는 1m이다.

$x-$t그라프를 그리고 두 물체가 만나는 점의 자리표와 시간을 구하여라. 두 물체는 어떤 운동을 하고있는가?

풀이: t를 가로축, x를 세로축에 매기자. 1s와 10m를 각각 1cm의 길이로 나타내기로 하자. 먼저 t의 여러가지 값에 대하여 x_1, x_2의 값을 구하여 다음과 같은 표를 만든다.

t(s)	0	1	2	3	4
$x_1(m)$	5	8	11	14	17
$x_2(m)$	2	6	10	14	18

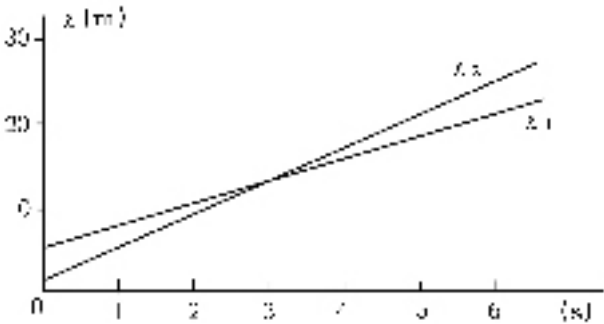



그림 5−3. 두 물체의 $x-t$ 그라프

표에서 알수 있는 것처럼 t=3s인 순간에 $x_1 = x_2$=14m이다. 바로 이 순간에 두 물체가 만난다. 두 그라프는 직선이며 첫 물체는 v_1=3m/s의 속도로, 둘째 물체는 v_2=4m/s의 속도로 운동한다. 그림 5−3에 두 물체에 대한 $x-t$ 그라프를 보여주었다.

4. 등가속운동하는 물체의 속도가 t시간동안에 v_1로부터 v_2로 커졌다. 평균속도와 그 시간동안에 간 거리를 구하여라.

풀이: 그림 5−4에 물체의 속도그라프를 보여주었다. t시간동안에 지나간 거리는 그림에서 Ov_1AtO부분의 면적과 같은데 그것은 Ov_1BtO의 면적 v_1t와 v_1ABv_1의 면적

$$\frac{1}{2}(v_2 - v_1)t$$

의 합과 같다. 즉 거리 S는

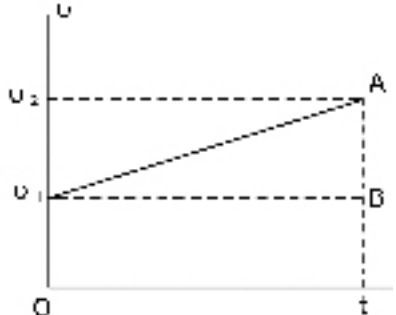



그림 5−4. 물체의 속도그라프

$$S = v_1 t + \frac{1}{2}(v_2 - v_1)t = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)t$$

와 같다. 이것은 평균속도가

$$\bar{v} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)$$

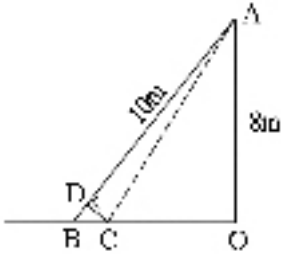
과 같다는것을 보여준다.

같은 결과를 등가속운동에서 지나간 거리에 대한 공식

$$S = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

을 리용하여 얻을수 있다. 이 경우에 $a = (v_2 - v_1)/t$, $v_0 = v_1$이라는것을 고려하면 앞에서 얻은것과 같은 공식을 얻는다.

답. $\bar{v} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)$, $S = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

그림 5-5. 뽀트의 운동

5. 큰 배우에서 바줄을 일정한 속도로 당기면서 뽀트를 끌어당긴다. 뽀트의 속도는 점점 커지는가, 작아지는가?

큰 배의 높이가 8m, 바줄의 길이가 10m, 바줄을 당기는 속도가 3m/s일 때 뽀트의 순간속도는 얼마인가?

풀이: 그림 5-5에 뽀트가 운동하는것을 보여주었다. 아주 짧은 시간동안에 뽀트가 B로부터 C에로 이동하였다고 하자.

v_0=3m/s라면 Δt시간동안에 바줄의 길이가 줄어든것은 BD=v_0Δt와 같고 같은 시간동안에 뽀트는 BC만한 거리를 지나갔다. Δt가 충분히 작으면 AC=AD라고 볼수 있고 ∠ADC는 90°에 충분히 가깝다. ∠ABO를 α로 표시하면 BD=BC·cosα이다. 뽀트가 배에 다가가는 속도를 v라고 하면 BC=vΔt이므로 $v_0\Delta t = v\Delta t\cos\alpha$이며 이로부터

$$v = \frac{v_0}{\cos\alpha}$$

으로 된다. △ABO로부터

$$\cos\alpha = \frac{BO}{AB} = \frac{\sqrt{10^2 - 8^2}}{10} = 0.6$$

이므로 v=5m/s이다. 뽀트가 배에 가까이 갈수록 α는 커지고 $\cos\alpha$는 작아지며 따라서 v는 커진다.

답. 뽀트의 속도는 점점 커진다. 뽀트의 순간속도는 5m/s이다.

6. 12m/s의 속도로 달리던 자동차가 0.4㎨의 가속도로 등가속직선운동을 하여 속도가 20m/s로 되였다. 그동안에 자동차가 달린 거리를 구하여라.

풀이: 문제에서 주어진것은 v_0=12m/s, a=0.4㎨, v=20m/s이고 구해야 할것은 달린 거리 S이다.

$$S=\frac{v^2-v_0^2}{2a}$$

에 수값들을 넣고 계산하면 S=320m이다.

답. S=320m

7. 자동차가 네거리에서 붉은 신호등앞에 멎었다. 푸른 신호등이 켜지자 자동차는 2㎨의 가속도로 운동하다가 속도가 10m/s에 이르렀을 때부터 등속운동을 하였다. 푸른 신호등이 켜진 때로부터 20s동안에 자동차가 간 거리를 구하여라.

풀이: 자동차가 등가속운동을 한 시간을 t_1라고 하자. a=2㎨, v_1=10m/s라고 하면 $at_1=v_1$로부터 t_1를 구할수 있다. t_1만한 시간동안에 자동차가 간 거리 S_1는 다음과 같다.

$$S_1=\frac{1}{2}at_1^2=\frac{v_1^2}{2a}=25\left(m\right)$$

나머지 t_2=20－t_1만한 시간동안에 간 거리는 $S_2=v_1t_2$이다.

t_1=5s이므로 S_2=150m이며 S=175m이다.

답. 175m

8. 자동보총의 총구를 빠져나가는 순간에 총알의 순간속도는 710m/s이다. 총신안에서 총알의 가속도는 얼마이며 총신을 지나는데 걸리는 시간은 얼마인가? 총신의 길이는 41.5cm이다.

풀이: 문제에서는 지적하지 않았지만 총신안에서 총알의 운동은 등가속직선운동이라고 보아야 한다. 그리고 총신의 길이는 0.415m로 보고 계산해야 한다. 총신을 지나가는데 걸리는 시간을 t라고 하면 $v=at,\ \ S=\frac{1}{2}at^2$이므로

$$t=\frac{2S}{v}=\frac{2\times0.415}{710}=1.169\times10^{-3}\left(s\right)$$

$$a=\frac{v}{t}=\frac{v^2}{2S}=6.073\times10^5\left(m/s^2\right)$$

답. a=6.07×10⁵ ㎨, t=1.17×10⁻³s

9. 어느 한 정류소에서 떠난 뻐스가 등가속운동을 하여 어떤 자리를 지나가는 순간에 그것의 속도가 6m/s로 되였다. 이 거리의 절반되는 곳에 도달했을 때 뻐스의 속도는 얼마였겠는가?

풀이: 이 문제는 공식

$$v = at,\ \ S = \frac{1}{2}at^2$$

을 리용하여 풀수 있다. $S_1 = S/2$이 되는 곳에 도달했을 때 뻐스의 속도를 v_1, 시간을 t_1 라고 하면

$$S_1 = \frac{1}{2}at^2,\ \ v_1 = at_1$$

이다. 이로부터 먼저 t_1 를 다음과 같이 구할수 있다.

$$\frac{t_1^2}{t^2} = \frac{S_1}{S} = \frac{1}{2},\ \ t_1 = \frac{t}{\sqrt{2}}$$

다음으로 $\frac{v_1}{v} = \frac{t_1}{t} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 이므로 $v_1 = \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{1.414}{2}v = 4.242\,6$ (㎧)이다.

답. 4.242 6m/s

10. 기차가 운동하기 시작했을 때 기차의 앞끝 땅우에 서있던 사람의 곁을 첫번째 차량이 지나가는데 4s의 시간이 걸렸다. 그 사람의 곁을 7번째 차량이 지나가는데 걸리는 시간은 얼마이겠는가?

풀이: 여기서 기차가 처음속도가 령인 등가속직선운동을 한다고 보아야 한다. 그리고 모든 차량의 길이는 같다. 한개 차량의 길이를 S_1 이라고 하고 nS_1 만한 거리를 지나가는데 걸리는 시간을 t_n 이라고 하면

$$nS_1 = \frac{a}{2}t_n^2$$

이며 따라서

$$t_n = \sqrt{\frac{2}{a}nS_1} = \sqrt{n}t_1$$

이다. 문제에서는 t_1=4s라는것이 주어졌으며 $\Delta t = t_7 - t_6$ 을 구하여야 한다.

$$\Delta t = \left(\sqrt{7} - \sqrt{6}\right)t_1 = 0.8(s)$$

답. 약 0.8s

11. 역에 들어서는 기차의 첫번째 차량이 땅우에 서있는 사람의 곁을 4s동안에 지나갔다. 두번째 차량은 5s동안에 그 사람의 곁을 지나갔다. 첫번째 차량의 앞끝이 그 사람이 서있는 곳으로부터 75m거리에

있는 곳에 멈춰섰다면 기차의 가속도는 얼마인가? 기차의 운동은 등감속직선운동으로 보아라.

풀이: 두 차량이 지나가는데 걸린 시간은 9s이다. 처음속도를 v_0, 가속도를 $-a$라고 표시하고 t_1=4s, t_2=9s라고 하면

$$v_0 t_2 - \frac{1}{2} a t_2^2 = 2\left(v_0 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 \right)$$

이며 이로부터 v_0=24.5a를 얻는다. 기차가 멎을 때까지 운동한 시간을 t로 표시하면

$$v = v_0 - at = 0,$$

$$S = \frac{1}{2} v_0 t = 75m$$

이다. 이로부터 $t = \frac{v_0}{a} = 24.5(s)$를 얻으며

$$S = \frac{v_0^2}{2a} = 75(m), \quad a = \frac{2 \times 75}{24.5^2}$$

에 의하여 a를 계산하면 a=0.25㎨을 얻는다.

답. 가속도는 −0.25㎨이다.

12. 처음속도가 v_0인 물체가 등가속직선운동을 하여 t만한 시간동안에 S만한 거리를 갔다. T순간의 순간속도는 얼마인가?

풀이: $v = v_0 + aT$ 에 의하여 v를 계산하자면 a를 알아야 한다. 그것은

$$S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

으로부터 구하면 다음과 같다.

$$a = \frac{2(S - v_0 t)}{t^2}$$

이것을 $v = v_0 + aT$ 에 넣고 정돈하면 다음식을 얻는다.

$$v = \frac{1}{t^2}\left[2ST + v_0 t (t - 2T) \right]$$

답. $v = \frac{1}{t^2}\left[2ST + v_0 t (t - 2T) \right]$.

특히 T=t이면 다음과 같다.

$$v = \frac{2S - v_0 t}{t}$$

13. 물체가 일정한 가속도 a를 가지고 직선길을 따라서 운동하기 시작하였다. 운동을 시작한지 t' 시간후 물체의 가속도가 크기는 같고 방향이 반대로 되였다. 물체가 운동하기 시작한 때로부터 처음자리로 돌아올 때까지의 시간 t를 구하여라.

풀이: 이 문제에서 주어진것은 t' 뿐이다. 그러므로 t' 를 통하여 t를 표시하는 공식을 얻어야 한다. 처음에 물체가 가진 가속도를 a로 표시하고 t' 만한 시간동안에 지나간 거리를 S_0 으로 표시하면

$$S_0 = \frac{1}{2}a(t')^2, \quad v_0 = at'$$

이다. t' 이후의 운동은 처음속도가 v_0이고 가속도가 $-a$인 등감속직선운동이다. 물체가 멎을 때까지 운동한 시간을 t_1 이라고 하면 $v_0 - at_1 = 0$ 이고 그동안에 지나간 거리는

$$S_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2}at_1^2 = \frac{1}{2}at_1^2$$

이다. 그런데

$$t' = v_0 / a, \quad t_1 = v_0 / a$$

이므로 $t_1 = t'$ 이다.

물체가 멎은 때로부터 처음자리로 돌아올 때까지 지나간 거리는 $S_2 = S_0 + S_1$ 이며 걸린 시간을 t_2 이라고 하면 $S_2 = at_2^2 / 2$이다. 그러므로 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\frac{a}{2}t_2^2 = \frac{a}{2}(t')^2 + \frac{a}{2}t_1^2,$$

$$t_2^2 = (t')^2 + t_1^2 = 2(t')^2$$

$$t_2 = \sqrt{2}t'$$

전체 시간은 $t' + t_1 + t_2 = \left(2 + \sqrt{2}\right)t'$이다.

답. $t = \left(2 + \sqrt{2}\right)t' = 3.414\ 2t'$

14. 물체가 270m의 높이에서 자유락하한다. 이 높이를 세 구간으로 나누되 매 구간을 지나가는 시간이 같게 하여라.

풀이: 첫 구간을 지나가는 시간을 t_1 라고 하고 둘째 구간이 지나가는 시간을 t_2, 전체 구간을 지나가는 시간을 t라고 하면 $t_1 = t/3$, $t_2 = 2t/3$이다.

t시간동안에 지나간 거리는 t^2 에 비례하므로

$$S_1 = \frac{1}{9}S,$$

$$S_2 + S_1 = \frac{4}{9}S$$

이며 이로부터 S_1 =30m, S_2 =90m, S_3 =150m라는 결론이 나온다.

답. 30m, 90m, 150m

15. 자유락하하는 물체가 어떤 두 시각 t_1와 t_2사이에 떨어진 거리는 14.7m이고 $t_2 - t_1$ =0.6s이다. 떨어지기 시작한 시각을 0이라고 하면 t_1의 값은 얼마인가? t_2시각의 속도는 얼마인가?

풀이: $S = \frac{1}{2}gt^2 = 4.9t^2$ 이므로

$$t_2^2 - t_1^2 = \frac{14.7}{4.9} = 3\left(s^2\right)$$

이다. $t_2 - t_1$ =0.6s이므로 $t_2 + t_1$ =5s이며 t_1 =2.2s이다. t_2 =2.8s인 순간의 속도는

$$v_2 = 9.8t_2 = 27.44\ \text{m/s}$$ 이다.

답. t_1 =2.2s, v_2 =27.44m/s²

16. 드림선을 따라 5m/s의 속도로 올라가고있는 기구에서 물체를 가만히 놓았다. 물체가 땅에 떨어질 때까지 6s 걸렸다면 물체를 놓는 순간에 기구는 얼마만한 높이에 있었는가? g=10m/s²이라고 보아라.

풀이: 구하려는 높이를 H로 표시하면 t순간에 물체의 높이는

$$S = H + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = H + 5t - 5t^2$$

이다. t=6s일 때 S=0이므로 H=5×6² −5×6=150(m)이다.

답. 150m

17. 땅바닥에서 20m/s의 속도로 드림선을 따라 물체를 우로 던지는 순간에 10m의 높이에서 다른 물체가 자유락하하기 시작하였다. 두 물체는 몇s후에 만나겠는가? 만나는 점의 높이를 구하여라.

풀이: v_0 =20m/s, H=10m로 표시하고 두 물체가 만나는 순간을 t라고 하면

$$v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = H - \frac{1}{2}gt^2$$

이며 이로부터 $t = \frac{H}{v_0} = 0.5\left(s\right)$이다. 만나는 점의 높이는 다음과 같다.

$$H-\frac{9.8}{2}\times 0.5^2=8.775(m)$$

답. 0. 5s, 8. 775m

18. 지붕끝에서 물방울이 떨어지고있다. 두번째 물방울이 떨어진 후 1초 지나서 첫번째 물방울과 두번째 물방울사이의 거리가 14. 7m로 되였다면 두 물방울은 지붕우에서 어떤 시간간격으로 떨어졌는가? 공기의 저항은 무시하여라.

풀이: 첫번째 물방울이 떨어진 시간을 t_1, 두번째 물방울이 떨어진 시간을 t_2 이라고 하면 문제의 조건에 의하여 t_2 =1s이다. 이때 두 물방울이 떨어져서 내려온 거리는 각각 $S_1=4.9t_1^2$, $S_2=4.9t_2^2$ 이다. 그리고 S_1-S_2 =14. 7m이므로

$$t_1^2-t_2^2=\frac{14.7}{4.9}=3(s^2)$$

이다. 이로부터 $t_1^2=4s^2$, $t_1=2s$ 라는것이 나온다. 즉 t_1-t_2 =1s이다.

답. 1s

19. 높은 곳에서 물체 A를 떨구고 그때로부터 t_0 후에 같은 높이에서 물체 B를 떨구었다. 물체 B에 대하여 물체 A는 어떤 운동을 하는가? 물체 B를 떨군 다음 t만한 시간이 지나서 물체사이의 거리는 얼마인가?

풀이: 물체 A와 물체 B가 내려온 거리는 각각 다음과 같다.

$$S_A=\frac{g}{2}(t_0+t)^2,\quad S_B=\frac{g}{2}t^2$$

그것들사이의 거리는 다음과 같다.

$$S=S_A-S_B=\frac{g}{2}t_0^2+gt_0t$$

B에 대한 A의 속도는 gt_0 과 같으며 일정하다.

답. B에 대하여 A는 gt_0 의 속도로 등속직선운동을 하며 두 물체사이의 거리는 다음과 같다.

$$S=\frac{g}{2}t_0^2+gt_0t$$

20. 돌을 자유락하시킨 다음 2s 지나서 다른 돌을 같은 높이에서 내려던져 그때로부터 3s후에 처음 돌을 맞히려고 한다. 내려던진 돌의 처음속도는 얼마이며 부딪친 곳은 어디인가?

풀이: 처음에 자유락하시킨 돌이 내려간 시간은 t_1 =5s이고 내려던진 돌이 내려간 시간은 t_2 =3s이며 그것의 처음속도는 v_0 이다. 그것

들이 내려간 거리는 각각

$$S_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 = 122.5(m),$$

$$S_2 = v_0 t_2 + \frac{1}{2}gt_2^2 = v_0 t_2 + 44.1(m)$$

이다. $S_1 = S_2$ 이므로 v_0은 다음과 같다.

$$v_0 = \frac{122.5 - 44.1}{3} = 26.133 \text{ m/s}$$

이때 $S_1 = S_2$ 이 돌을 자유락하시킨 자리로부터 내려간 거리이다.

답. 26.13m/s, 돌을 자유락하시킨 곳으로부터 122.5m 되는 곳.

21. 물체를 드림선을 따라 우로 던질 때 최고높이까지 올라가는데 걸리는 시간과 그 절반을 올라가는데 걸리는 시간의 비는 처음속도에 관계없이 일정하다는것을 증명하여라.

풀이: 처음에 우로 던질 때의 속도를 v_0이라고 하면 t순간에 속도와 올라간 높이는 각각 다음과 같다.

$$v = v_0 - gt, \quad S = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

최고높이에서는 $v=0$이므로 거기까지 올라가는데 걸리는 시간은 $t_1 = v_0/g$이고 최고높이는

$$S_1 = v_0 t - \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{v_0^2}{2g}$$

이다. 이것의 절반만한 높이까지 올라가는데 걸리는 시간을 t_2이라고 하면

$$v_0 t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 = \frac{1}{2}S_1 = \frac{v_0^2}{4g}$$

이다. 이로부터 t_2은 다음과 같다.

$$t_2 = \frac{v_0}{g} - \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{v_0}{g}$$

따라서 비 $\frac{t_1}{t_2}$는 다음과 같다.

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = 2 + \sqrt{2} = 3.414$$

22. 비오는 날 우산을 쓰고 갈 때 바람이 불지 않아도 왜 우산을 앞으로 약간 기울이는가?

답. 사람이 서있는것으로 생각하면 비는 사람이 걷는것과 반대방향으로 사람이 걷는 속도와 같은 수평방향의 속도를 가지게 될것이다. 그러므로 비는 일정한 경사각을 지어 내려오는것으로 되며 비를 맞지 않자면 우산을 그만한 각도로 앞으로 약간 기울여야 한다.

23. 흐르지 않는 물에서 배의 속도가 강물의 속도의 n배이다. 배가 강물을 거슬러 올라가는데 걸리는 시간은 강물의 흐름을 따라 같은 거리를 내려가는데 걸리는 시간의 몇배인가?

풀이: 강물의 속도를 v_1, 땅에서 본 배의 속도를 v_2이라고 하면 강물이 흐른다는것을 고려할 때 올라갈 때에는 $v_2=(n-1)v_1$이고 내려갈 때에는 $v_2=(n+1)v_1$이다.

배가 지나간 거리를 S라고 하면 올라가는데 걸린 시간은

$$t_1=S/[(n-1)v_1]$$

이고 내려가는데 걸린 시간은

$$t_2=S/[(n+1)v_1]$$

이며 그것들의 비는 다음과 같다.

$$\frac{t_1}{t_2}=\frac{n+1}{n-1}$$

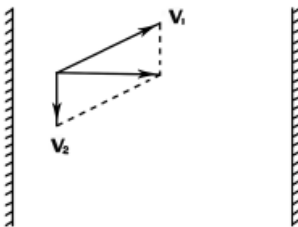
답. $\frac{t_1}{t_2}=\frac{n+1}{n-1}$배

24. 배가 강기슭에 대하여 45° 의 방향으로 4m/s의 속도로 강을 건너간다. 강을 건너가는데 2분 걸렸다면 강의 너비는 얼마인가?

풀이: 강에 수직인 방향의 속도는 $2\sqrt{2}$㎧이고 그런 속도로 강을 건너가는데 걸린 시간은 120s이므로 강의 너비는 $2\sqrt{2}\times120$m=339.408m이다.

답. 약 339.4m

25. 흐르지 않는 물에서 v_1의 속도로 헤염치는 사람이 v_2의 속도로 흐르는 강물을 따라 ℓ만한 거리를 왕복하는데 걸리는 시간이 t_1이고 그 강에 수직인 방향으로 ℓ만한 거리를 왕복하는데 걸리는 시간이 t_2이라면 t_1는 t_2의 몇배인가?

그림5－6. 강에 수직인 방향으로 건너갈 때 사람의 속도

풀이: 강에 수직인 방향으로 강을 건느자면 사람은 강물과 반대방향으로 v_2만한 속도성분을 가지도록 헤염방향을 정해야 한다. 이때 강에 수직인 방향의 속도는

$$\sqrt{v_1^2-v_2^2}$$

이다. 이런 속도로 2ℓ만한 거리를 지나가자면

$$t_2 = \frac{2\ell}{\sqrt{v_1^2 - v_2^2}}$$

만한 시간이 걸린다. 강을 따라 내려갈 때의 속도는 $v_1 + v_2$이고 강물을 거슬러 올라갈 때의 속도는 $v_1 - v_2$이므로 t_1는 다음과 같다.

$$t_1 = \frac{\ell}{v_1 + v_2} + \frac{\ell}{v_1 - v_2} = \frac{2v_1\ell}{v_1^2 - v_2^2}$$

이로부터 t_1와 t_2의 비는 다음과 같다.

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{v_1}{\sqrt{v_1^2 - v_2^2}}$$

답. $\frac{v_1}{\sqrt{v_1^2 - v_2^2}}$

26. 서로 2km거리에 떨어져있는 두 항구 A와 B에서 두 배가 동시에 떠난다. 한 배는 v_1의 속도로, 다른 배는 v_2의 속도로 간다. 첫 배의 운동방향은 직선 AB와 30°의 각을 이루며 둘째 배는 60°의 각을 이룬다. $v_2 = \sqrt{3}v_1$ 라면 두 배사이의 가장 가까운 거리는 얼마인가?(그림5－7)

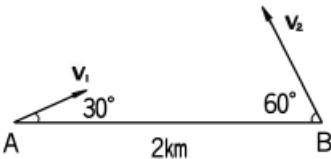



그림5－7. 두 배의 운동

풀이: A를 자리표원점으로 취하고 AB의 방향을 x축으로, 그에 수직인 방향을 y축으로 취하자. t순간에 A에서 출발한 배의 자리표는

$$x_1 = v_1 t\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}v_1 t,\quad y_1 = v_1 t\sin 30^\circ = \frac{1}{2}v_1 t$$

이며 A로부터의 거리는 $L_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = v_1 t$이다. B에서 출발한 배의 자리표는 같은 순간에

$$x_2 = 2\ 000m - \frac{1}{2}v_2 t,\quad y_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}v_2 t$$

이다. 이때 A에서 출발한 배에 대하여 본 B에서 출발한 배의 상대자리표는 각각 다음과 같다.

$$x = 2\ 000 - \sqrt{3}v_1 t,$$

$$y = \frac{3}{2}v_1 t - \frac{1}{2}v_1 t = v_1 t$$

두 배사이의 거리 S는 다음과 같다.

$$S = \sqrt{x^2 + y^2} = \left[\left(2\ 000 - \sqrt{3}v_1 t\right)^2 + v_1^2 t^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

S가 최소이면 S^2 도 최소이다.

$$S^2 = 4(v_1 t)^2 - 4\ 000\sqrt{3}v_1 t + 4\times10^6 = (2v_1 t - 1\ 732)^2 + 10^6$$

이것은 v_1t=866m일 때 최소값 10^6 ㎡을 가지며 따라서 S의 최소값은

1 000m=1km이다.

답. 두 배사이의 최소거리는 1km이다.

27. 미끄러지지 않고 돌아가는 자동차바퀴의 테두리우에 있는 점 A, B, C, D의 땅에 대한 상대속도를 구하여라. 자동차바퀴의 각속도는 $10s^{-1}$, 반경은 50cm이다. (그림 5-8)

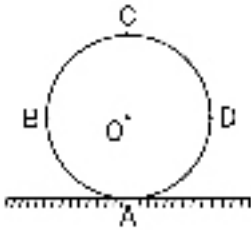



그림 5-8. 굴러가는 바퀴

풀이: 순간속도를 구할 때에는 순간적으로 A는 멎어있다고 볼수 있으므로 v_A=0이다. O에 대하여 A는 $v = r\omega$ =5m/s의 속도를 가지고 C도 같은 크기의 속도를 가지지만 방향이 반대이다. 그러므로 A에 대한 C의 속도는 v_c=10m/s이다. B점은 AB=$\sqrt{2}r$의 반경을 가지고 ω의 각속도로 돌아가는것으로 볼수 있다. 그것의 방향은 AB와 90° 의 각을 이루며 수평면과는 45° 의 각으로 우로 향한다. 즉 v_B의 크기는 $\sqrt{2}r\omega = 7.07$ ㎧이다. D의 속도의 크기도 7.07m/s이며 방향은 수평방향에 대하여 45° 아래방향이다.

28. 다음 물음에 대답하여라.

ㄱ) 《빠르다》와 《빨라진다》라는 말은 어떤 뜻에서 다른가?

ㄴ) 가속도가 0인 운동은 어떤 운동인가?

ㄷ) 접선가속도가 0인 원운동은 어떤 운동인가?

ㄹ) 법선가속도가 0인 운동은 어떤 운동인가?

답. ㄱ) 《빠르다》는것은 속도의 값이 크다는것을 의미하며 《빨라진다》는것은 가속도의 방향이 속도의 방향과 같으므로 속도가 커진다는것을 의미한다.

ㄴ) 가속도가 0인 운동은 등속직선운동이다.

ㄷ) 등속원운동이다.

ㄹ) 법선가속도가 0이면 속도의 방향이 변하지 않으며 따라서 직선운동이다.

29. 다음 문장들이 옳은 문장으로 되기 위한 조건은 무엇인가?

ㄱ) 각속도가 $2s^{-1}$인 물체는 2s동안에 4rad만큼 돌아간다.

ㄴ) 가속도가 0.2㎨인 물체가 5s동안에 가는 거리는 10m이다.

ㄷ) 속도가 2m/s인 사람이 10s동안에 가는 거리는 10m이다.

ㄹ) 원운동하는 물체의 향심가속도는 반경에 거꿀비례한다.

풀이: ㄱ) 각속도 ω가 일정하고 원운동을 한다면 맞는다.

ㄴ) t시간동안에 지나가는 거리는

$$S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

이므로 v_0＝0.5㎧이고 등가속직선운동인 경우에만 맞는다.

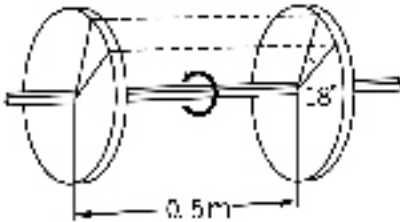
ㄷ) 등속직선운동이면 10s동안에 20m의 거리를 가므로 감속운동이라야 맞는다.

ㄹ) $a_{향}$에 대한 공식은 여러가지 모양으로 쓸수 있다.

$$a_{향} = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$$

그러므로 선속도 v가 일정한 경우에만 향심가속도는 반경에 거꿀비례한다.

그림 5－9. 총알의 속도측정

30. 두개 원판이 하나의 축에 붙어서 n＝60s^{-1}의 회전수로 돌고있다. 축에 평행되게 날아가는 총알이 이 두 원판을 뚫고 지나갔다. 두 원판사이의 거리가 d＝0.5m이고 두 원판에 뚫린 구멍이 서로 φ＝18°의 각으로 어긋났다면 총알의 속도는 얼마인가?(그림 5－9)

풀이: 총알이 d만한 거리를 날아가는데 걸리는 시간을 t, 총알의 속도를 v라고 하면 vt＝d이다. 따라서 t를 구해야 한다.

각속도를 ω라고 하면 ω＝2πn＝120πs^{-1}이며 φ＝ωt이므로 t는

$$t = \frac{\pi}{\omega} = \frac{1}{1\,200}(s)$$

이다. 따라서 v는 다음과 같다.

$$v = \frac{d}{t} = 600\,㎧$$

답. 600m/s

31. 그림 5－10과 같은 피대전동장치가 있다. $R_2 < R_1$이라면 큰 바퀴와 작은 바퀴의 테두리에 있는 점 A, B의 향심가속도가운데서 어느것이 더 큰가?

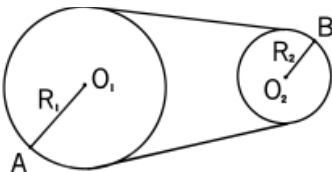



그림 5－10. 피대전동장치

풀이: 원운동할 때 향심가속도의 값은

$$a_{향} = \frac{v^2}{R}$$

과 같으며 여기서 v는 선속도이다. 이

경우에는 선속도가 일정하므로 향심가속도의 값은 원의 반경에 거꿀비례한다. 따라서 B의 향심가속도가 더 크다.

32. 2m의 반경을 가지고 등가속원운동하는 물체의 어떤 순간의 접선가속도가 3㎨, 법선가속도가 4㎨이다. 이 순간에 물체의 속도는 v이며 전가속도의 크기는 a이고 방향은 접선방향과 α의 각을 이룬다. 10s후에 물체의 속도는 v_1이고 접선가속도는 $a_{\parallel}$이며 법선가속도는 $a_{\perp}$이다. 문자로 표시한 량들의 값을 구하여라.

풀이: t=0인 순간의 속도를 v_0이라고 하면 $v = v_0 + a_t t$이다. 여기서 a_t는 접선가속도이다. 법선가속도는 향심가속도와 같으며

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

이다. 이로부터

$$v = \sqrt{ra_n} = \sqrt{2 \times 4} = 2\sqrt{2} = 2.828\ 4\ (㎧)$$

이다. 전가속도의 크기는 $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = 5$㎨ 이다. 전가속도와 접선사이의 각 α는

$$\tan\alpha = \frac{a_n}{a_t} = \frac{4}{3}$$

에 의하여 결정된다.

$$v_1 = v + 10a_t = 32.828\ 4\ (㎧)$$

이며 접선가속도는 일정하므로 $a_{\parallel}$=3㎨이고 법선가속도는

$$a_{\perp} = \frac{v_1^2}{r} = 1\ 077.8㎨이다.$$

33. 원운동하는 물체가 $n_1 = 10s^{-1}$의 회전수로 200바퀴 돌다가 $n_2 = 5s^{-1}$의 회전수로 50바퀴 돌았다면 전체 시간에 대한 평균각속도는 얼마인가.

풀이: 이 문제를 풀자면 돌아간 전체 각 φ와 걸린 시간 t를 구해야 한다. $t = t_1 + t_2$, $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$이라고 볼수 있다. $n_1 = 10s^{-1}$의 회전수로 200바퀴 돌자면 t_1 =20s만한 시간이 걸리며 이때 φ_1=400π이다. 마찬가지로 t_2 =10s, φ_2=100π이다. 그러므로 t=30s, φ=500π이며 평균각속도는 다음과 같다.

$$\overline{\omega} = \frac{\varphi}{t} = 52.36s^{-1}$$

답. $52.36s^{-1}$

34. 반경이 10m인 원을 따라 도는 물체의 속도가 일정한 비률로 계속 커진다. 움직이기 시작하여 5번 돌았을 때의 선속도가 10㎧이면 움

직이기 시작하여 20s지난 순간의 향심가속도는 얼마인가?

풀이: 물체의 가속도를 a라고 하면 선속도는 $v=at$이고 이동한 거리는

$$S=\frac{1}{2}at^2$$

이다. 5번 돌았을 때 지나간 거리는 S=10πr이고 이때 선속도는 at=10㎧이다.

$$\frac{S}{v}=\frac{t}{2}=\frac{100\pi}{10},\quad t=20\pi\,(s)$$

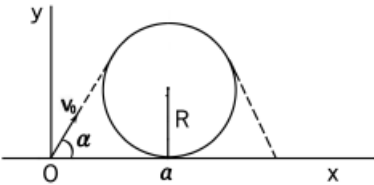
t_1=20s인 순간에 선속도는 $v_1=at_1$인데 $a=\frac{1}{2\pi}$(㎨)이므로

$$a_{향}=\frac{v_1^2}{r}=\frac{1}{10}\,\frac{400}{4\pi^2}=\frac{10}{\pi^2}\approx 1$$

답. 약 1㎨

35. 땅면에 반경이 R인 구모양의 물탕크가 있다. 땅겉면에서 던진 돌이 탕크의 정점을 지나 날아가게 하려면 최소한 얼마의 속도로 던져야 하는가? 이때 돌을 수평면과 어떤 각도로 던져야 하는가?

풀이: 그림 5－11에 돌이 날아가는 모양을 보여주었다. t=0 순간에 v_0의 속도로 수평면과 α의 각으로 돌을 던지면 t순간에 x, y, v_y는 각각 다음과 같이 된다.

$$x=v_0t\cos\alpha,$$

$$y=v_0t\sin\alpha-\frac{1}{2}gt^2,$$

$$v_y=v_0\sin\alpha-gt$$

그림 5－11. 돌이 날아가는 모양

돌이 탕크의 정점을 지나가는 순간에는 v_y=0, y=2R로 되여야 한다. 이로부터

$$t=\frac{v_0}{g}\sin\alpha,\quad \frac{v_0^2}{2g}\sin^2\alpha=2R,\quad a=\frac{v_0^2}{2g}\sin 2\alpha$$

를 얻는다. 이 순간에 돌은 반경이 R인 원을 따라 돌므로 향심가속도는

$$a_{향}=\frac{1}{R}(v_0\cos\alpha)^2$$

과 같으며 이것이 지구중력가속도 g와 같아야 한다. 이로부터 $v_0^2\cos^2\alpha=gR$를 얻는다. 한편 $v_0^2\sin^2\alpha=4gR$이다.

이 두 공식으로부터 $v_0=\sqrt{5gR}$, $\tan\alpha=2$라는 결론이 나온다. 이것을 고려하면 a=2R라는것이 얻어진다.

제6장 힘과 평형

오늘날 물리학에서 쓰는것과 같은 의미에서 힘의 개념을 처음으로 쓰기 시작한 학자는 뉴톤이였다. 그이전에도 힘의 개념을 써왔으며 힘의 평형에 대한 문제도 많이 연구하였다. 그러나 힘과 물체의 운동을 련관시킨것은 전적으로 뉴톤의 업적이다. 뉴톤의 운동법칙에서 힘은 매우 중요한 역할을 논다. 이것을 념두에 두면서 이 장에서는 힘의 성질과 힘의 구체적인 실례들을 살펴보게 된다.

제1절 벡토르의 개념

힘은 크기와 방향에 의하여 특징지어지는 량이다. 이렇게 크기와 방향으로 특징지어지는 량을 벡토르라고 부른다. 속도, 가속도와 같은것도 역시 벡토르이다. 수학에서는 벡토르라고 할 때 그것을 공간의 어떤 점에서 생각하는가 하는것을 따지지 않는다. 즉 벡토르는 공간에서 마음대로 평행이동할수 있으며 평행이동하여 원점을 일치시켰을 때 두 벡토르가 같은 크기와 같은 방향을 가진다면 그것들은 같은 벡토르라고 본다. 물리학에서는 이런 성질을 가지는 벡토르를 자유벡토르라고 부른다.

그러나 힘은 자유벡토르라고 볼수 없다. 실례로 책상우에 놓여있는 책의 오른쪽끝을 잡아당길 때와 왼쪽끝을 같은 크기의 힘으로 같은 방향으로 잡아당길 때 책이 이동하는것을 보면 전혀 다르다. 이것은 힘의 경우에 그것이 물체의 어느 점에 작용하는가 하는것이 중요하다는것을 보여준다. 그러므로 힘은 작용점과 작용방향 및 크기를 지적해야 완전히 결정된다. 이렇게 작용점을 반드시 고려해야 하는 경우에 그러한 벡토르를 속박벡토르라고 부른다. 그밖에 미끄럼벡토르라는것도 있다. 실례로 고체에 힘을 주는 경우에 힘의 작용방향으로 그은 직선우의 어느 점에 힘을 주든지 그 효과는 같다. 이런 경우에는 힘의 작용점보다도 그것의 작용선만 지적하면 된다. 즉 같은 작용선우에 있는 두 점에 그 작용선과 같은 방향으로 주는 두 힘은 그것의 작용점에 관

계없이 같은 효과를 나타낸다. 이와 같이 작용선, 작용방향 및 크기에 의하여 결정되는 벡토르를 미끄럼벡토르라고 부른다. 이렇게 물리학에서 만나는 벡토르는 속박벡토르, 미끄럼벡토르 및 자유벡토르로 갈라볼수 있다. 같은 벡토르라고 하여도 그것을 어떤 측면에서 보는가 하는데 따라 속박벡토르로 보아야 하는 경우도 있고 자유벡토르로 보아도 하는 경우도 있다. 여러개 벡토르의 합을 생각하는 경우도 있다. 이때는 두개씩 더하는 방법으로 여러개 벡토르의 합을 구한다. 두 벡토르 $\vec{a_1}$, $\vec{a_2}$의 합은 평행4변형법으로 구할수 있다. 즉 두 벡토르의 시작점들을 일치시켜 평행4변형을 그리면 그것의 대각선이 $\vec{a_1}$와 $\vec{a_2}$의 합이다. 또는 $\vec{a}_1$의 끝점과 $\vec{a}_2$의 시작점을 맞추면 $\vec{a}_1$의 시작점으로부터 $\vec{a_2}$의 끝점까지 그은 벡토르가 $\vec{a_1}+\vec{a_2}$로 된다. 이것을 새로운 벡토르로 보고 거기에 $\vec{a_3}$을 더하면 $\vec{a_1}+\vec{a_2}+\vec{a_3}$을 얻는다. 이런 식으로 여러개의 벡토르들의 합을 구할수 있다. 이와 달리 한개 벡토르를 두개 벡토르의 합으로 표시하려고 하면 매개 벡토르에 대하여 일정한 가정을 해야만 두개 벡토르를 구할수 있다. 이런 문제는 특히 힘을 두 분력으로 가르는 경우에 제기된다. 물체의 운동과 관련하여 변위벡토르를 생각할 필요가 제기된다. 변위벡토르라는것은 운동하기 시작한 점에서 운동이 끝난 점까지 그은 벡토르이다. 곡선운동의 경우에 변위벡토르의 크기는 운동한 거리와 같지 않다. 가령 물체가 운동하다가 처음자리로 되돌아 왔다면 그동안에 상당한 거리를 이동하였다고 하여도 변위는 령으로 된다.

제2절 힘과 그의 표시방법

힘이라는 개념은 고대그리스철학자 아리스토텔레스가 처음으로 내놓았다. 그는 모든 물체의 운동을 외부힘을 받지 않고 저절로 일어나는 자유운동과 외부힘에 의하여 일어나는 강제적운동으로 갈라보았다. 불길이 우로 올라가는것과 돌이 아래로 떨어지는것은 어떤 외부작용도 받지 않고 저절로 일어나는 자유운동이라고 보았다. 그러나 마차는 그것을 말이 끌 때에만 움직이고 말이 끌지 않으면 멎어서고만다. 이때 말은 마차에 힘을 주며 그 힘때문에 마차가 움직이므로 마차의 운동은 강제적운동이다. 여기서 아리스토텔레스가 무엇을 생각하지 못하였는가? 그것은 그가 힘이라고 할 때 접촉힘만 있다고 생각하였으며 비접촉힘도 있다는것을 알지 못하였던것이다. 접촉힘이라는것은 두 물체가 서로 닿아있을 때에 작용하는 힘이다. 말이 마차를 끌수 있는것은 말이 마차와 잇닿아있기때문이다. 즉 말이 마차에 주는 힘은 접촉힘이

다. 아리스토텔레스가 물리학에서 힘이라는 개념을 받아들인것은 큰 성과였다고 해야 할것이다. 그러나 그는 힘과 물체의 운동사이의 관계를 옳게 밝히지 못하였다. 이 관계는 갈릴레이가 관성의 법칙을 발견한 다음에 비로소 밝혀질수 있었다.

갈릴레이는 모든 물체가 아래로 떨어지는것은 지구가 물체를 끌어당기기때문이라는것을 처음으로 밝혔다. 그리고 그는 공기의 저항에 대해서도 알고있었다. 그래서 진공속에서는 새깃털과 무거운 돌멩이가 같은 속도로 떨어질것이라고 주장하였다.

그러나 이런 실험은 갈릴레이의 제자인 또리첼리가 하였다. 그리하여 실지로 진공속에서는 새깃털과 돌멩이가 같은 속도로 떨어진다는것이 실험에 의하여 증명되였다. 공기의 저항력도 역시 접촉힘이다. 그것은 공기분자들과 떨어지는 물체가 닿으면서 공기분자들이 물체의 운동을 방해하기때문에 생기는 힘이기때문이다. 자동차가 도로를 따라 달릴 때 자동차바퀴와 도로사이에는 마찰힘이 작용하는데 이것도 역시 접촉힘이다. 용수철이 늘어났을 때 그것은 줄어들려고 한다. 그러므로 용수철끝에 매단 물체에 힘이 작용하는데 이것도 역시 접촉힘이다.

그러나 자연에는 비접촉힘도 많다. 지북침의 바늘은 언제나 북쪽을 가리키는데 이것은 지북침의 바늘에 어떤 힘이 작용한다는것을 보여준다. 지구는 거대한 자석과 같이 볼수 있는데 그 자석이 지북침의 북극과 남극에 힘을 주는것이다. 이것은 자기마당이 주는 힘인데 그것은 힘을 주는 물체와 그 힘을 받는 물체가 닿아있지 않는 상태에서 작용하는것이므로 비접촉힘이다. 전기띤 두 물체사이에도 힘이 작용하는데 이때 두 물체는 닿아있지 않으며 따라서 전기적힘도 비접촉힘이다. 지구를 비롯한 행성들이 태양주위로 돌아가며 달이 지구주위로 돌아가고 있는것은 만유인력이 작용하기때문이다.

그것도 역시 비접촉힘이다. 이렇게 놓고보면 자연에서는 비접촉힘이 매우 중요한 역할을 논다는것을 알수 있다.

힘은 일반적으로 속박벡토르이기때문에 힘을 표시하자면 그것이 작용하는 점과 힘의 방향 및 힘의 크기를 표시해야 한다. 그림에 힘을 표시하는 경우에는 작용점에 힘벡토르의 시작점을 표시하고 힘의 방향으로 일정한 길이의 화살을 그린다. 화살의 길이는 힘의 크기에 비례하게 긋는다. 그러자면 힘의 크기를 재는 단위가 있어야 하는데 힘을 재는 단위로서는 1N(뉴톤)을 리용한다. 그것은 1㎏의 질량을 가진 물체에 1㎨의 가속도를 주는 힘이다. 즉

1N＝1㎏ · 1㎨＝1㎏ · ㎨

이다. 그림에서 1㎝의 길이가 몇 N의 힘을 표시하는가 하는것은 우리가 고찰하는 문제에서 만나는 힘의 크기가 얼마인가 하는것에 관계된다. 힘의 크기는 그것을 표시하는 화살의 길이에 비례하게 그린다.

제3절 한점에 동시에 작용하는 힘들의 합성과 분해, 힘의 평형

일반적으로 한 물체에 한가지 힘만 작용하는 경우는 드물고 동시에 몇가지 힘이 작용하는 경우가 많다. 여러가지 힘이 작용하는 경우에는 동시에 작용하는 힘만이 합성되여 합력을 이룬다. 이 절에서는 한점에 동시에 작용하는 힘들이 어떻게 합성되는가 하는것을 살펴보겠다. 실례로 물을 담은 바께쯔를 한 사람이 들고 가기보다 두 사람이 함께 들고가면 쉽다. 이때 두 사람이 주는 힘은 손잡이의 같은 점에 작용할수 있으므로 그것은 한점에 동시에 작용하는 힘으로 된다. 가래질을 할 때에는 삽의 같은 곳에 바줄을 매고 힘을 준다. 이때 두 힘은 동시에 같은 점에 작용한다. 만일 가래줄을 당기는 두 사람이 동시에 힘을 주지 않는다면 가래질의 목적을 이룩할수 없을것이다.

한점에 동시에 작용하는 두 힘을 벡토르로 표시하고 평행4변형법에 따라 두 벡토르의 합을 구하면 합력이 얻어진다. 두 힘이 동시에 작용할 때 나타나는 효과는 같은 점에 두 힘의 합력과 같은 한개 힘이 주는 효과와 같다. 이것은 한점에 여러개 힘이 동시에 작용하는 경우에도 적용된다. 가령 한점에 동시에 $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$, $\vec{F_4}$의 네개 힘이 작용한다면 먼저 $\vec{F_1}$와 $\vec{F_2}$의 합력을 구하고 그것을 한개 힘으로 보고 그것과 $\vec{F_3}$의 합력을 구한 다음 다시 그 합력을 한개 힘으로 보고 $\vec{F_4}$과의 합력을 구하면 전체 힘의 합력이 얻어진다. 이때 어떤 순서로 힘들을 더하는가 하는것은 합력에 영향을 주지 않는다. 이것은 힘이 가지고있는 중요한 성질이며 수많은 실험들에서 확증된 법칙이다. 힘이 이렇게 합성된다는것은 결코 자명한 사실이 아니며 그것은 어디까지나 실험에 의하여 확증된 힘의 중요한 성질이라는것을 강조한다. 힘의 합성과 함께 힘의 분해도 중요한 성질이다. 한 점에 작용하는 힘을 두개 분력으로 분해하는 문제가 제기되는 경우도 적지 않다. 실례로 도끼로 나무를 팰 때 도끼에 가해지는 힘은 도끼의 량옆에 닿아있는 나무에 분력으로 작용한다. 그

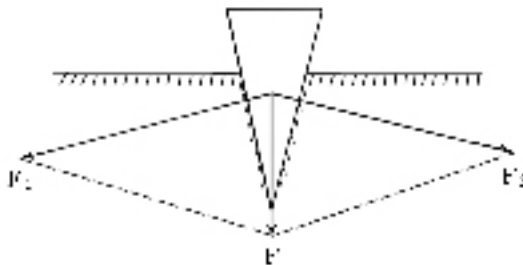



그림 6-1. 쐐기에 작용하는 힘과 그것의 분력

림 6−1에 이것을 보여주었다. 그림에서 $\vec{F}$는 쐐기에 가해지는 힘이고 $\vec{F_1}$와 $\vec{F_2}$은 그것의 분력이다. 분력들은 쐐기면에 수직인 방향으로 작용한다. 그림에서 알수 있는것처럼 매개 분력의 크기는 힘 $\vec{F}$의 크기보다 더 크다. 쐐기에 가해지는 힘이 이렇게 더 큰 분력을 주는 성질은 널리 리용된다. 이 경우에는 매개 분력의 방향이 주어지기때문에 $\vec{F}$가 주어지면 $\vec{F_1}$와 $\vec{F_2}$도 구할수 있다. 일반적으로 한개 힘을 두개 분력으로 나누자면 매개 분력의 방향이 주어지든지 또는 어느 한개 분력의 방향과 크기가 주어져야 두 분력을 구할수 있다.

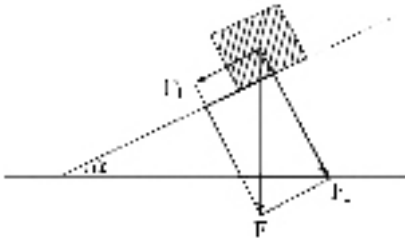



그림 6−2. 경사면에 놓여있는 물체에 작용하는 중력의 분해

한개 힘을 두개 분력으로 나누는 다른 실례로서 경사면에 놓여있는 어떤 물체에 작용하는 힘을 분해하는것을 보자. 이것을 그림 6−2에 보여주었다. 이 경우에 분력은 경사면에 평행인 성분 $\vec{F_{\parallel}}$ 및 경사면에 수직인 성분 $\vec{F_{\perp}}$이다. 그것들의 방향이 주어졌으므로 매 분력의 크기도 구할수 있다. 즉

$$F_{\parallel} = F \cdot \sin\alpha, \quad F_{\perp} = F \cdot \cos\alpha$$

이다. 왜 이 경우에 $\vec{F}$를 바로 이렇게 분해하여야 하는가? 그것은 이때 매개 분력이 주는 효과가 다르기때문이다. 경사면에 수직인 방향으로 작용하는 분력은 경사면을 내리누르는 힘으로서 작용하며 그것에 의하여 마찰력이 결정된다. 경사면에 평행인 분력은 물체로 하여금 경사면을 따라 운동하게 한다.

일반적으로 어떤 힘이 주어졌을 때 그것을 분력으로 나누는것은 힘이 일으키는 효과에 맞게 나누어야 한다. 두 벡토르가 주어졌을 때 그것들의 합과 같은 한개 벡토르를 구하는것은 결과가 유일하게 결정되지만 한개 힘벡토르를 두개 분력으로 나누는것은 결코 유일하게 되지 않는다. 대부분의 경우에 두 분력들의 방향이 주어지는데 그런 경우에는 매개 분력의 크기는 유일하게 결정된다. 한점에 여러개 힘이 동시에 작용하는 경우에 만일 그것들의 합력이 령으로 된다면 그 힘들은 평형을 이룬다. 실례로 두 팀이 바줄을 서로 반대방향으로 당기고있지만 바줄이 움직이지 않는 경우를 보면 바줄의 매 자름면에는 크기가 같고 방향이 반대인 두 힘이 작용하는데 그것들의 합력이 령으로 된다.

그러면 이것과 바줄에 아무런 힘도 작용하지 않는 경우가 같다고 볼수 있는가? 물론 그렇게 볼수 없다. 합력이 령이라는것과 아무런 힘도 작용하지 않는것사이에는 큰 차이가 있다. 바줄에 힘이 작용하는 경우에는 바줄이 팽팽하게 된다. 만일 바줄이 잡아당기는 힘에 견디지 못

하면 그것은 끊어질수도 있다. 그러나 바줄에 아무런 힘도 작용하지 않는 경우에는 물론 바줄이 팽팽한 상태에 있지 않을것이다. 만일 물체에 서로 반대방향으로 향하는 두개 힘이 동시에 작용한다면 그것은 물체를 압축하거나 잡아늘구는 작용은 할수 있지만 물체가 움직이게 하지는 못한다. 바로 물체를 움직이지 못한다는 점에서 합력이 령인 경우는 힘이 작용하지 않는 경우와 같다고 볼수 있는것이다.

제4절 한개 물체에 동시에 작용하는 힘들의 합성

일상생활과 기술에서는 한 물체의 서로 다른 곳에 힘이 작용하는 경우를 많이 만나게 된다. 책상우에 놓여있는 책의 경우에 그것의 매 부분이 지구중력의 영향을 받고있다. 그리고 책이 책상면과 닿아있는 곳에서는 우로 향하는 맞선힘이 작용한다. 이러한 힘들이 전체적으로 평형을 이루는 결과에 책은 한자리에 놓여있게 되는것이다. 그러면 작용점이 서로 다른 힘들을 합성할수 있는가? 그런 힘들을 합성하자면 힘을 자유벡토르처럼 볼수 있어야 한다. 힘들을 합성할수 있는가 하는 문제는 힘의 작용효과가 어떻게 나타나는가 하는 문제와 떼여놓고 생각할수 없다.

힘의 작용효과는 물체를 내리누르거나 잡아당기는것과 물체의 운동상태를 변화시키는것으로 나타난다. 그리고 물체가 어떤 다른 물체와 련결되여있는 경우에는 물체를 회전시키는 효과로도 나타난다. 실례로 문의 손잡이에 힘을 주면 문은 돌쩌귀주위로 돌아가는데 이것은 바로 힘이 물체(문)를 돌리는 효과이다. 전체로서의 물체의 운동을 따질 때에는 물체의 매 부분에 작용하는 힘들의 합력을 고려해야 한다. 즉 이런 측면에서는 물체의 서로 다른 부분에 작용하는 힘들의 합력이라는 개념이 의의를 가지게 된다.

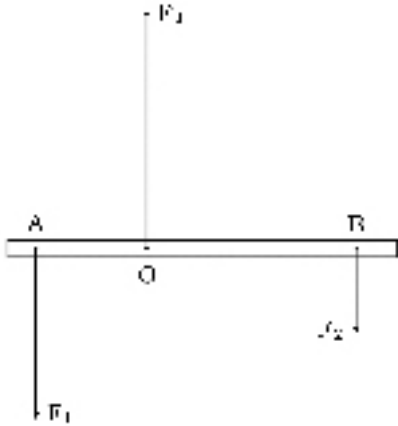



그림 6-3. 손잡이가 달린 저울에 작용하는 세개 힘과 그 합성

고체에 작용하는 힘들의 경우에 그것이 고체에 미치는 영향을 따지자면 작용점보다도 작용선이 중요

하다. 즉 같은 작용선을 따라 작용하는 힘들은 한개 점에 작용하는 힘과 꼭같은 방법으로 합성할수 있다. 나아가서 작용선들이 같은 평면우에 놓여있는 힘들은 합성할수 있다.

그러한 실례로 손잡이가 달려있는 저울에 작용하는 힘들이 어떻게 합성되는가 하는것을 생각해보자. 그림 6-3에 그러한 저울에 작용하는 세개 힘을 보여주었다. 그림에서 $\overrightarrow{F_1}$ 는 무게를 알려고 하는 물체에 작용하는 중력이고 $\overrightarrow{F_2}$ 은 저울추에 작용하는 중력이며 $\overrightarrow{F_3}$ 은 손이 손잡이를 우로 당기는 힘이다.

저울이 수평으로 되였을 때 눈금을 보고 물체의 무게를 알수 있다.

이 경우에 세개 힘은 저울의 서로 다른 자리에 작용하지만 모두 한 평면에 놓여있다고 볼수 있다. 힘 $\vec{F_1}$ 와 $\vec{F_2}$ 은 같은 방향으로 향하는 서로 평행인 힘이고 힘 $\vec{F_3}$ 은 그것들과 반대방향으로 향한다. 저울이 수평으로 놓이는것은 이 세 힘이 평형을 이루는 경우이다. 이때 $F_3 = F_1 + F_2$로 된다. 방향까지 고려하면 이것은

$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = 0$$

이라는것을 의미한다. 즉 저울에 작용하는 세 힘의 합이 령으로 될 때 저울이 평형을 이룬다. 앞으로 보겠지만 여러개 힘이 평형을 이루자면 이와 함께 힘모멘트들의 합도 령으로 되여야 한다.

이것을 좀 다른 각도에서 볼수도 있다. 즉 $\overrightarrow{F_1}$ 와 $\overrightarrow{F_2}$ 과 같이 평행인 두 힘의 합성힘의 크기와 작용점을 구하고 그것과 $\overrightarrow{F_3}$ 의 합성힘이 령으로 될 때 평형이 이루어진다고 말할수 있는것이다.

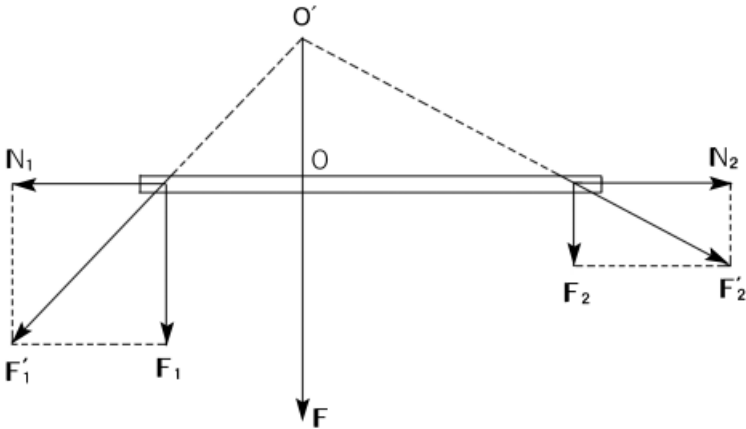



그림 6-4. 두 평행힘의 합성

이로부터 평행으로 향하는 두 힘의 합력을 구하는 문제가 제기된다.

그림 6－4에 이것을 보여주었다.

그림에는 평행인 두 힘 $\overrightarrow{F_1}$와 $\overrightarrow{F_2}$의 합성과정을 보여주었다. A와 B에 서로 반대방향으로 향하면서 크기가 같은 힘 $\overrightarrow{N_1}$와 $\overrightarrow{N_2}$이 작용한다고 하자.

그것들은 같은 작용선우에 있으므로 그것들의 합력은 령이며 따라서 그런 힘을 생각하여도 합력에는 영향을 주지 않는다. 그러나 이런 힘을 생각하면 $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ 대신에 $\overrightarrow{F_1}' = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{N_1}$, $\overrightarrow{F_2}' = \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{N_2}$을 생각할수 있다.

$\overrightarrow{N_1} + \overrightarrow{N_2} = 0$이므로

$$\overrightarrow{F_1}' + \overrightarrow{F_2}' = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$$

로 된다. 그러나 $\overrightarrow{F_1}'$와 $\overrightarrow{F_2}'$는 평행힘이 아니므로 그것들의 작용선은 O′에서 사귄다. $\overrightarrow{N_1}$, $\overrightarrow{N_2}$의 크기가 다르면 O′점의 자리도 달라진다. 그러나 O와 O′는 언제나 한직선우에 놓이며 따라서 합력 $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$의 작용점을 O라고 볼수 있다. 그림에 그 합력을 $\overrightarrow{F}$로 표시하였다. 손저울의 경우에 O가 $\overrightarrow{F_3}$의 작용점과 일치할 때 저울이 평형을 이루게 된다. O점의 위치는 다음과 같이 구할수 있다.

그림 6－4에서 삼각형들이 닮았다는것을 고려하면 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\frac{OO'}{OA} = \frac{F_1}{N_1}, \quad \frac{OO'}{OB} = \frac{F_2}{N_2}$$

여기서 $N_1 = N_2$이라는것을 고려하면

$$F_1 \cdot OA = F_2 \cdot OB$$

라는 결론이 나온다. OA, OB를 각각 힘 $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$의 O에 대한 팔이라고 부른다. 그러므로 힘에 그것의 팔을 곱한것이 같게 되는 점 O가 바로 합성힘이 작용하는 점이라고 말할수 있다. 결국 저울에서는 $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$의 작용점에 이 합성힘과 크기가 같고 방향이 반대인 힘 $\overrightarrow{F_3}$이 작용할 때 저울이 평형을 이룬다고 말할수 있다.

한 물체에 크기가 같고 방향이 반대이면서 서로 다른 작용선우에 놓이는 두 힘이 작용하는 경우가 많은데 이런 힘을 짝힘이라고 부른다. 짝힘은 물체를 회전시키는 작용을 한다. 짝힘에 대한 문제를 리해하자면 힘모멘트의 개념을 알아야 한다.

제5절 힘모멘트

앞에서 우리는 힘의 평형을 따지는 과정에 $F_1 \cdot OA$ 또는 $F_2 \cdot OB$라는 량이 중요하다는것을 보았다. 여기서 OA 또는 OB를 각각 점 O에 관한 힘 $\overrightarrow{F_1}$ 또는 $\overrightarrow{F_2}$의 팔이라고 부르며 $F_1 \cdot OA$ 또는 $F_2 \cdot OB$를 점 O에 대한 힘 $\overrightarrow{F_1}$ 또는 $\overrightarrow{F_2}$의 힘모멘트라고 부른다. 힘모멘트는 벡토르이며 크기와 함께 방향도 가진다. 실례로 O에 관한 $\overrightarrow{F_1}$의 힘모멘트의 방향은 다음과 같이 구할수 있다. 점 O로부터 $\overrightarrow{F_1}$의 작용점 A까지 그은 벡토르를 $\overrightarrow{OA}$와 같이 표시하자. $\overrightarrow{OA}$로부터 $\overrightarrow{F_1}$의 방향으로 오른나사를 돌리면 오른나사는 종이면에 수직인 방향으로 앞으로 나올것이다. 이것이 점 O에 관한 $\overrightarrow{F_1}$의 힘모멘트의 방향이다. 마찬가지로 점 O에 관한 $\overrightarrow{F_2}$의 힘모멘트의 방향은 종이면에 수직이며 뒤로 들어가는 방향이다. 즉 두 힘모멘트는 크기가 같고 방향이 반대이다. 그것들을 각각 $\overrightarrow{M_1}$, $\overrightarrow{M_2}$라고 하면 $\overrightarrow{M_1}+\overrightarrow{M_2}=0$이다. 한편 그림 6－3에서 힘 $\overrightarrow{F_3}$의 O에 대한 팔의 길이는 령이며 따라서 그것의 힘모멘트는 령이다. 만일 O점대신에 다른 점을 기준점으로 잡았다면 $\overrightarrow{F_3}$의 힘모멘트 $\overrightarrow{M_3}$은 령으로 되지 않을것이다. 이때 세개 힘이 평형을 이루자면 다음의 두가지 조건이 만족되여야 한다.

$$\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}=0,\ \ \overrightarrow{M_1}+\overrightarrow{M_2}+\overrightarrow{M_3}=0$$

힘은 물체를 움직이는 작용을 한다. 그러나 만일 물체가 어떤 축주위로 돌아갈수만 있고 전체로서 움직일수 없다면 그런 경우에 힘은 물체로 하여금 그 축둘레로 돌아가게 하는 작용을 한다. 대표적인 실례로 출입문을 들수 있다. 누구나 문을 열거나 닫을 때에는 손잡이를 잡고 문에 수직인 방향으로 힘을 준다. 그것은 이때 힘의 팔이 최대로 되고

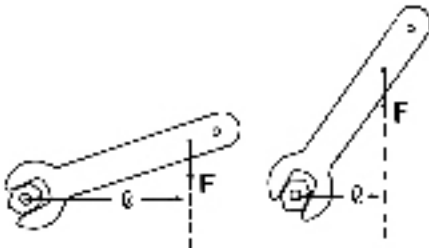



그림 6－5. 스파나에서의 힘의 방향과 팔사이의 관계

그림 6－6. 수도꼭지를 돌리는 방법

문을 돌리려는 작용이 제일 세게 나타나기때문이다. 힘의 팔은 회전축으로부터 힘이 작용하는 방향까지의 수직거리와 같다. 그러므로 힘을 문에 수직인 방향으로 줄 때 팔의 길이가 가장 크다. 힘을 F로, 힘의 팔을 ℓ로 표시하면 힘모멘트 M은 다음과 같이 된다.

$$M=F \cdot \ell$$

이 공식으로부터 같은 힘이라고 하여도 팔이 길수록 힘모멘트가 크다는것을 알수 있다. 스파나를 실례로 들어보자. 그림 6－5에 스파나의 작용원리를 보여주었다. 여기서 알수 있는것처럼 힘을 스파나에 수직인 방향으로 줄 때 팔이 가장 길게 된다. 어느 가정에나 수도꼭지가 있다. 수도꼭지가 잘 돌아가도록 하기 위하여 수도꼭지에는 짝힘을 줄수 있게 되여있다.(그림 6－6) 이 경우에 두 힘이 서로 다른 위치에 반대방향으로 작용한다. 이와 같이 두 힘의 작용선이 서로 평행이고 힘의 방향은 반대이며 두 힘의 크기가 같은 경우에 그러한 두 힘을 짝힘이라고 부른다. 짝힘은 짝힘모멘트 M으로 특징지을수 있다.

그림 6－7에서 짝힘모멘트를 구하는 방법을 보여주었다.

회전축이 O를 지나가며 그림면에 수직인 방향으로 향한다면 A에 작용하는 힘의 모멘트는 F·OA와 같고 B에 작용하는 힘의 모멘트는 F·OB와 같으며 그것들의 방향은 같다. 그러므로 짝힘모멘트는 이것들의 합과 같다. 그런데 OA＋OB＝AB＝ℓ은 두 점 A, B사이의 거리이다. 즉 짝힘모멘트는 M＝F·ℓ과 같다.

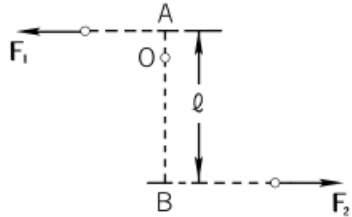



그림 6－7. 짝힘모멘트

짝힘이 작용할 때 두 힘의 합력은 령이다. 그러므로 짝힘은 전체로서의 물체의 운동은 일으키지 않고 다만 회전축주위로 돌리는 작용만 한다.

문을 열 때에는 한쪽으로만 힘을 주기때문에 그것은 짝힘과 관련이 없는것이 아닌가? 문제는 그렇게 간단하지 않다. 문을 앞으로 내밀면 돌기축에서는 그와 반대방향의 맞선힘이 생기며 따라서 그것과 문을 내미는 힘은 짝힘을 이룬다.

이 짝힘의 작용에 의하여 문이 돌아가면서 열어지게 되는것이다.

제6절 힘에는 어떤것들이 있는가

고대그리스철학자 아리스토텔레스는 힘이 작용해야 물체가 운동한다고 그릇되게 생각하였다. 그의 이러한 오유는 그때로부터 거의 2 000년이 지나서 갈릴레이가 발견하고 수정하였다. 즉 갈릴레이는 관성의 법칙을 발견하였는데 이 법칙에 의하면 물체에 작용하는 힘들의 합이 령

이면 물체는 멎어있거나 등속직선운동을 한다. 따라서 물체가 멎어있다는것은 그 물체에 작용하는 힘들의 합이 령으로 된다는것을 의미한다. 이 세상에는 아무런 힘도 받지 않는 물체가 없으며 대체로 어떤 물체든지 몇가지 힘을 동시에 받고있다. 이 절에서는 자연에 존재하는 힘들은 어떤것이 있는가 하는것을 개괄적으로 취급한다.

우리가 직감적으로 느낄수 있는 힘으로서는 튐성힘을 들수 있다. 용수철을 잡아늘구거나 반대로 눌러서 그것의 길이를 줄이는 경우에 힘이 필요하다는것은 누구나 다 알것이다. 이것이 바로 용수철의 튐성힘이다. 이것을 리용하여 물체의 무게를 재는 용수철저울을 만든다. 그림 6−8에 용수철저울을 보여주었다.

용수철저울이 늘어난 길이 더 정확히 말하면 용수철이 늘어난 길이를 알면 물체의 무게를 알수 있다. 그래서 용수철저울에는 직접 물체의 무게를 눈금으로 표시하였다. 1kg이라는것은 엄밀하게 말하면 1kg무게이다. 용수철을 리용하여 물체의 무게를 재는것은 용수철을 늘구는 힘과 용수철이 줄어들면서 본래길이로 되돌아가려고 하는 힘이 같다는 사실에 기초하고있다. 힘의 크기를 재는 저울은 어떤것이든지 다 이와 마찬가지로 힘의 비김을 리용하고있다.

그림 6−8. 용수철저울

지구가 물체를 끌어당기는 힘을 지구중력 또는 간단히 중력이라고 부른다. 질량이 m인 물체의 중력은 mg와 같다. 여기서 g는 중력가속도인데 그 값은 지구의 어디에서 재는가 하는데 따라 다르다. 물체의 무게와 중력은 많은 경우에 크기가 같지만 내용에서는 다르다.

지구중력은 지구와 물체사이에 작용하는 만유인력이다. 만유인력이라는것은 어떤 물체에나 다 작용하는 힘이라는데서부터 붙은 이름이다. 달에 가면 달의 인력을 받게 되는데 그것의 가속도는 지구중력가속도의 1/6정도이다. 그러므로 달에 가면 사람의 무게가 1/6배로 줄어든다. 사람들의 생활에서나 기술에서는 마찰이 큰 역할을 논다. 땅우로 물체를 끌고가자면 대단히 어렵지만 바퀴가 달린 밀차에 싣고 끌면 훨씬 쉽다. 이것은 미끄럼마찰보다 굴음마찰이 훨씬 약한것과 관련되여있다. 한 물체가 다른 물체와 닿아있을 때 다른 물체는 움직이지 않고 첫 물체가 운동하거나 또는 운동하려고 할 때 그것을 방해하는 힘을 마찰력이라고 부른다. 많은 경우에 마찰은 운동을 방해하며 해로운것으로 나타난다. 그러나 마찰은 우리 생활

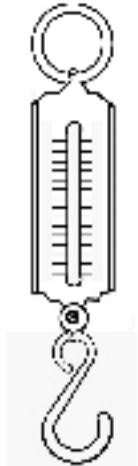
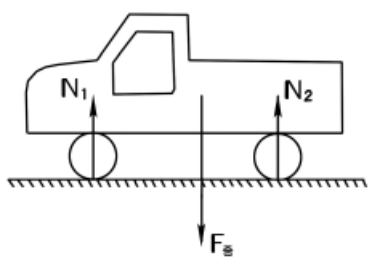



그림 6−9. 멎어있는 자동차에 작용하는 힘들

에서 중요한것이기도 하다. 겨울에는 자동차바퀴에 쇠사슬을 씌운다. 궤도전차가 올리막길에서 올라가기 힘들어할 때에는 바퀴가 지나갈 레루우에 모래를 뿌려주는데 그것은 마찰력을 크게 하기 위해서이다. 처음에 증기기관차를 발명하였을 때 레루와 차바퀴를 치차모양으로 만들었다고 한다. 그러다보니 레루와 차바퀴를 만들기가 대단히 힘들었고 기차가 높은 속도를 낼수 없었다. 그후 마찰력의 성질을 알게 되면서 마찰력을 잘 리용하면 평탄한 레루우로도 기차가 달릴수 있다는 생각을 하게 되였다. 즉 기관차를 대단히 무거운것으로 만들면 그것과 레루사이의 마찰력이 충분이 커서 기관차와 차량들을 끌고갈수 있을것이라는 생각을 하게 되였다. 그래서 오늘날 우리가 보는것과 같은 레루가 세상에 나오게 되였다. 그런즉 이 경우에도 마찰력은 매우 유익한 역할을 놀고있다고 말할수 있다.

자동차가 땅우에 멎어있을 때 자동차에 어떤 힘이 작용하는가 하는 것을 생각해보자. 자동차가 멎어있다는것은 자동차에 작용하는 힘들의 벡토르합이 령으로 된다는것을 의미한다. 자동차에는 중력이 작용하는데 그것은 자동차의 매 부분에 작용하지만 그것을 자동차의 어떤한 점에 작용하는 힘으로 바꾸어 생각해도 된다. 그러한 점을 중력중심이라고 부른다.

중력은 바퀴들을 통하여 땅을 내리누른다. 이때 땅은 반대방향으로 같은 크기의 힘으로 자동차바퀴를 올리민다. 결국 자동차에는 중력과 맞선힘이 동시에 작용하는데 그것들이 비기여 자동차가 멎어있게 된다. 이것을 그림 6—9에 보여주었다. 만일 자동차가 앞으로 달린다면 이밖에 땅걸면과의 마찰력이 더 작용하는데 그것은 자동차가 앞으로 나가는것을 방해한다. 만일 자동차기관이 끄는 힘이 마찰력과 같으면 자동차는 일정한 속도로 달리게 된다.

자연에는 전기적힘도 있다. 전기띤 물체들사이에 작용하는 힘을 전기적힘이라고 부른다. 보통상태에서 대부분의 물체는 전기를 띠고있지 않으므로 전기적힘이 나타나지 않는다. 그러나 물체들을 이루고있는 양성자나 전자와 같은 소립자들은 전기를 띠고있으며 소립자들사이의 호상작용에서는 전기적힘이 매우 중요한 역할을 논다.

전기적힘은 여러가지 전기장치들에서도 중요한 역할을 논다. 마찰력의 주되는 원인의 하나도 전기적힘이다.

자석이 철과 같은 물체를 끌어당기는것은 자기적힘이 작용하기때문이다. 자기적힘가운데는 전기띤 알갱이가 운동할 때에만 작용하는 힘인 로렌쯔힘도 있다. 핵을 이루는 립자들사이에는 핵력이라고 부르는 특수한 호상작용이 존재한다.

제7절 튐힘

물체를 잡아늘구자면 힘을 주어야 하며 늘어난 길이가 길수록 더 큰 힘이 든다는것은 누구나 알고있다. 그런데 구체적으로 늘어난 길이와 힘사이에 어떤 관계가 있는가 하는것을 처음으로 발견한 사람은 영국물리학자 로버트 후크(1635년－1703년)였다. 그는 1676년에 지금 책들에서 후크의 법칙이라고 부르는 법칙을 발견하였으며 2년후인 1678년에 그것을 발표하였다. 이 시기에 잡지가 나오기 시작하면서 새로운 발견을 하면 그것을 잡지에 발표할수 있게 되였다. 후크는 자기의 발견내용을 《늘어난것만큼 힘이 필요하다.》는 짤막한 말로 적었는데 그것은 물체가 늘어나는 길이는 그것을 늘구는데 필요한 힘에 비례한다는 것을 의미한다. 이 법칙은 막대기, 고무줄, 도선과 같은 여러가지 물체에서 잘 맞으며 비교적 큰 변형의 경우에도 맞는다. 그림 6－10에 도선에 대하여 늘어난 길이와 잡아늘구는 힘사이의 관계를 알아내는 실험장치를 보여주었다. 그림에서 작은 짐은 눈금판을 고정하기 위한것이고 큰 짐은 A로 표시한 도선을 잡아늘구기 위한것이다. 그것의 무게가 곧 도선을 잡아늘구는 힘이다. 이때 힘과 늘어난 길이사이의 관계를 보면 직선에 가깝다. 이것이 후크의 법칙을 나타내는 곡선이다. 늘어난 길이가 너무 길면 힘과 늘어난 길이가 정확히 비례하지 않게 되며 후크의 법칙이 맞지 않게 된다.

그림 6-10. 도선이 늘어나는 길이와 힘사이의 관계를 알아내는 방법

후크의 법칙은 튐성변형이 일어나며 늘어난 길이가 너무 크지 않을 때에만 맞는다. 늘어난 길이를 x라고 표시하고 그만큼 늘구는데 드는 힘을 F라고 표시하면 후크의 법칙은 다음과 같이 된다.

$$F = kx$$

여기서 k를 물체의 튐성결수라고 부른다. 그것은 물체를 이루고있는 물질의 성질에도 관계되고 막대기의 자름면의 면적에도 관계된다.

어떤 고무줄을 1㎝만큼 늘구는데 필요한 힘과 같은 고무줄 두개를 1㎝만큼 늘구는데

필요한 힘을 비교해보면 분명히 두개인 경우에 두배만한 힘이 든다. 이것은 막대기의 길이를 늘구는데 필요한 힘은 막대기의 자름면의 면적에 비례한다는것을 보여준다. 또한 길이가 1m인 고무줄을 1㎝만큼 늘구는데 드는 힘은 길이가 2m인 고무줄을 2㎝만큼 늘구는데 드는 힘과 같다. 이것은 힘이 물체의 길이의 상대늘음에 비례한다는것을 의미한다. 그러므로

$$F = ES\frac{x}{L}$$

라고 쓸수 있다. 여기서 S는 막대기의 자름면의 면적이고 L은 늘어나지 않은 상태에서 막대기의 길이이다. E를 양그률이라고 부른다. 그것의 단위는 N/㎡이다. 막대기가 주어지면 E, S, L은 주어진 값을 가지므로 F는 늘어난 길이 x에 비례하게 된다.

제8절 장력과 맞선힘

긴 실의 한쪽 끝을 고정시키고 다른 끝에 질량이 m인 구를 매달면 흔들이가 된다. 구의 직경이 충분히 작으면 구의 중심에 구의 전체 질량이 집중되여있는 질점이 있는것처럼 생각해도 된다. 이때 구에는 mg와 같은 중력이 작용하는데 그것은 실을 아래로 잡아당긴다. 그리하여 실은 빳빳하게 되며 실에는 구의 무게와 같은 크기의 힘이 작용한다. 이 힘을 실의 장력이라고 부른다. 장력은 실의 모든 곳에서 같은 크기로 작용한다. 만일 구가 한자리에 머물러있지 않고 진동한다면 실이 받는 장력은 달라진다. 진동할 때에 실이 받는 장력은 멎어있을 때보다 더 크다.

도르래를 비롯한 단순한 기계들의 동작에서 장력이 매우 중요한 역할을 논다.

어떤 물체를 땅이나 책상우에 놓으면 물체에는 중력이 작용하며 그것은 물체를 아래로 잡아당긴다. 이 힘이 물체의 무게로 나타난다. 그런데 눌리운 물체는 또 그것대로 반대방향으로 물체를 올리미는 힘을 물체에 준다. 책상을 손가락으로 눌러보면 손가락이 힘을 받는다는것을 알수 있다. 이 힘을 맞선힘이라고 부른다. 이때 맞선힘은 손가락에 작용한다. 기차가 철길우로 달릴 때에도 역시 철길과 닿아있는 기차바퀴에 맞선힘이 작용한다. 결국 기차바퀴에는 기차의 무게와 관련된 중력과 철길의 맞선힘이 동시에 작용한다. 기차가 멎어있을 때와 앞으로 달릴 때 레루의 맞선힘은 같다고 본다.

장력과 맞선힘은 물체가 평형상태에 있기 위한 조건을 구할 때에도 반드시 고려해야 하며 물체가 운동할 때에도 반드시 고려해야 한다.

제9절 마찰력과 저항

마찰은 사람들의 생활과 공학에서 매우 중요한 역할을 논다. 마찰은 서로 닿아있는 두 물체사이에 존재한다. 그것은 두 물체가 상대적으로 멎어있을 때에도 나타나며 한 물체가 다른 물체에 대하여 운동할 때에도 나타난다. 경사면에 물체가 놓여있는 경우를 생각해보자. 이때 물체에는 중력이 작용하는데 그것을 경사면에 수직인 방향의 성분 $F_{\perp}$과 경사면에 평행인 방향의 성분 $F_{\parallel}$로 가를수 있다. (그림 6−11) 수직성분 $F_{\perp}$은 경사면을 내리누르는 힘으로 되는데 이때 경사면은 물체에 그것과 크기는 같고 방향이 반대인 맞선힘을 준다. 그런데 경사면에 평행인 성분 $F_{\parallel}$은 물체를 경사면의 아래쪽으로 떠밀고있지만 물체가 멎어있다는것은 그것과 반대방향으로 크기는 $F_{\parallel}$과 같은 힘이 작용하고있다는것을 보여준다. 그 힘은 바로 경사면과 물체사이의 마찰력이다. 그것은 물체가 멎어있는 상태에서 작용하기때문에 정지마찰력이라고 부른다.

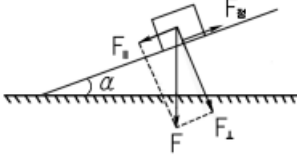



그림 6−11. 경사면에 놓여 있는 물체에 작용하는 힘

경사각이 어떤 일정한 값 θ보다 작으면 물체는 멎어있지만 경사각이 θ보다 크면 물체는 아래로 미끄러져 내려간다. 경사각이 θ와 같을 때의 정지마찰력을 최대정지마찰력이라고 부른다.

물체가 다른 물체우로 이동할 때에도 마찰력이 작용하는데 이 경우에는 물체가 어떻게 운동하는가 하는데 따라 미끄럼마찰력과 굴음마찰력으로 갈라본다. 눈우로 달리는 썰매가 받는 마찰력은 미끄럼마찰력이다. 땅우로 끌고가는 물체에 작용하는 마찰력은 미끄럼마찰력이다. 실험에 의하면 미끄럼마찰력의 크기는 물체가 면을 수직으로 내리누르는 힘에 비례한다. 그 힘을 $F_{\perp}$로 표시하면

$$F_{\text{미}} = \mu F_{\perp}$$

이다. 여기서 μ는 본이 없는 상수이며 1보다 작다. μ의 값은 상대운동속도에도 관계되지만 그 속도가 그다지 크지 않을 때에는 거의 일정하다고 보아도 된다. 미끄럼마찰력의 값이 압력에 비례하는것이 아니라 내리누르는 힘에 비례한다는것을 강조한다. μ의 값은 서로 닿아있는 두 물질의 성질에 관계된다.

굴음마찰력은 미끄럼마찰력보다 일반적으로 작다. 반경이 r인 바퀴에 의하여 굴러가는 경우에 굴음마찰력은

$$F_{굴}=\mu_{굴}\frac{F_{\perp}}{r}$$

과 같다. 여기서 $\mu_{굴}$을 굴음마찰결수라고 부르는데 그것은 길이의 본을 가진다. 이 공식에서 알수 있는것처럼 굴음마찰력은 반경에 반비례하므로 반경이 클수록 굴음마찰력이 작다. 차바퀴들은 반경이 클수록 마찰력을 작게 받으므로 될수록 반경이 큰것을 쓰는것이 좋다.

공기는 그속에서 운동하는 물체의 운동을 방해하는 힘을 주는데 그것을 공기의 저항이라고 부른다. 100m달리기경기에서는 공기의 저항이 문제로 되지 않지만 마라손경기에서는 공기의 저항이 큰 문제로 된다. 그렇기때문에 마라손선수들은 맨앞에서 달리는것을 극력 피하며 마지막부분에 가서야 속도를 내면서 앞으로 쭉 빠져나간다.

만일 공기의 저항이 없다면 땅겉면가까이에서 비방울의 속도는 대단히 클것이다. 그러나 공기의 저항이 있기때문에 비방울은 자유락하할 때보다 훨씬 작은 속도로 땅에 떨어진다. 공기의 저항은 물체의 운동속도에 관계되며 속도가 클수록 공기의 저항이 크다. 물체의 속도가 그다지 크지 않을 때에는 공기의 저항이 속도에 비례한다. 그러나 총알이나 포탄과 같이 대단히 큰 속도로 운동할 때에는 공기의 저항이 물체의 속도의 두제곱 또는 세제곱에 비례하여 급격히 커진다. 총알이 받는 공기의 저항은 총알의 무게의 수십배나 되므로 공기속에서 총알의 운동을 따질 때 공기의 저항을 무시하면 사실과 전혀 맞지 않는 결과를 얻는다. 락하산수가 락하산을 펴면 락하산의 면적이 매우 크기때문에 큰 저항을 받는다. 만일 락하산수가 비행기에서 나오자마자 락하산을 편다면 땅에 닿을 때까지 매우 긴 시간이 걸릴것이다. 이 시간을 줄이기 위하여 처음에는 락하산을 펴지 않은 상태에서 내려온다. 이때에는 거의 자유락하라고 볼수 있는데 가령 600m를 그렇게 내려온다면 그때의 속도는 108m/s정도나 될것이다. 이때부터 락하산을 펴면 공기의 저항에 의하여 내려오는 속도가 점차 떠진다. 사람이 땅에 떨어질 때의 속도가 6m/s이면 훈련받은 사람은 안전하게 땅에 내릴수 있다. 그래서 락하산수가 땅겉면에 가까이 왔을 때 그의 속도가 6m/s로 되게 락하산을 만든다. 물속에서 앞으로 달리는것이 대단히 어렵다는것은 누구나 다 체험하였을것이다. 그것은 물의 밀도가 공기의 밀도의 1 000배정도이고 따라서 물의 저항이 매우 크기때문이다. 총알이 공기속에서 날아갈 때 공기의 저항이 얼마나 큰 작용을 하는가 하는것을 설명하기 위하여 그림 6－12에 공기가 없다고 생각하고 그린 총알의 자리길과 공기속에서 날아가는 총알의 자리길을 보여주었다. 그림에 보여준것은 처음속도

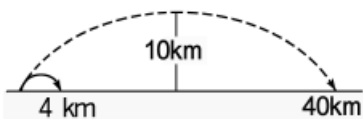
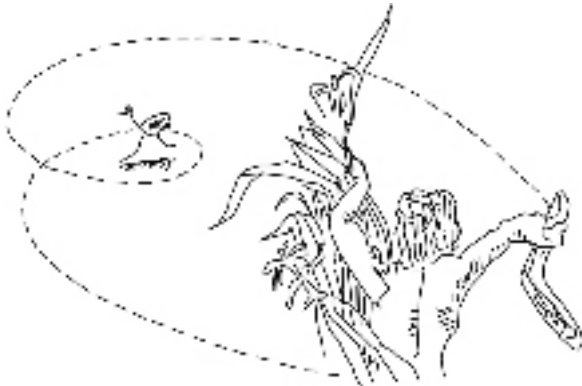



그림 6-12. 공기가 없을 때 총알이 날아가는 거리와 공기가 있을 때 날아가는 거리의 비교

가 620m/s인 총알이 45°의 각으로 발사된 경우이다. 만일 공기가 없었다면 그것은 최고높이가 10km이고 최대수평비행거리가 40km인 자리길을 그릴것이다. 그러나 처음과 같은 조건으로 공기속에 발사된 총알이 실지로 날아가는 거리는 40㎞의 10분의 1인 4㎞밖에 안된다. 포탄을 먼 거리까지 날려보내자면 어떻게 해야 하겠는가? 이 문제에 대한 대답을 제1차 세계대전시기에 도이췰란드포병들이 우연히 발견하였다. 그들은 수평면에 대하여 큰 각을 지어 구경이 큰 대포의 포탄을 날려보내였다.

그들은 그 포탄이 20㎞정도 날아갈것이라고 생각하였는데 실지는 그 2배인 40㎞의 거리를 날아갔다. 그 원인을 따지는 과정에 포탄이 공기가 희박한 성층권에서 많은 거리를 지나갔다는것을 알게 되였다. 당시 도이췰란드군에게는 전선으로부터 115㎞이상 떨어져있는 프랑스의 수도 빠리를 포탄으로 공격해야 할 필요가 제기되고있었다. 도이췰란드포병들은 포탄을 큰 발사각으로 발사하여 포탄이 많은 시간을 성층권에서 날아가게 함으로써 포탄이 날아가는 거리를 늘일 생각을 하게 되였다. 극비밀리에 1918년 3월부터 7월까지의 사이에 300개나 넘는 포탄이 110㎞가 넘는 빠리에 들씌워졌다. 그후에 이 비밀이 밝혀졌다. 그때 쓴 대포는 길이가 34m이고 두께가 1m인 커다란 강철관을 가지고있었다. 포의 질량은 750t이고 포탄의 질량은 120㎏이였으며 포탄의 길이는 1m이고 직경은 21㎝였다. 한개 포탄을 날려보내는데 든 화약은 150㎏이였다. 이때 포신안에는 5천기압의 큰 압력이 생겼으며 포탄의 처음속도는 2㎞/s였다. 포탄은 수평면과 52°의 각으로 발사되였으며 가장 높이 올라간 높이는 40㎞였다. 그러므로 그것은 아득히 높은 성층권까지 올라갔다.

빠리까지의 거리 115㎞를

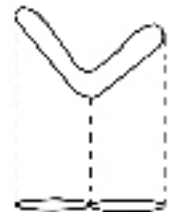



그림 6-13. 부메랑을 던져서 새를 잡는 오스트랄리아원주민

그림 6-14. 종이부메랑을 던지는 방법

그림 6-15. 종이부메랑의 한가지 모양

날아가는데 3분 30초가 걸렸는데 그가운데서 2분동안은 성층권에서 날아갔다. 공기의 저항을 재치있게 리용한 실례로는 부메랑을 들수 있다. 그림 6－13에 오스트랄리아원주민이 부메랑을 던져서 새를 잡는 모습을 보여주었다. 부메랑은 복잡하고 기묘한 곡선을 그리면서 날아가는데 만일 새를 맞히지 못하면 처음에 그것을 던진 자리로 되돌아온다. 지금도 오스트랄리아원주민들이 부메랑을 던지는 솜씨는 경탄을 자아내고있다. 마분지로 간단히 종이부메랑을 만들수 있다. 그림 6－14에 마분지로 만든 종이부메랑을 손가락을 리용하여 날려보내는것을 보여주었다. 좀더 잘 만들자면 그림 6－15에 있는것처럼 만들면 된다. 부메랑의 량쪽날개를 약간 비틀어주면 좋다. 무덤벽화들은 옛날에 부메랑을 오스트랄리아뿐아니라 인디아의 여러 곳과 에짚트에서도 리용했다는것을 보여주고있다. 공기의 저항을 재치있게 리용한 실례는 많이 찾아볼수 있다. 연의 앞부분이 약간 우로 쳐들리게 하고 연을 앞으로 당기면 공기저항에 의해 연은 우로 올라간다. 새들이 공기속에서 날아다니는것도 역시 공기의 저항을 효과적으로 리용하는 실례이다. 바로 새들이 날아다니는것을 모방하여나온것이 비행기이다. 비행기의 날개의 앞부분을 약간 우로 쳐들고 앞으로 높은 속도로 달리면 공기의 작용에 의하여 우로 뜨게 하는 힘이 생겨난다.

제10절 중력과 중력중심

갈릴레이는 물체에 힘이 작용하지 않으면 물체의 운동속도가 변하지 않는다는 관성의 법칙을 발견하였다. 이 법칙에 의하면 가속운동을 하는 물체에는 반드시 힘이 작용한다는 결론이 나온다. 갈릴레이는 물체가 땅에 떨어지는 운동이 가속운동이라는것을 실험으로 밝혀냈다. 이 두가지 사실로부터 땅에 떨어지는 물체에는 힘이 작용한다는 결론이 나온다. 그 힘을 중력이라고 부른다. 실험에 의하면 중력은 물체의 질량 m에 비례하며 mg와 같다. 여기서 g는 지구중력가속도이다. 중력은 언제나 곧추 아래로 향한다. 지구의 큰 범위에서 보면 물체가 떨어지는 방향은 차이나지만 우리가 대상하는 물체는 크지 않으므로 그런 물체에서는 모든 점에서 중력의 방향이 같다고 볼수 있다.

어떤 물체든지 그것은 작은 부분들이 모여서 이루어진것으로 볼수 있으며 물체의 질량은 그것을 이루고있는 부분들의 질량의 합과 같다. 그리고 물체가 받는 중력은 물체의 매 부분들이 받는 중력들의 벡토르합과 같다. 따라서 물체가 받는 중력은 그 물체의 질량에 중력가속도를 곱한것과 같다. 앞에서 우리는 합성힘의 작용점을 구하는 방법도 이야기하였다. 같은 방법을 여러개 평행힘이 작용하는 경우에도 적용하면

물체에 작용하는 중력의 작용점을 구할수 있다. 그것을 물체의 중력중심이라고 부른다. 물체의 중력중심에 대한 힘모멘트들의 벡토르합은 령으로 된다. 이것은 물체의 중력중심을 실험을 통하여 알아낼수 있는 방법을 가리켜준다. 즉 중력중심을 지나가는 수직축에 대한 힘모멘트들의 합벡토르는 령이므로 물체의 한끝을 손으로 잡고 물체를 쳐들면 그 손을 지나가는 드림선우에 물체의 중력중심이 놓이는것이다. 서로 다른 두 점을 쥐고 이런 실험을 하면 두개 드림선을 얻을수 있는데 그것들이 사귀는 점이 물체의 중력중심이다.

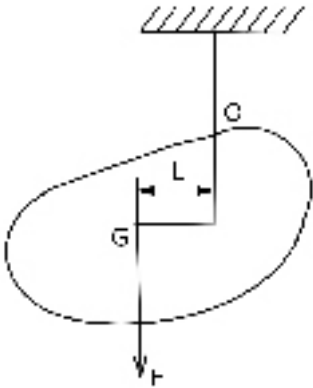



그림 6-16. 물체에 작용하는 중력 F와 그의 팔 L

물체의 총질량이 m이라면 그것이 모두 물체의 중력중심에 있다고 보아도 물체가 받는 중력과 중력의 힘모멘트를 옳게 구할수 있다. 실례로 중력중심이 G이고 질량이 m인 물체가 중력중심이 아닌 점 O를 지나가는 실에 매달려있다면 점 O에 대한 중력의 모멘트는 mgL과 같다. 여기서 L은 물체의 중력중심으로부터 O를 지나가는 드림선까지의 거리이다. (그림 6-16)

물체가 평면에 놓여있을 때 그것이 비김상태에 있기 위해서는 중력중심이 어떻게 놓여있어야 하는가? 만일 물체가 평면과 닿는 점이 세개라면 그것들을 정점으로 가지는 삼각형을 만들수 있다. 이때 중력중심을 지나가는 드림선이 그 삼각형안으로 지나가면 물체는 안정한 비김상태에 있지만 그렇지 않은 경우에는 안정하지 않다. 중력중심이 높은 곳에 있는 물체는 안정하지 못하며 옆으로 넘어지기 쉽다. 오뚜기를 아무렇게 놓아도 그것이 곧바로 서는것은 오뚜기의 중력중심이 밑부분에 있기때문이다. 기중기는 높은 곳에 긴 팔을 가지고있으며 거기에 무거운 짐이 매달려서 우로 올라간다.

이 짐은 기중기를 자빠뜨리려는 힘모멘트를 준다. 그러므로 기중기가 자빠지지 않게 하기 위하여 짐을 들어올리는 팔의 반대쪽에 무거운 물체를 올려놓는다. 그리고 중력중심을 낮추기 위하여 기중기의 아래

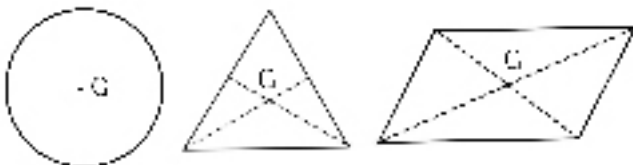



그림 6-17. 단순한 모양을 가지는 몇가지 물체의 중력중심

부분에 큰 돌과 같은 무거운 물체를 올려놓는다. 그림 6－17에 몇가지 단순한 모양을 가지는 물체들의 중력중심을 보여주었다.

중력중심이라는 말은 지구보다 훨씬 작은 한개 물체의 경우에 의미를 가진다. 그러나 지구와 같이 큰 물체의 경우에는 중력중심이라는 말보다 질량중심이라는 말이 더 어울린다. 지구와 달을 하나의 계로 보는 경우에 중력중심이라는 말은 맞지 않지만 질량중심이라는 말은 맞는다. 그림 6－18에 지구와 달을 하나의 계로 볼 때 그것의 질량중심을 보여주었다.

그림 6－18. 지구와 달로 이루어진 계의 질량중심

그것은 지구중심과 달의 중심을 련결하는 직선우에 있으며 지구중심으로부터 4 740㎞만큼 떨어져있다. 사람이 어떻게 걸어가는가 하는것을 력학의 견지에서 설명하는것은 결코 간단하지 않다. 사람은 앞으로 나가려고 할 때 가령 왼쪽발을 쳐들고 오른쪽발로 땅을 디디고있다. 이때 사람의 몸은 앞으로 나가며 사람의 중력중심은 오른쪽발보다 앞에 놓인다. 사람은 이때 앞으로 넘어지는 자세에 있다. 그런 자세에는 오래 있을수 없다. 왼발이 땅을 짚음으로써 앞으로 넘어지는것을 막는다. 이런 과정이 반복되면서 사람은 앞으로 걸어나가는것이다. 걸상에 앉아있는 사람이 일어서려고 할 때에는 몸을 앞으로 수그리면서 동시에 두발을 뒤로 옮긴다. 이때 사람의 중력중심은 두발사이로 지나간다. 더 정확히 말하면 중력중심을 지나가는 드림선이 두발사이로 지나간다. 이렇게 하지 않고서는 절대로 걸상에서 일어설수 없다는것은 간단히 실험해볼수 있다. 이와 같이 우리의 일상생활에서 늘 하고있는 동작들이 실지에 있어서는 력학의 법칙들에 기초하고있다.

제11절 단순한 기계들

사람들은 기원전부터 력학의 원리들을 리용하여 만든 간단한 기계들을 리용하여왔다. 여기서는 고대그리스의 수학자, 력학자 및 천문학자인 아르키메데스가 특별히 큰 성과를 거두었다. 그는 지레대의 법칙을 발견하였으며 무게, 중력중심, 정적모멘트(힘모멘트) 등의 개념을 받아들이였다. 그가 발견한 뜰힘의 법칙은 유명하다. 지레대의 법칙을 발견하였을 때 아르키메데스

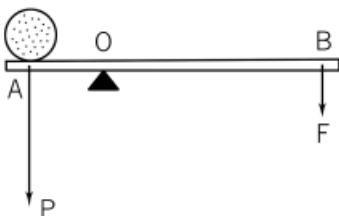
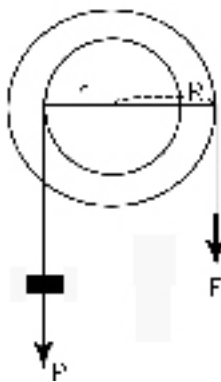



그림 6－19. 지레의 작용원리

그림 6－20. 도르래의 실례

는 《나에게 지지점과 지레대를 달라. 그러면 나는 지구를 들어올리겠다.》라고 말했다고 한다. 지레대의 법칙은 힘의 평형에 관한 법칙의 한가지 경우이다. 그림 6－19에 지레의 작용원리를 보여주었다. 무게가 P인 짐을 F와 같은 크기의 힘으로 들어올리자면

$$P \cdot OA = F \cdot OB$$

로 되는 점 O에 받침목을 받쳐놓아야 한다. 이때 힘 F와 물체의 무게 P는 평형을 이루게 되며 F보다 약간 더 큰 힘을 주면 물체를 우로 들어올릴수 있는것이다. 그림 6-20에 보여준 도르래도 지레의 원리와 비슷한 원리를 리용한것이다. 이 경우에는 $P \cdot r = F \cdot R$로 되며 따라서 $R > r$이면 $F < P$이다. 즉 들어올리려는 물체의 무게보다 작은 힘으로 물체를 우로 올라가게 할수 있다.

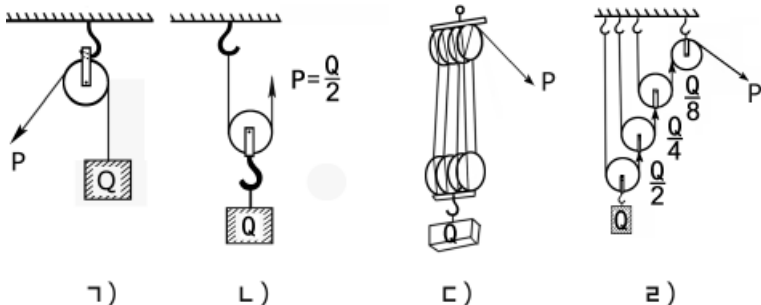



그림 6－21. 여러가지 도르래

그림 6－21에는 몇가지 도르래를 보여주었는데 ㄹ)의 경우에는 짐의 무게의 1/8배만한 힘으로 물체를 들어올릴수 있다. 이와 같이 도르래를 리용하면 작은 힘으로 무거운 물체를 들어올릴수 있다.

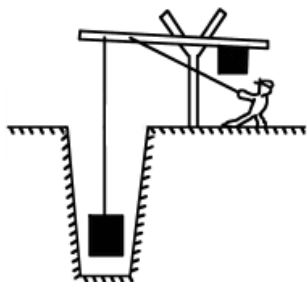



그림 6－22. 깊은 곳에 있는 물체를 들어올리는 장치

손잡이

Q 짐

추

그림 6－23. 지레의 원리를 리용한 손저울

농촌에서 우물을 팔 때 쓸수 있는 간단한 장치를 그림 6－22에 보여주었다.

짝지발에 가름대를 비끄러맨 다음 한쪽 끝에는 흙을 담는 통을 매달고 다른쪽 끝에는 흙을 넣은 가마니를 비끄러맨다. 가마니에 넣는 흙의 량은 흙을 담는 통에 흙이 가

득찼을 때 평형이 이루어지게 조절한다. 그러면 약간의 힘으로도 흙이 담겨져있는 통을 들어올릴수 있다. 앞에서 본 그림 6－1에 보여준 쐐기는 힘이 분해될 때 분력의 크기가 힘의 크기보다 클수 있다는것을 리용한것이다. 15kg까지의 물체의 질량을 재는 저울을 그림 6－23에 보여주었는데 여기서도 지레의 원리가 적용되고있다.

문제와 풀이

1. 바람이 불지 않을 때 비방울이 공기의 저항힘을 받으면서 드림선 아래로 등속으로 떨어진다. 비방울의 질량은 0.1g이다. 비방울이 받는 힘들을 힘화살로 표시하여라. 이 힘들의 합력은 얼마인가?

풀이. 비방울이 떨어질 때 지구중력과 공기의 저항힘을 받기때문에 그것은 자유락하가 아니다. 비방울이 등속으로 떨어지는것은 비방울에 작용하는 힘들의 합력이 령으로 되기때문이다. 그러므로

$$F_{저}+mg=0$$

으로 된다. 여기서 공기의 저항힘은 중력과 반대방향으로 작용하므로 $F_{저}<0$이다. 비방울에 작용하는 힘들을 힘화살로 표시하면 그림 6－24와 같이 된다.

그림 6－24. 비방울에 작용하는 힘들

그림에서 중력 mg와 공기의 저항힘은 비방울의 중심에 작용하는것으로 그렸는데 그것은 중력의 합력과 공기의 저항힘의 합력을 의미한다. 중력은 비방울의 모든 부분에 작용하는데 그것들의 합력은 비방울의 중력중심인 구의 중심에 작용한다고 볼수 있다. 공기의 저항힘은 비방울의 겉면에 작용하므로 그것들의 합력의 작용점은 비방울의 아래겉면에 있다고 볼수 있다. 그 점은 비방울의 중심을 지나가는 드림선우에 있다.

2. 그림 6－25와 같이 물체들이 평형상태에 있다. 그림에 표시된 힘과 비기는 다른 힘을 찾아 합력이 령으로 되도록 힘화살로 표시하여라.

풀이. 그림에 보여준 물체들은 변형을 무시할수 있는것이므로 강체로 볼수 있다. 물체가 평형상태에 있기 위해서는 물체에 작용하는 힘들의 합력이 령으로 되여야 하고 동시에 힘모멘트들의 합도 령으로 되여야 한다. 이것을 고

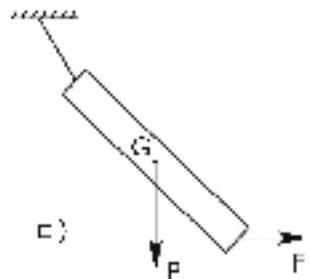
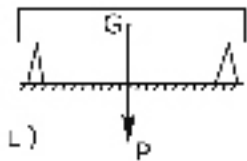
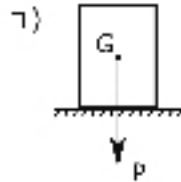



그림 6-25. 평형상태에 있는 물체들

려하여 다른 힘들을 그리면 그림 6－26과 같이 된다. 특히 ㄷ)의 경우에 보충적으로 작용하는 힘은 실에 걸리는 장력 $\vec{T}$인데 그것의 방향은 실에 평행이다.

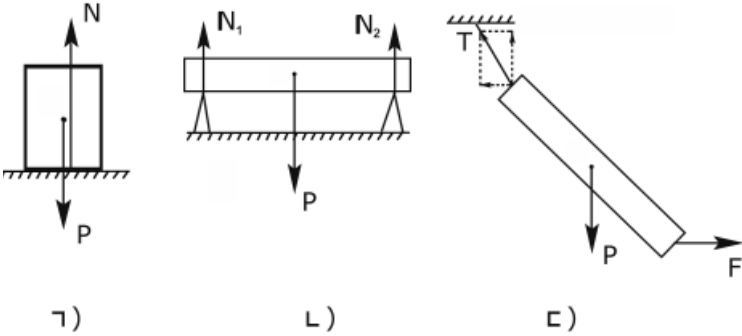



그림 6－26. 평형을 이루게 하는 다른 힘들

3. 그림 6－27에서 막대기 AB에 작용하는 힘을 구하여라. $\alpha = 60^\circ$ 이고 물체의 질량은 3kg이다.

풀이. 물체에 작용하는 중력은 $F_{중} = mg = 29.43N$이다. AB에 작용하는 힘을 F라고 하면 그것과 중력의 합력은 BC에 평행이라야 한다. 따라서

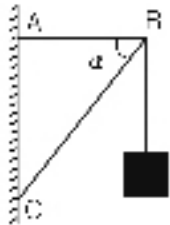



그림 6－27. 막대기에 매달린 짐

$$\frac{F}{mg} = \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

이라야 한다. 이로부터 F는 다음과 같다.

$$F = \frac{29.43}{\sqrt{3}} N = 16.99N$$

답. 약 17N

4. 그림 6－28에 전선대가 넘어지지 않게 설치한 버팀줄을 그렸다. 두 버팀줄사이의 각은 60° 이고 매개 버팀줄의 장력은 400N이다. 전선대에 작용하는 힘을 구하여라.

풀이. $\alpha = 30^\circ$ 라고 하면 전선대에 작용하는 힘은

$$F = 2T \cdot \cos\alpha = \sqrt{3} \times 400N$$

이다.

답. F＝692.8N

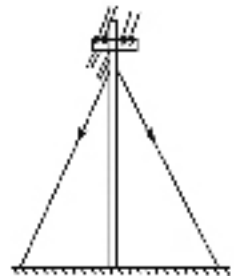



그림 6－28. 전선대와 버팀줄

5. 경사각이 30° 인 경사면우에 무게가 500N인 물체가 멎어있다. 평형을 이루는 힘들을 구하여라.

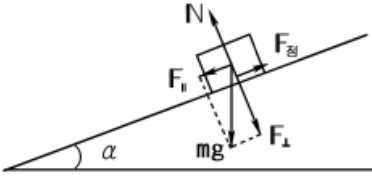



그림6－29. 평형을 이루는 힘들

풀이. 그림 6－29에 평형을 이루는 힘들을 보여주었다. $F_{정}$은 정지마찰력이며 그것의 크기는

$$F_{\parallel}=500\times\cos 30^\circ=433(N)$$

이다.

$\vec{N}$는 경사면이 올리미는 맞선힘이며 그것의 크기는

$$F_{\perp}=500\times\sin 30^\circ=250(N)$$ 이다.

답. 433N, 250N

6. 물체의 한 점에 크기가 각각 20N인 세 힘이 서로 120° 의 각으로 작용한다. 합력을 구하여라.

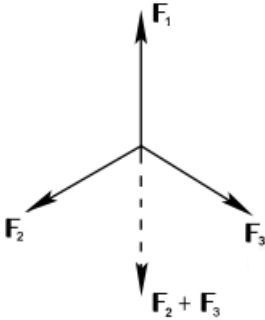
풀이. 그림 6－30에 세 힘을 보여주었다. $\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}$ 은 $\overrightarrow{F_1}$ 와 반대방향으로 작용하며 크기는

그림 6－30. 한점에 작용하는 크기가 같은 세힘

$$2\times 20\times\frac{1}{2}=20(N)$$

이다. 따라서 합력은 0N이다.

답. 0N

7. 어떤 측력계에 1N의 짐을 매달았을 때 용수철의 길이가 12㎝였고 4N의 짐을 매달았을 때 14㎝였다. 용수철의 튐성결수와 처음길이를 구하여라.

풀이. 튐성결수를 k, 처음길이를 ℓ이라고 하면 $F=kx$이다. 여기서 x는 늘어난 길이이고 F는 짐의 무게이다.

ℓ_1＝12㎝＝0.12m, ℓ_2＝0.14m라고 하면

$$k(\ell_1-\ell_0)=1N,\ \ k(\ell_2-\ell_0)=4N$$

이다. 이것들의 차를 취하면 0.02k＝3을 얻으며 이로부터 k＝150N/m를 얻는다. 이것을 첫 방정식에 넣으면 ℓ_0을 구할수 있다.

ℓ_0＝0.113 3m＝11.33㎝

답. 150N/m, 11.33㎝

8. 용수철을 절반 잘라서 길이가 처음것의 절반으로 되게 하면 튐성결수가 2배로 커진다. 왜 그런가?

풀이. 용수철이 늘어났을 때 줄어들려고 하는 힘은 용수철의 상대늘음에 비례한다. 용수철의 길이가 절반으로 되게 하면 늘어난 길이가 같은 경우에도 상대늘음은 2배로 된다. 따라서 용수철의 퉝성결수는 2배로 커진다.

9. 길이가 각각 100㎝인 두개 용수철이 있다. 이 두 용수철을 직렬로 련결하고 질량이 10g인 추를 매달면 전체 길이가 208㎝로 되고 병렬로 련결하고 질량이 10g인 추를 매달면 용수철의 길이가 102㎝로 된다. 용수철의 퉝성결수들은 각각 얼마인가? 용수철의 무게는 무시한다.

풀이. 직렬로 련결했을 때 퉝성결수가 각각 k_1, k_2인 용수철이 늘어난 길이를 각각 x_1, x_2이라고 하면

$$x_1 + x_2 = 0.08m$$

$$k_1x_1 = k_2x_2 = 0.098N$$

이다. 병렬로 련결한 경우에는 매 용수철이 늘어난 길이가 0.02m이므로

$$0.02\times(k_1 + k_2) = 0.098$$

이다. 이로부터 $k_1 + k_2 = 4.9\,\mathrm{N/m}$를 얻는다.

$$k_1 = \frac{0.098}{x_1},\ \ k_2 = \frac{0.098}{0.08 - x_1}$$

을 여기에 넣으면

$$0.098\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{0.08 - x_1}\right) = 4.9$$

를 얻는데 이로부터 x_1에 대한 방정식은 다음과 같이 된다.

$$x_1^2 - 0.08x_1 + 0.0016 = 0$$

$$(x_1 - 0.04)^2 = 0$$

이로부터 $x_1 = x_2 = 0.04\mathrm{m} = 4\mathrm{cm}$이며 $k_1 = k_2 = 2.45\mathrm{N/m}$를 얻는다.

답. 2.45N/m, 2.45N/m

10. 그림 6－31과 같이 물체계가 평형을 이루고있다. 이동도르래와 거기에 매달린 물체의 전체 질량을 m_2, 고정도르래를 지나는 줄에 매달린 점의 질량을 m_1라고 하면 m_2과 m_1의 비는 얼마인가? $\alpha = 30^\circ$ 이다.

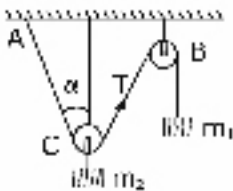



그림 6－31. 도르래문제

풀이. 그림에 표시한 장력 T의 값은 질량 m_1의 무게 m_1g와 같다. 즉 $T=m_1g$이다. 이동도르래에 걸리는 힘은 $F=m_2g$이다. 그것이 두 바줄에 걸리는 장력들의 합과 같은데 그 합은

$2\cos\alpha T=\sqrt{3}m_1 g$이다. 즉 $m_2 g=\sqrt{3}m_1 g$일 때 평형이 이루어진다.

답. $m_2/m_1=\sqrt{3}$

11. 튐성결수가 k인 용수철의 아래끝을 경사각이 α인 매끈한 경사면우에 고정시킨 다음 웃끝에 질량이 m인 물체를 놓았다. 물체가 멎어있을 때 용수철은 처음길이보다 얼마나 짧아졌는가?

풀이. 용수철의 웃끝에 물체를 매달면 물체는 중력을 받아 아래로 내려가려고 하는 힘 F=mgsinα로 용수철을 누른다. 용수철의 길이가 x만큼 짧아지면 용수철은 늘어나려고 하면서 경사면의 웃방향으로 kx만한 힘을 준다. 그러므로 $kx=mg\sin\alpha$이며 이로부터 용수철이 줄어든 길이 x를 구할수 있다.

답. $x=(mg\sin\alpha)/k$

12. 그림 6-32와 같이 수평면과 각각 α_1, α_2의 경사각을 가진 매끈한 량쪽 경사면우에 도르래를 걸쳐 걸려진 실의 끝에 매달린 물체 m_1, m_2이 놓여있다. 물체들이 평형을 이루고있다면 물체들의 질량들의 비는 얼마이겠는가? 도르래의 무게와 마찰은 무시해도 된다.

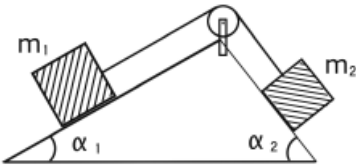
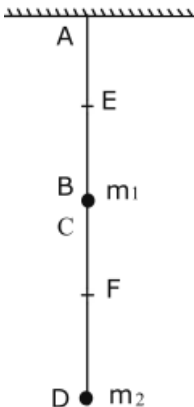



그림 6-32. 경사면에 놓여있는 두 물체

풀이. 물체들이 평형을 이루자면 실에 걸리는 장력들이 같아야 한다. m_1와 관련된 장력은 $m_1 g\sin\alpha_1$이고 m_2과 관련된 장력은 $m_2 g\sin\alpha_2$이므로 $m_1 g\sin\alpha_1=m_2 g\sin\alpha_2$일 때 비기게 된다.

답. $\dfrac{m_1}{m_2}=\dfrac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}$

13. 선밀도가 1g/㎝인 바줄이 있다. 길이가 20㎝인 이 바줄 AB의 웃끝 A를 고정하고 아래끝 B에 질량이 50g인 추를 매달고 거기에 길이가 20㎝인 바줄 CD를 련결하였다. 그리고 그끝 D에 질량이 50g인 추를 또 매달았다. 드림선아래로 드리운 바줄 AB와 CD의 가운데점들에서 장력의 크기를 구하여라.

풀이. 그림 6-33에 바줄과 물체들의 질량을 보여주었다. F아래에 있는 질량은 m_2+10g이며 그것의 무게는 0.588N이다. AB의 가운데점 E아래에 있는 질량은 130g이며 그것의 무게는 1.274N이다.

그림 6-33. 장력구하기

답. 1.274N, 0.588N

14. 경사면우에 멎어있는 물체는 어떤 힘들을 받아 평형을 이루는가? 만일 물체가 받는 중력이 10N이고 경사각이 45°라면 경사면을 수직으로 누르는 힘과 마찰력은 각각 얼마인가?

풀이. 경사면을 수직으로 누르는 힘은 $10/\sqrt{2}=7.07\,(\mathrm{N})$이고 경사면아래로 향하는 힘도 7.07N이다. 물체가 멎어있으면 정지마찰력도 크기는 7.07N이고 경사면 웃쪽방향으로 향한다.

답. 7.07N, 7.07N

15. 다음경우에 사이다병이 마찰력을 받겠는가? 만일 마찰력을 받는다면 마찰력의 방향은 어떻게 되는가?

ㄱ) 사이다병이 수평으로 놓여있는 거친 책상면우에 멎어있다.

ㄴ) 사이다병이 경사진 책상면우에 멎어있다.

ㄷ) 사이다병이 병목이 우로 향하도록 손에 쥐여져있다.

ㄹ) 사이다병으로 책상우에 있는 종이장을 누르고있는 상태에서 종이장을 뽑는다.

풀이. ㄱ) 마찰력을 받지 않는다.

ㄴ) 경사면 웃쪽방향으로 마찰력을 받는다.

ㄷ) 손으로 쥐고있는 부분이 아래로 떨어지지 않는것은 거기서 우로 향하는 마찰력이 사이다병에 작용하기때문이다.

ㄹ) 종이장을 뽑아내자면 그 방향으로 힘을 주어야 한다. 이때 사이다병에는 그와 반대방향으로 마찰력이 작용한다.

16. 그림 6-34와 같이 수평인 책상우에 놓여있는 2kg의 물체 A에 실을 매달고 다른 끝에 추 B를 매달았다. B의 질량을 점차 크게 하여 m_B=0.3kg으로 되게 할 때 A가 미끄러지기 시작하였다.

그림 6-34. 최대정지마찰결수문제

ㄱ) 책상과 물체 A사이의 최대정지마찰결수는 얼마인가?

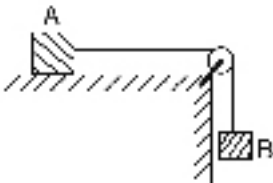
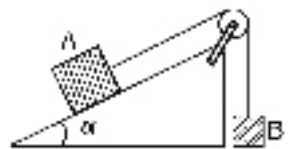
ㄴ) m_B=0.45kg일 때 물체 A에 얼마만한 짐을 더 올려놓아야 A가 미끄러지지 않겠는가?

풀이. 추 B의 무게 m_Bg는 실을 통하여 전달되며 물체 A를 수평방향으로 이끄는 힘으로 된다. 물체 A와 책상사이의 최대정지마찰결수를 $\mu_{최}$라고 하면 $\mu_{최}m_Ag=m_Bg$로 될 때 물체 A가 미끄러지기 시작한다.

ㄱ) $\mu_{최}$=0.3/2=0.15

ㄴ) $m_A=m_B/\mu_{최}$로부터 m_B=0.45kg이면 m_A=3kg일 때 물체 A가 미끄러지기 시작한다. 그러므로 물체 A에 1kg이상의 짐을 올려놓아야 A가 미끄러지지 않는다.

그림 6-35. 경사면우의 물체

17. 경사각이 30°인 거치른 경사면우에 놓

여있는 질량이 10㎏인 물체 A에 실을 매고 도르래를 통하여 추 B를 매단 다음 그것의 질량을 점차 증가시킨다. (그림 6－35)

ㄱ) 처음에 아래로 미끄러지던 물체 A는 추 B의 질량이 2㎏으로 되였을 때 미끄러지지 않게 되였다. 이때 실에 작용하는 장력, 물체와 경사면사이의 정지마찰결수는 얼마인가?

ㄴ) 우의 상태에서 B에 계속 추를 증가시켜 물체가 경사면을 따라 웃방향으로 미끄러지게 하려면 추를 적어도 몇㎏으로 되게 하여야 하는가?

풀이. ㄱ) $m_B=2$㎏이면 그것의 무게는 $2\times9.8=19.6$N이다. 이것과 꼭같은 크기의 장력이 실에 작용하므로 장력은 19.6N이다.

$$\mu m_A g\cos30^\circ=m_B g$$

로부터 정지마찰결수는 $\mu=2/(5\sqrt{3})$이다.

ㄴ) 물체가 우로 미끄러지게 하려면

$m_B g\geq m_A g\sin30^\circ+\mu m_A g\cos30^\circ$이라야 하므로 $m_B\geq7$㎏이라야 한다.

답. ㄱ) 19.6N, $2/(5\sqrt{3})$, ㄴ) 7㎏

18. 두 학생이 같은 무게의 짐을 각각 하나씩 지고 길을 떠났다. 첫 학생은 막대기의 한끝에 짐을 매달고 어깨에 걸쳤고 둘째 학생은 그 짐을 절반씩 갈라서 꼭같은 막대기의 량끝에 매달고 어깨에 메고 간다. 어느 학생의 어깨를 누르는 힘이 더 크겠는가?

풀이. 첫 학생은 짐이 아래로 내려가지 않게 하기 위하여 짐과 반대쪽에 보충적으로 힘을 더 주어야 하며 따라서 그의 어깨를 내리누르는 힘은 짐의 무게보다 더 크다. 둘째 학생은 짐을 꼭같이 갈라서 메였으므로 짐의 무게와 같은 내리누르는 힘만 받는다.

답. 첫 학생

19. 몸무게가 600N인 사람이 무게가 50N인 짐을 막대기의 한끝에 걸어 한쪽어깨에 메고 다른쪽 끝을 50N의 힘으로 드림선아래로 당긴다. 이때 막대기가 수평으로 되였다. 사람이 땅을 내리누르는 힘을 구하여라. 막대기의 무게는 무시한다.

풀이. 얼핏 생각하면 700N의 힘으로 땅을 내리누를것 같지만 사람이 아래로 당기는 힘과 같은 크기의 힘이 사람의 손에 우로 작용하므로 사람이 땅을 내리누르는 힘은 650N이다.

답. 650N

20. 길이가 1m인 막대기에 세개의 짐을 매달았다. 두끝에는 각각 15N, 45N의 짐을 매달았고 가운데점에는 40N의 짐을 매달았다. 합력의 크기와 작용점을 구하여라.

풀이. 합력의 크기는 $15+45+40=100$(N)이다. 합력의 작용점을 구하기 위하여 먼저 45N과 15N의 합력의 작용점 D를 구하면 그것은 $AD:DC=15:45=1:3$인 점 D이다. (그림 6－36) 합력의 작용점 E는 D와

B사이에 있으며 DE:EB=2:3이다. AD=0.25m, DE=0.1m, AE=0.35m이다.

그림 6-36. 합력의 작용점

답. 100N, 45N의 짐을 매단 곳으로부터 0.35m떨어진 점.

21. 못뽑이로 못을 뽑고있다.(그림 6-37) 그림에서 힘의 팔을 지적하여라.

풀이. 힘 $\vec{F_1}$의 팔은 못이 있는 점으로부터 힘의 작용방향까지의 거리와 같다. 즉 힘의 작용점으로부터 판대기까지의 거리와 같다.

그림 6-37. 못뽑이

22. 그림 6-38에서처럼 한 학생이 널판자를 받치고있다. 힘을 널판자에 수직으로 주는 경우와 드림선우로 주는 경우가운데서 어느 경우에 더 작은 힘이 들겠는가?

풀이. 널판자가 아래로 내려오지 않도록 하자면 널판자를 땅과 닿는 점주위로 돌리려고 하는 힘모멘트와 같은 크기의 힘모멘트를 주어야 한다. 힘을 널판자에 수직으로 주는 경우에 힘의 팔은 널판자의 길이와 같다. 그러나 드림선우로 힘을 주는 경우에 힘의 팔은 널판자의 길이에 경사각의 시누스를 곱한것과 같다. 첫 경우에 힘의 팔이 더 길므로 작은 힘을 주어도 된다.(그림 6-38)

그림 6-38. 힘모멘트의 비교 1

23. 세개의 힘을 받는 고정된 회전축을 가진 물체가 있다. 그중 두 힘 5N과 3N은 시계바늘이 도는 방향으로 작용하며 그것들의 팔의 길이는 각각 0.5m, 0.25m이다. 다른 한 힘 6N은 시계바늘이 도는 방향과 반대방향으로 작용하며 그것의 팔의 길이는 0.2m이다. 물체가 평형을 이루는가? 평형을 이루지 않는다면 어느쪽으로 회전하는가?

풀이. 시계바늘이 도는 방향으로 작용하는 힘모멘트는 $5\times0.5+3\times0.25=3.25(N\cdot m)$이고 그와 반대방향으로 작용하는 힘모멘트는 $6\times0.2=1.2(N\cdot m)$이다. 따라서 물체는 평형을 이룰수 없으며 시계바늘이 도는 방향으로 회전한다.

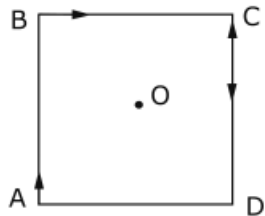



그림 6-39. 힘의 평형문제

24. 질량중심을 지나는 고정축 O의 주위로 회전할수 있는 한 변의 길이가 0.2m인 바른4각형판대기의 네개의 정점 A, B, C, D에 각각 1N, 2N, 3N, 6N의 힘이 그림 6－39와 같이 작용한다. 이 물체가 평형을 이루겠는가?

풀이. 힘들의 합력은 령이 아니다.

따라서 힘들이 평형을 이루지 않는다고 생각할수 있는데 그것은 틀린 생각이다. 그것은 고정축에 합력과 크기는 같고 방향이 반대인 힘이 작용하기때문에 그것까지 고려하면 전체 힘들의 합력은 령으로 되기때문이다. 따라서 물체가 평형을 이루자면 힘모멘트들의 합이 령으로 되여야 한다. O에 대한 힘모멘트를 구하는것이 편리하다. O로부터 네 정점까지의 거리는 같으며 힘의 팔은 O로부터 매개 변까지의 거리와 같으므로 그것들도 같다. 그 거리를 ℓ로 표시하면 시계바늘과 같은 방향으로 물체를 돌리는 힘모멘트는 1+2+3=6(N)에 ℓ을 곱한것과 같고 반대방향으로 물체를 돌리는 힘모멘트는 6N에 ℓ을 곱한것과 같다. 이것들의 값이 같고 방향이 반대이므로 전체 힘모멘트는 령이며 따라서 물체는 평형을 이룬다.

답. 평형을 이룬다.

25. 나사돌리개로 나사를 돌려 풀 때 작은 힘을 들여 쉽게 나사를 돌려 풀자면 나사돌리개의 손잡이의 굵기(직경)가 굵은것이 좋은가, 가는것이 좋은가? 왜 그런가?

풀이. 굵기가 굵은것이 좋다. 그래야 같은 힘을 주어도 더 큰 힘모멘트가 생기기때문이다.

26. 하나의 물체에 두개의 짝힘이 작용하고있다. 여기서 시계바늘이 도는 방향으로 회전시키는 짝힘은 50N이고 짝힘의 팔은 4㎝이다. 그리고 시계바늘과 반대방향으로 회전시키는 짝힘은 4N이고 짝힘의 팔은 0.5m이다. 이 물체가 회전하겠는가?

풀이. 두 짝힘의 짝힘모멘트는 각각 50×0.04=2(N·m), 4×0.5=2(N·m)로서 크기는 같고 방향은 반대이다. 그러므로 전체 힘모멘트는 령으로 되며 따라서 물체는 회전하지 않는다.

27. 그림 6－40과 같이 하나의 긴 통나무를 바줄로 매달아 평형이 되게 하였다. 이때 바줄을 맨 자리를 톱으로 자른다면 두 토막의 무게는 같겠는가, 다르겠는가? 다르다면 어느것이 더 무겁겠는가?

풀이. 통나무가 평형을 이룰 때 통나무에 작용하는 힘들의 합력이 령으로 되며 힘모멘트들의 합도 령으로 된다. 바줄로 매단 곳에서 우로 향하는 힘이 작용하는데 그것의 크기는 통나무의 무게와 같다. 그리하여 전체 힘들의 합력은 령으로 된다. 힘모멘트를 계산할 때에는 어느 점에 대하여 계산하는가 하는것이 중요하지 않다. 이 경우에는 바줄을 맨 곳에 대하여 계산하는것이 합리적이다. 이때 왼쪽부분의 힘모멘트를 계산할 때에는 그것의 무게 F_1에 팔의 길이 ℓ_1를 곱해야 하고 오른

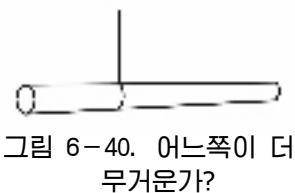
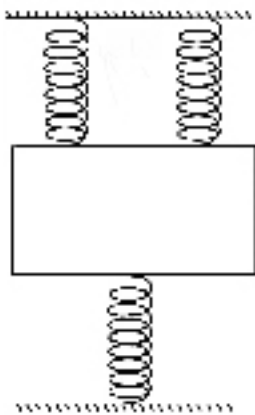



그림 6-40. 어느쪽이 더 무거운가?

쪽부분의 힘모멘트를 계산할 때에는 마찬가지로 그것의 무게 F_2에 팔의 길이 ℓ_2을 곱해야 한다. 여기서 팔의 길이는 매 부분의 중력중심까지의 거리와 같다. $\ell_1 < \ell_2$이므로 $F_1 > F_2$이다. 즉 더 굵은 왼쪽부분이 더 무겁다.

28. 변형되지 않았을 때의 길이가 다같이 ℓ_0인 꼭같은 용수철 3개가 있다. 2개 용수철의 웃끝을 천정에 고정하고 질량이 m인 물체를 달아놓은 다음 다른 한 용수철의 두끝을 그 물체와 바닥사이에 끼워넣었더니 세 용수철의 길이가 다같이 ℓ로 되여 평형상태를 이루었다. (그림 6-41) 매 용수철의 퇸성곁수는 얼마인가?

그림 6-41. 세 용수철의 평형

풀이. 우에 있는 매 용수철에는 웃방향으로 $k(\ell - \ell_0)$과 같은 힘이 작용하고 아래에 있는 용수철에는 아래방향으로 같은 크기의 힘이 작용한다. 그것들의 합력의 크기는 $k(\ell - \ell_0)$과 같고 우로 향한다. 이것이 물체의 무게 mg와 같으면 평형이 이루어진다.

답. $k = \dfrac{mg}{\ell - \ell_0}$

29. 전체 질량이 250g인 고르로운 보가 두 받침점에 기대여 평형을 이루고있다. 보의 두끝에는 보와 수직으로 크기가 같은 8N의 힘이 작용한다. 보의 길이는 1m이다. 받침점 C는 보의 가운데에 있고 D는 AC의 가운데에 있다. 받침점들에서 보가 받는 힘을 구하여라. (그림 6-42)

풀이. 받침점 D에는 아래로 향하는 힘 F_D가 작용하고 C에는 우로 향하는 힘 F_C가 작용한다. 이 경우에는 전체 합력이 령으로 되지 않는다. C점에 대한 힘모멘트와 D점에 대한 힘모멘트가 각각 령으로 되여야 평형이 이루어진다. C점에 대한 힘모멘트는 다음과 같다.

$$\left(\frac{1}{4}F_D - \frac{1}{2}F_1 - \frac{1}{2}F_2\right)\ell$$

이것이 령으로 되여야 하므로

$$F_D = 2(F_1 + F_2) = 32\text{N}$$

이다. D점에 대한 힘모멘트를 계산할 때에는 AD에 작용하는 중력의 팔이 $\frac{1}{8}\ell$이

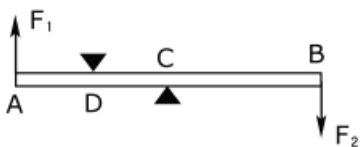



그림 6-42. 보의 평형

고 DB에 작용하는 중력의 팔은 $\frac{3}{8}\ell$ 이라는것을 고려해야 한다.

그러므로 D에 대한 힘모멘트는 다음과 같다.

$$\left(\frac{1}{4}F_C - \frac{1}{4}F_1 - \frac{3}{4}F_2 - \frac{2}{8}mg\right)\ell$$

이것이 령으로 되여야 하므로 F_C는 다음과 같다.

$$F_C = F_1 + 3F_2 + mg = 34.45N$$

답. F_D=32N, F_C=34. 45N

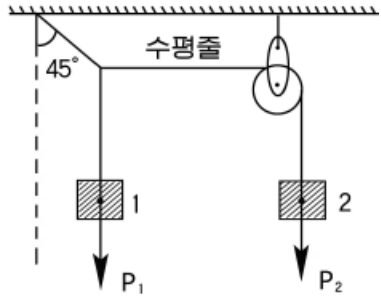
30. 늘어나지 않는 실에 두 물체를 매달아 실이 드림선과 45°를 이루었을 때 비졌다.

물체 1의 무게가 4N이라면 물체 2의 무게와 실의 장력은 각각 얼마인가?(그림 6−43)

그림 6−43. 물체들의 평형

풀이. 각이 45°이므로 물체 2의 무게는 4N이다.

4N씩인 두 힘이 90°의 각으로 작용하므로 실의 장력은 $4\sqrt{2} = 5.657$ (N)이다.

답. 4N, 5. 657(N)

제7장 운동법칙과 그 적용

물체에 힘이 작용하면 물체의 운동상태가 변한다. 물체에 작용하는 힘과 물체의 운동상태의 변화사이의 관계는 뉴톤이 처음으로 명백히 정식화한 운동법칙에 의하여 표시된다. 그러므로 이 장에서는 뉴톤의 운동법칙을 구체적으로 설명하고 그것들을 리용하여 운동과 관련된 몇가지 실례를 분석하겠다.

제1절 관성, 뉴톤의 제1법칙

물체를 있는 그대로 두어두면 어떻게 되는가? 이 문제를 옳게 밝혀야 물체의 운동상태를 무엇으로 특징지어야 하겠는가. 그리고 물체의 운동상태는 어떤 원인에 의하여 어떻게 변하는가 하는것을 옳게 밝힐수 있다.

운동에 대하여 제일먼저 연구한 사람은 아리스토텔레스였다. 그러나 그는 물체의 운동속도라는 개념도 모르고있었다. 역시 기원전의 학자인 아르키메데스는 힘의 평형과 관련한 중요한 결과들을 얻었지만 운동에 대해서는 이렇다할 견해를 내놓지 못하였다.

갈릴레이는 무엇보다도 마찰이 힘과 련관되여있다는것을 알고있었다. 즉 마찰이 물체의 운동을 방해한다는것을 알고있었던것이다. 이로부터 그는 만일 마찰을 무시한다면 물체가 어떻게 운동하겠는가 하는것을 연구하였다. 그림 7－1에 이러한 실험을 보여주었다. A에서 굴러내린 공은 B까지 간다. 만일 경사면에서 마찰이 없다면 $h_2=h_1$로 될것이다.

실지는 마찰이 있기때문에 $h_2<h_1$로 된다. 이제 오른쪽 경사면의 경사각을 점차 줄이면 공은 대단히 먼 곳까지 굴러갈것이다. 만일 β를 령에 가깝게 하면 공은 끝없이 먼 곳까지 굴러갈것이다. 갈릴레이는 지구가 둥글다는것을 알고있었으며 공은 지구의 반경과 같은 반경을 가진 원에 따라 운동할것이라고 생각하였다. 즉 물체에 아무런 힘도 작용하지 않으면 물체는 원운동을 한다고 생각하였다. 그의 이런 생각이 정확하지 않다는것은 그후 프랑스 수학자 르네 데까르뜨가 밝히였다. 데까르뜨는 물체에 아무런 힘도 작용하지 않으면 멎어있는 물체는 계

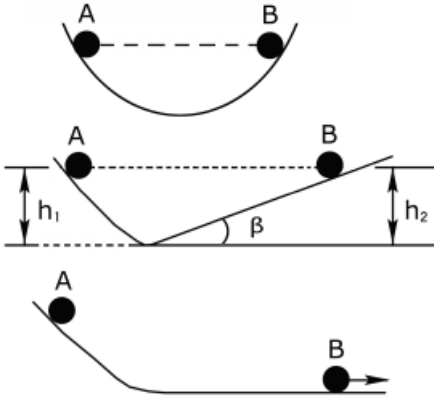



그림 7-1. 마찰이 없을 때 물체의 운동

속 멎어있고 일정한 속도로 운동하고있던 물체는 계속 같은 방향으로 같은 크기의 속도로 등속직선운동을 한다는것을 밝혔던것이다. 이것을 뉴톤은 갈릴레이가 발견한 관성법칙이라고 하였으며 력학적운동의 제1법칙으로 정식화하였다. 지금은 그것을 뉴톤의 제1법칙이라고 부른다.

물체가 자기의 운동속도를 변화시키지 않으려고 하는 성질을 물체의 관성이라고 부른다. 관성이 큰 물체일수록 그것의 속도를 변화시키기 어렵다. 관성의 법칙이 발견된 결과에 물체의 자연적인 운동상태는 정지상태인것이 아니라 등속직선운동상태라는것이 명백히 밝혀졌다. 이것은 물체와 그것의 운동에 대한 견해에서 근본적인 변화를 가져왔다. 이제와서는 힘은 물체가 운동하게 하는 작용이 아니라 물체의 운동상태 즉 그것의 속도를 변화시키는 작용이라고 보아야 한다. 여기서 명백히 밝히고 넘어가야 할 몇가지 문제가 있다. 그것은 첫째로 물체에 작용하는 힘이라는것이 무엇인가 하는것이고 둘째로 물체의 관성을 어떤 물리적량으로 특징짓겠는가 하는것이다. 먼저 어떤 물체에 작용하는 힘이란 무엇인가 하는것을 따져보자.

우주에 있는 그 어떤 물체든지 아무런 힘도 받지 않는것은 없다. 지구에서는 모든 물체가 지구중력을 받는다. 그런데 우리 주위에는 멎어있는 물체들이 많다. 관성의 법칙이 맞는다면 물체가 중력을 받으면서도 멎어있는것을 어떻게 설명해야 하겠는가? 이 문제를 옳게 리해하자면 물체에 작용하는 힘이라는 말이 무엇을 의미하는가 하는것을 정확히 인식해야 한다. 한마디로 말하면 그것은 물체에 작용하는 모든 외부힘들의 합력을 의미한다. 물체에 여러가지 힘이 작용하는 경우에 그 힘들은 물체의 서로 다른 부분에 작용할수 있다. 이런 경우에 합력을 구하기 위해서는 힘들의 작용점을 생각하지 않고 모든 힘을 자유벡토르와 같이 보고 그것들의 벡토르합을 구하며 그것을 물체에 작용하는 힘이라고 부른다. 뉴톤의 제1법칙에서 물체에 힘이 작용하지 않는다는 말은 바로 이런 의미에서 물체에 작용하는 힘들의 합력이 령으로 된다는것을 의미하는것이다.

물체의 속도라는 말을 어떻게 리해하여야 하겠는가? 자동차가 달리는것을 찬찬히 살펴보면 자동차바퀴의 매 부분은 서로 다른 속도를 가

지고있다는것을 알수 있다. 총알이 날아가는 경우에도 총알은 축주위로 빠른 속도로 회전하면서 앞으로 날아간다. 그러므로 매 순간에 총알의 매개 부분은 서로 다른 속도를 가지고있다. 이것을 고려하면 자동차의 속도나 총알의 속도라는것이 무엇을 의미하는가 하는것이 명백하지 않다. 우리는 질점의 속도라는것이 무엇인가 하는것은 알고있다. 그리고 질량중심의 개념도 알고있다. 질량중심이라는것은 그 점에 물체의 전체 질량이 집중된것처럼 볼수 있는 점이다. 바로 질량중심의 속도를 전체로서의 물체의 속도로 본다.

다음으로 물체의 관성을 어떤 물리적량에 의하여 표시하겠는가 하는 문제를 살펴보자. 질량이 큰 물체는 그만큼 관성도 크다. 이것은 질량을 물체의 관성을 특징짓는 물리적량으로 볼수 있다는것을 보여준다. 이상의 내용에 기초하여 뉴톤의 제1법칙(관성의 법칙)을 다음과 같이 정식화할수 있다.

뉴톤의 제1법칙: 물체에 작용하는 바깥힘들의 합력이 령이면 멎어있던 물체는 계속 멎어있고 운동하던 물체는 등속직선운동을 한다.

여기서 문제로 되는것은 물체에 힘이 작용하는지, 작용하지 않는지 하는것을 어떻게 알아낼수 있는가 하는것이다. 이것은 결코 쉽게 대답할수 없는 문제이다. 한마디로 관성의 법칙은 관성기준계에서만 성립한다. 그런데 관성기준계라는것이 도대체 존재하는가?

지구에 고정된 기준계는 관성기준계로 되지 않는다. 그것은 지구가 자기의 축주위로 돌아가고있기때문이다. 즉 지구는 우주공간에서 등속직선운동을 하지 않으므로 지구에 고정된 기준계는 관성기준계로 될수 없다.

태양에 고정된 기준계는 충분한 정확도로 관성기준계라고 볼수 있다. 태양도 우리은하계중심주위로 약 2억년을 주기로 하는 회전운동을 하고있지만 이때의 가속도(향심가속도)는 충분히 작아서 무시할수 있다. 뉴톤은 바로 이런 기준계를 관성기준계로 보았다.

관성기준계에 대하여 등속직선운동을 하는 기준계는 역시 관성기준계로 된다. 그러므로 한가지 관성기준계라도 있으면 수없이 많은 관성기준계를 생각할수 있다. 지구에 고정된 기준계는 관성기준계가 아니지만 많은 경우에 그것을 관성기준계로 보아도 된다.

관성의 법칙이 발견됨으로써 힘과 운동상태사이의 관계를 새롭게 밝힐수 있게 되였다. 즉 힘은 어떤 물체에 작용하여 그것의 운동상태를 변화시키는 작용이다. 운동상태는 물체의 속도에 의하여 결정되는것만큼 물체에 힘이 작용하면 물체의 속도가 변한다. 속도의 변화와 힘사이의 관계를 밝히는것은 뉴톤의 제2법칙이다.

제2절 생활과 기술에서 관성현상의 리용

관성현상은 일상생활에서 자주 만난다. 그것은 해로울 때도 있고 리로울 때도 있다. 스케트선수가 어떤 물체에 스케트가 걸리면 앞으로 나가넘어지는것도 관성때문이다. 말을 타고 달리던 사람은 말이 넘어지면 관성에 의하여 말대가리우로 날아가서 땅에 곤두박히게 된다.

폭이 좁은 개울은 훌쩍 건너뛸수 있다. 그러나 폭이 좀 넓은 개울을 건너뛰자면 달려가다가 건너뛰는것이 유리하다. 이 경우가 바로 관성을 효과적으로 리용하는것이다. 삽자루를 박을 때 삽날을 자루에 들이치는것이 아니라 삽자루를 망치로 세게 때린다. 이때 삽날은 관성에 의하여 멎어있으려고 하는데 삽자루는 앞으로 나가려고 하므로 결국 삽날이 자루에 박히게 되는것이다. 모포에 있는 먼지를 털 때에는 두사람이 모포를 서로 반대쪽에서 마주 쥐고 힘차게 아래로 모포를 내려보내다가 멈춰세운다. 그러면 먼지는 관성에 의하여 계속 내려가면서 모포에서 떨어져나간다.

유희장의 제트코스타가 떠나는 위치는 원의 웃꼭대기보다 높은 곳에 있다. 이것은 관성원심력이 중력보다 더 크게 하기 위해서이다. 원의 꼭대기에서도 사람은 걸상을 내리누른다. 사람뿐아니라 다른 물체들도 바닥을 내리누르며 절대로 떨어지지 않는다.

비행사들도 관성의 법칙을 잘 써먹으면 적의 로케트를 피할수 있다. 현대적인 비행기나 로케트는 대단히 빠른 속도로 날아간다. 만일 비행사가 적의 로케트가 따라오는것을 발견한 즉시 비행기의 비행방향을 갑자기 크게 변화시킨다면 위험에서 벗어날수 있다. 즉 로케트는 관성이 있으므로 날아가던 방향을 갑자기 바꾸지 못하므로 비행기를 놓쳐버리고만다. 물론 이런 경우에 비행기에 큰 부담이 가므로 비행기가 그런 부담을 이겨낼수 있어야 한다.

수력타빈, 증기타빈, 풍력발전기들은 물이나 증기 또는 공기의 운동에서 나타나는 관성을 리용하고있다. 수력타빈의 경우에는 높은 곳에서 떨어지면서 큰 속도로 내려오던 물이 타빈날개에 부딪치면 물의 관성에 의하여 물은 계속 흐르려고 하며 그것이 타빈을 돌리게 된다.

기차를 모는 기관사는 관성을 재치있게 리용하고있다. 기차가 역에서 떠나는 경우에 많은 차량을 단꺼번에 끌자면 대단히 큰 힘을 주어야 한다. 그러나 기관사는 출발하기 전에 기관차를 약간 뒤로 가게 했다가 멈춰세우고 그다음에 앞으로 나가게 한다. 이때에는 매번 한개 차량씩 끌면 되는데 둘째 차량을 끌 때에는 기관차와 첫 차량이 《힘을 합쳐서》 한개 차량을 끌게 된다. 이런 식으로 매번 한개 차량씩 끌게

되므로 적은 힘을 들이고도 모든 차량들을 끌수 있는것이다. 달리던 기관차가 역에 들어설 때에는 관성으로 달리게 한다. 그런데 만일 관성만 리용하면 기차바퀴와 레루사이의 마찰력이 작기때문에 상당히 멀리까지 가서야 기차가 멎어서게 될것이다. 그러므로 바퀴에 보충적으로 제동을 걸어준다. 지하철도의 전동차가 멎어설 때 나는 소리가 바로 제동장치에서 나는 소리이다. 관성현상은 돌아가는 물체에서도 리용된다. 공장들에 가보면 회전축에 큰 관성바퀴가 붙어있는것을 볼수 있다. 회전축이 회전할 때에는 회전속도가 고르롭게 되여야 한다. 관성바퀴는 회전관성이 크기때문에 회전축을 돌리는 힘모멘트가 약간 커지거나 작아져도 회전속도가 거의 변하지 않는다.

제3절 힘과 가속도사이의 관계

관성의 법칙에 의하면 물체에 작용하는 힘들의 합력이 령일 때 물체의 운동속도가 변하지 않는다. 여기서 말하는 속도는 크기와 방향을 가지는 벡토르로서의 속도이다. 물체의 속도는 그 물체의 운동상태를 특징짓는다고 말할수 있다.

반대로 합력이 령이 아니면 물체의 운동상태가 변한다. 물체의 운동상태가 변한다는것은 속도가 변한다는것이며 따라서 가속도를 가지게 된다. 이때 물체에 작용하는 힘과 그 힘때문에 물체가 얻게 되는 가속도사이에 어떤 관계가 있는가 하는 문제가 제기된다. 앞으로 물체에 작용하는 힘들의 합력을 간단히 물체에 작용하는 힘이라고 부르겠다. 이 문제를 해결하자면 물체의 속도라는것이 무엇을 의미하는가 하는것을 정확히 밝혀야 한다. 물체의 속도라는것은 그 물체의 질량중심의 속도이다. 따라서 물체의 가속도라는것도 물체의 질량중심의 가속도이다.

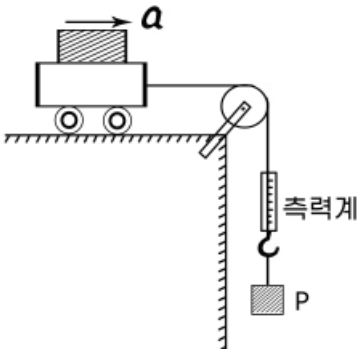



그림 7-2. 힘과 가속도사이의 관계를 알아보는 실험

다음으로 물체에 작용하는 힘이라는것을 어떻게 리해하겠는가 하는 문제가 제기된다. 힘이라는 말은 뉴톤의 운동법칙이 나오기 전에도 널리 리용되고있었으며 힘의 작용효과에 대해서도 적지 않게 연구되였다. 그러나 그것들은 물체가 멎어있는 경우에만 론의되였다. 힘이 물체의 운동상태를 어떻게 변화시키는가 하는 문제는 뉴톤이 처음으로 제기하고 해결하였다. 그런데 따지고보면 사실상 갈릴레이가 관성의 법칙을 발견함

으로써 물체에 작용하는 힘이 그 물체의 속도를 변화시킨다는것이 밝혀졌다고 볼수 있다.

물체가 가속도를 가지게 되는 원인이 물체에 작용하는 힘이므로 가속도와 힘은 서로 비례한다고 생각할수 있다. 그러나 이런 생각이 옳은가 하는것은 오직 실험에 의해서만 판단할수 있다. 그림 7－2에 힘과 가속도사이의 관계를 알아보기 위한 실험을 보여주었다. 마찰이 없다고 볼수 있는 수평면우로 질량이 m인 물체가 움직일수 있게 되여있다. 밀차에 작용하는 힘은 측력계로 잰다. 도르래를 걸쳐서 실이 힘을 재는 측력계와 밀차를 련결하고있다. 측력계가 가리키는 힘은 밀차가 받는 힘과 같으며 그 힘은 짐의 무게 P와 같다.

짐의 무게를 변화시키면 밀차에 작용하는 힘의 값도 변한다. 이런 방법으로 힘을 변화시키면서 물체의 가속도를 측정해본다. 그것을 표로 만들고 그에 기초하여 그라프를 그려보면 그라프는 원점을 지나가는 직선으로 된다는것을 실험에 의하여 알수 있다. 이것은 물체에 작용하는 힘과 물체가 얻는 가속도가 서로 비례한다는것을 보여준다. 그리고 힘의 방향과 가속도의 방향이 같다는것도 알수 있다. 이것은 벡토르들인 힘과 가속도가 서로 비례한다는것을 의미한다. 즉

$$\vec{a} = k\vec{F}$$

라고 쓸수 있다. 여기서 비례결수 k가 무엇에 관계되는가 하는것을 알기 위하여 밀차의 질량을 변화시키면서 같은 실험을 해보자. 이때 추의 질량은 변화시키지 않는다. 그러면 $\vec{F}$는 변하지 않는다. 실험에 의하면 물체가 얻는 가속도는 힘이 일정할 때 물체(이 경우에는 밀차)의 질량에 거꿀비례한다. 이것은 k가 물체의 질량 m에 거꿀비례한다는것을 보여준다.

제4절 뉴톤의 제2법칙

앞에서 얻은 실험결과에 기초하여 다음과 같은 결론을 내릴수 있다.

어떤 물체에 힘이 작용하면 물체는 힘의 작용방향으로 향하는 가속도를 얻는데 가속도의 크기는 물체에 작용하는 힘에 비례하고 물체의 질량에 거꿀비례한다. 이것을

$$\vec{a} = k_1 \frac{1}{m}\vec{F} \qquad (4.1)$$

와 같이 쓸수 있다. 여기서 k_1은 물체의 성질이나 힘의 특성에 관계되지 않는 상수이다. 이제 상수 k_1의 값에 대하여 보기로 하자.

공식(4.1)에는 질량, 길이, 시간, 힘의 네가지 물리적량이 들어있다. 질량, 길이, 시간을 재는 단위는 이미 정해져있다. 그러나 힘을 재는 단위는 아직 정해져있지 않다. 그런데 비례결수 k_1은 물체의 성질에도 관계되지 않고 힘의 성질에도 관계되지 않는 상수이므로 $k_1=1$로 되게 하는것이 가장 편리할것이다. 힘의 단위가 아직 정해져있지 않은데 바로 $k_1=1$로 되게 힘의 단위를 정하면 된다. 이렇게 정한 힘의 단위는 N(뉴톤)이라고 부른다. 이때

$$\vec{a}=\frac{1}{m}\vec{F},\quad m\vec{a}=\vec{F} \qquad (4.2)$$

로 된다. 즉 물체에 힘이 작용하면 그 방향으로 가속도가 생긴다. 이때 물체의 가속도에 질량을 곱한것은 그 물체에 작용한 힘과 같다. 이것을 뉴톤의 제2법칙이라고 부른다. 뉴톤은 이 법칙도 이미 갈릴레이가 발견했다고 주장하였다. 그러나 이 법칙을 이렇게 명백하게 처음으로 정식화한 학자는 뉴톤이였다. 그러므로 그것은 응당 뉴톤의 제2법칙이라고 불러야 한다.

여기서 한가지 강조해야 할 문제가 있다. 그것은 뉴톤이 우의 제2법칙을 (4.2)식과 같이 적은것이 아니라 다음과 같이 적었다는것이다.

$$\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}=\vec{F} \qquad (4.3)$$

여기서 $\vec{P}$는 물체의 운동량인데 그것을 뉴톤은

$$\vec{P}=m\vec{v}$$

와 같이 정의하였다. 이 공식에는 깊은 뜻이 들어있다.

한마디로 그것은 물체의 운동상태를 특징짓는 물리적량이 속도가 아니라 물체의 운동량이라는것을 보여주고있다. 속도와 운동량을 대비해보면 운동량이 속도보다 훨씬 단순한 성질을 가진다는것을 알수 있다. 물체를 구성부분들로 가르면 매 구성부분의 속도와 운동량을 생각할수 있다. 그러한 구성부분을 충분히 작은것으로 되게 하여 그것을 질점으로 볼수 있다고 하자. 그러면 질점의 속도라는것은 아주 명백하다. 그런데 질점들의 모임으로서의 물체의 속도는 결코 매개 질점의 속도들의 벡토르합으로 되지 않는다. 이와 달리 물체의 운동량은 그 물체를 이루는 질점들의 운동량들의 벡토르합과 같다. 이런 측면에서 운동량은 질량과 비슷한데 이런 성질을 더해지는 성질이라고 부른다. 즉 운동량은 더해지는 량이다.

이것은 운동량이 물체의 운동상태를 보여주는 량이라고 보는것이 깊은 물리적의미를 가지고있다는것을 보여준다. 힘의 단위의 물리적의미를 보자.

$$1N = 1kg \times 1m/s^2 = 1kg \cdot m/s^2$$

이다. 즉 1kg인 물체에 1N의 힘이 작용하면 그 물체는 $1m/s^2$만한 크기의 가속도를 얻는다. 이것이 힘의 단위인 1N의 물리적의미이다.

지구는 지구겉면에 있는 물체를 $F_{중} = mg$와 같은 힘으로 끌어당긴다. 여기서 g는 지구중력가속도로서 대략 $9.8m/s^2$과 같다. 뉴톤의 제2법칙과 관련하여 몇가지 측면을 강조하겠다.

뉴톤의 운동법칙에 들어가는 힘 $\vec{F}$ 라는것은 물체에 작용하는 모든 힘들의 합력을 의미한다.

다음으로 뉴톤의 제2법칙을 $m\vec{a} = \vec{F}$ 라고 쓰는것은 물체의 질량이 변하지 않을 때에만 맞는다. 만일 물체의 질량이 운동과정에 어떤 원인에 의하여 변하는 경우에는 $\Delta\vec{P}/\Delta t = \vec{F}$라고 쓰는것이 옳다. 많은 경우에 물체에 작용하는 힘의 성질이 알려져있고 그에 기초하여 운동이 어떻게 일어나겠는가 하는 문제가 제기된다. 이런 경우에는 뉴톤의 제2법칙을

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$$

와 같이 쓴다. 여기서 왼쪽에 있는것은 도함수이다. 이때 이것을 운동방정식이라고 부른다. 운동방정식이 주어지면 앞으로 물체가 어떻게 운동하겠는가 하는것을 리론적으로 예견할수 있다.

뉴톤의 제1법칙과 제2법칙의 호상관계를 옳게 리해하여야 한다. 만일 물체에 작용하는 힘이 령이면 뉴톤의 제2법칙으로부터 물체의 가속도가 령으로 된다는 결론이 나온다. 물체의 가속도가 령이면 물체의 속도는 시간에 따라 변하지 않는다. 따라서 물체는 등속직선운동을 한다. 이것이 다름아닌 뉴톤의 제1법칙이다. 결국 뉴톤의 제1법칙은 뉴톤의 제2법칙의 특수경우에 지나지 않는다는 결론이 나온다. 만일 이런 결론이 옳다면 뉴톤의 제1법칙을 독립적인 법칙으로 볼수 없을것이다. 과연 이러한 생각이 맞는가? 맞지 않는다. 뉴톤의 제1법칙은 관성기준계에서만 성립하는 법칙이고 뉴톤의 제2법칙도 역시 관성기준계에서만 성립하는 법칙이다. 사실상 관성기준계는 뉴톤의 제1법칙이 성립하는 기준계라고 말할수 있으며 이 세상에 관성기준계가 있다는것을 주장하는것이 뉴톤의 제1법칙이다. 그러므로 뉴톤의 제1법칙은 독립적인 법칙의 성격을 가진다.

제5절 뉴톤의 제3법칙

뉴톤의 제2법칙에서는 한 물체를 놓고 거기에 작용하는 힘과 그 힘에 의하여 생기는 물체의 가속도사이의 관계를 밝히고있다. 그러면 어

면 물체에 작용하는 힘은 무엇에 의하여 생기게 되는가? 왜 지구에 있는 모든 물체는 지구에 끌리우는가? 왜 달은 지구주위로, 지구는 태양주위로 돌아가고있는가? 이런 문제를 생각해보면 달에는 지구가 달을 지구쪽으로 끌어당기는 힘이 작용하고있으며 지구는 또 그것대로 태양에 끌리우고있다는것을 알수 있다. 즉 달에 작용하는 힘은 지구에 의하여 생기며 지구에 작용하는 힘은 태양에 의하여 생긴다. 따라서 질량이 서로 다른 물체들사이에도 서로 상대방을 자기쪽으로 끌어당기는 힘이 작용한다는 결론이 나온다. 두 힘가운데서 하나를 작용이라고 하고 다른것은 반작용이라고 한다. 작용이라는 말은 뉴톤의 제2법칙에서 처음으로 명백히 쓰이고있다. 그것은 물체의 운동상태를 변화시키는 원인을 의미하며 구체적으로 보면 물체에 작용하는 힘으로 나타난다. 따라서 어떤 물체의 운동을 생각할 때 그 물체가 다른 물체들로부터 받는 힘을 작용이라고 보는것이 리치에 맞는다. 두 물체 A, B가 호상작용하는 경우에 A의 운동을 따질 때에는 A가 B로부터 받는 힘이 작용이고 A가 B에 주는 힘은 반작용이라고 보아야 한다. 반대로 B의 운동을 따질 때에는 B가 A로부터 받는 힘이 작용이고 B가 A에 주는 힘은 반작용이라고 보아야 한다. 작용과 반작용을 이렇게 리해하면 리치에도 맞고 혼돈할 우려도 없다. 질량이 꼭같은 두 물체가 호상작용하는 경우에는 작용과 반작용은 두 물체의 중심(정확히 말하면 질량중심)을 련결하는 직선에 평행이며 크기는 같고 방향은 반대이다. 질량이 서로 다른 두 물체사이에 작용하는 작용과 반작용의 경우에도 이것과 꼭같은 성질이 있다는것이 실험에 의하여 확증되였다. 그림 7-3에서 두 밀차 A, B는 꼭같은것이다. 밀차 A에는 사람이 올라타고있고 밀차 B에는 사람과 질량이 꼭같은 물체를 올려놓았다.

밀차 B우에 있는 물체에 바줄의 한쪽 끝을 비끄러매고 바줄의 다른쪽 끝은 사람이 쥐고있다. 이제 사람이 바줄을 자기쪽으로 잡아당기면 밀차 B는 A쪽으로 끌려간다. 그런데 A도 동시에 B쪽으로 끌려가며 두 물체가 끌려가는 거리는 같다. 이 실험은 작용과 반작용이 크기는 같고 방향은 서로 반대방향이라는것을 보여준다. 이와 비슷한 수많은 실험을 통하여 다음과 같은 결론을 내릴수 있다. 두 물체가 서로 주고받는 힘은 한 직선우에 놓여있으며 크기는 같고 방향은 반대이다. 이것을 뉴톤의 제3법칙이라고 부른다. 그것을 작용과 반작용의 법칙이라고도 부른다. 뉴톤의 제3법칙은 두 물체가 호상작용할 때 매개 물체가 받는 힘의 성질을 밝히는 법칙이다.

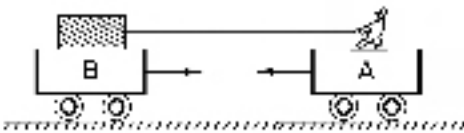



그림 7-3. 작용과 반작용

작용과 반작용의 법칙과 관련하여 어떤 경우에 그것들을 합칠수 있고 또 어떤 경우에는 그것들을 합쳐서는 안되는가 하는 문제가 제기된다. 실

례로 말이 마차를 끄는 경우에 말이 마차에 주는 힘과 마차가 말에 주는 힘은 크기가 같고 방향이 서로 반대이다. 만일 이 두 힘을 합칠수 있다면 합력은 령으로 될것이고 마차는 움직일수 없을것이다. 실지에 있어서는 이 경우에 힘의 작용대상이 전혀 다르며 따라서 두 힘은 합성할수 없다.

사실 말이 마차를 앞으로 끌고나가는 운동은 생각과는 달리 아주 복잡하다. 만일 마차가 말을 뒤로 끌어당기는 힘만 말에 작용한다면 말은 앞으로 나갈수 없을것이다. 마차를 앞으로 끌 때 말은 발로 땅을 힘차게 뒤로 민다. 이때 뉴톤의 제3법칙에 의하여 땅은 같은 크기의 힘으로 말을 앞으로 내밀어준다. 바로 땅이 주는 이 힘에 의하여 말은 총체적으로 앞으로 내미는 힘을 받게 되여 앞으로 나갈수 있다. 한 물체에 크기가 같고 방향이 반대이며 같은 직선우에 놓이지 않는 두 힘이 작용한다면 그것을 짝힘이라고 부른다. 짝힘은 물체로 하여금 돌아가게 하는 작용을 하며 따라서 짝힘은 합성할수 없다.

그러나 서로 다른 두 물체에 작용하는 힘을 합성해도 되는 경우도 있다. 실례로 한 물체안에 있는 립자들사이에는 작용과 반작용이 존재하지만 그것은 전체로서의 물체의 운동에 영향을 주지 않는다. 즉 이 경우에 전체로서의 물체의 운동을 따질 때에는 물체안에 있는 부분들사이의 작용과 반작용은 합쳐져서 물체의 운동에 영향을 주지 않는것이다.

이제 그림 7－4에 보여준 경우를 살펴보자.

한번은 학생이 바줄의 한끝을 벽에 매놓고 잡아당기고 다음은 두 학생이 바줄의 두끝을 잡고 서로 자기쪽으로 끌어당긴다. 얼핏 생각하면 두번째 경우에 더 큰 힘이 작용할것 같은데 측력계는 꼭같은 값 400N을 가리킨다. 왜 그렇게 되는가? 그것은 벽에 바줄의 한쪽 끝을 매놓고 400N의 힘으로 바줄을 잡아당기면 벽도 같은 크기의 힘으로 반대방향으로 바줄을 잡아당기기때문이다. 그러므로 두 경우에 바줄에 작용하는 힘은 같다. 둘째 경우에 바줄이 멎어있으면 이것은 두 학생이 꼭같은 400N의 힘으로 바줄을 당기고있다는것을 의미한다.

무게가 P인 물체가 땅우에 놓여있다고 하자. 이때 물체는 땅을 P와

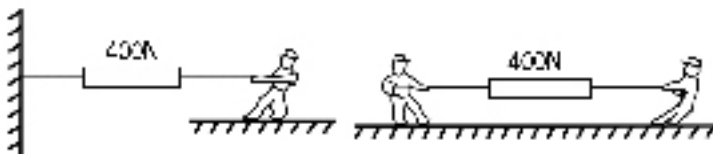



그림 7－4. 어느 경우에 더 센 힘으로 당기는가?

같은 힘으로 내리누른다. 그럼에도 불구하고 물체가 멎어있다는것은 뉴톤의 제1법칙에 의하면 물체에 작용하는 힘들의 합력이 령으로 된다는것을 의미한다. 즉 물체에는 그것을 우로 올리미는 맞선힘이 작용하는데 그것의 크기는 물체의 무게와 같다. 이 문제를 좀더 구체적으로 따져보면 물체의 무게와 같은 크기의 힘이 물체와 닿아있는 땅에 작용하며 이때 뉴톤의 제3법칙에 의하여 땅은 물체에 우로 향하는 반작용을 준다. 그 반작용이 바로 물체가 받는 맞선힘으로 된다. 이때 물체에 작용하는 중력과 맞선힘의 작용점은 서로 다르다.

중력은 물체의 모든 부분에 작용하는데 그것의 합력은 물체의 질량중심에 작용하는것으로 볼수 있다. 땅의 맞선힘은 땅에 맞붙어있는 곳에서 작용하는데 맞선힘들도 하나의 합력으로 바꿀수 있다. 이때 맞선힘의 합력의 작용점과 질량중심을 련결하는 직선이 한 드림선우에 있어야 중력과 맞선힘이 비겨서 물체가 멎어있을수 있는것이다.

제6절 수평으로 던진 물체의 운동

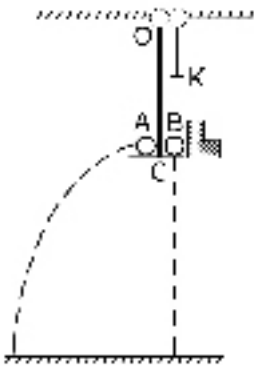



그림 7-5. 두 물체 A, B의 운동

뉴톤의 운동법칙을 리용하여 수평으로 던진 물체가 어떻게 운동하는가 하는것을 밝힐수 있다. 먼저 다음과 같은 실험을 해보자.(그림 7－5) 꼭같은 두개 공 A와 B를 같은 높이에서 동시에 떨어지게 한다. 처음에 두 공은 수평받침대 C우에 놓여있다. 어떤 순간에 망치 K로 OC를 때리면 A는 수평으로 던져지고 B는 자유락하한다. 이때 두 공이 내려가는 모양을 스트로보사진으로 찍으면 그림 7－6과 같이 된다.

그림을 자세히 분석해보면 다음과 같은것을 알수 있다. 첫째로 같은 시간동안에 A와 B가 내려간 거리는 같으며 둘째로 A의 수평방향의 속도는 일정하다. 이것은 지구가 물체를 아래로 끌어당기는 힘 즉 중력이 mg와 같다고 보면 다음과 같이 설명할수 있다. 즉 C점을 자리표원점으로 취하고 x축은 왼쪽으로, y축은 드림선아래방향으로 향하도록 하면 x축방향으로는 물체에 힘이 작용하지 않으므로 그 방향의

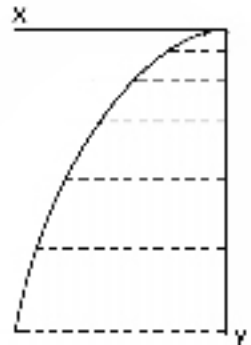



그림 7－6. 스트로보사진

속도는 일정하다. y축방향으로는 mg와 같은 힘이 작용하므로 그 방향의 가속도 a는 ma=mg로부터 a=g와 같다. t순간에 x, y는 각각

$$x = v_0 t, \quad y = \frac{1}{2} g t^2$$

과 같이 되며 t를 없애면

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$$

이라는 공식을 얻는다. 이것은 물체의 자리길의 방정식이며 그것을 그라프로 그리면 그림 7－6과 같은 포물선이 얻어진다.

이상의 고찰로부터 무엇을 알수 있는가? 그것은 직각자리표계에서 x방향의 운동과 y방향의 운동이 서로 독립적으로 진행된다는것이다. 이 결론이 아무때나 맞는가 하는것을 생각해보자. 우리는 물체가 떨어질 때 지구중력만 받으면서 떨어진다고 보았는데 이것은 공기의 저항을 무시할수 있는 경우에만 맞는다. 만일 공기의 저항을 고려하면 문제가 복잡해진다.

보통 공기의 저항은 속도의 n제곱에 비례한다고 보는데 그러면 그것은

$$\vec{F}_{저} = -kv^{n-1}\vec{v}$$

와 같이 쓸수 있다. 여기서 v는 속도의 크기이며 그것은 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ 와 같다. 따라서 공기의 저항을 x성분과 y성분으로 가르면 운동방정식은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$ma_x = -kv^{n-1}v_x,$$

$$ma_y = mg - kv^{n-1}v_y$$

만일 n=1이면 $v^{n-1}=1$로 되고 이때에는 x방향의 운동과 y방향의 운동이 독립적으로 일어난다. 그러나 만일 n≠1이면 x방향의 가속도는 v_y에도 관계되고 y방향의 가속도는 v_x에도 관계되므로 x, y방향의 운동이 서로 련관되게 된다. 전형적인 실례로 총알이나 포탄, 락하산수의 운동을 들수 있다. 총알의 경우에는 n이 2～3의 값을 가진다. 그러므로 총알의 운동에서는 수평방향의 운동과 수직방향의 운동이 강하게 련관되여있다. 이제 총알의 운동에 대하여 구체적으로 따져보자. 총알의 운동은 총신안에서의 운동과 총신을 빠져나간 다음의 운동을 갈라서 보아야 한다. 총알이 총신강안에서 운동하기 시작하는것은 탄알안에 있는 화약이 폭발한 순간부터이다. 화약이 폭발할 때 생기는 센 압력은 총알을 앞으로 내미는 동시에 총신을 뒤로 민다. 총알이 총신안에서 운동하는 동안에는 두 힘이 크기는 같고 방향이 반대이므로 그것들의 합력은 령으로 된다. 그러므로 총알이 총신안에서 운동하는

동안은 총이 힘을 받지 않는다. 또한 두 힘이 같은 직선에 따라 작용하므로 짝힘도 생기지 않는다. 그러나 총알이 총구를 빠져나가는 순간에는 총신을 뒤로 미는 힘만 작용하므로 총신은 우로 올라간다. 총탁은 사수의 어깨에 고정되여있으므로 총은 고정점주위로 회전하려고 한다. 이것을 막기 위하여 사수는 왼쪽손으로 총을 단단히 잡고있어야 한다. 총을 쏠 때 격발기의 격침이 뢰관을 때리는 순간에 총이 어떻게 놓여있었는가 하는데 따라 총알이 나가는 방향이 결정된다. 아무리 목표를 정확히 겨누었다고 하여도 격침이 뢰관을 때리는 순간에 총이 흔들리면 목표를 명중할수 없다. 그러므로 격발기를 슬그머니 당겨서 총이 흔들리지 않게 하면서 사격해야 한다. 이제 총구를 빠져나간 다음에 총알이 어떻게 운동하는가를 보자. 총구를 빠져나가는 순간에 총알의 속도는 700～800m/s정도이다. 이것은 그만한 속도로 바람이 부는것과 같다고 볼수 있다.

이렇게 놓고보면 총알이 받는 공기의 저항이 대단히 크다는것을 짐작할수 있다.

제7절 각을 지어 던진 물체의 운동

이 절에서 말하는 각을 지어 던진 물체의 운동이라는것은 공기의 저항을 무시할수 있으며 중력의 작용만 고려하는 경우의 운동을 의미한다. 그런 경우에 물체는 드림면에서 운동하게 된다.

수평방향을 x축으로 취하고 드림선우로 향하는 방향을 y축으로 취하자. 그리고 물체를 던진 점을 자리표원점으로 취하는것이 편리하다. 그러면 t＝0인 순간에 $x=0$, $y=0$으로 된다. 그리고 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$ma_x = 0,\ \ ma_y = -mg,$$

$$a_x = 0,\ \ a_y = -g$$

t＝0 순간에 v_0의 속도로 수평면에 대하여 α의 각으로 물체를 던졌다면 t＝0 순간에 속도의 x, y성분은 각각 다음과 같다.

$$v_x = v_0 \cos\alpha,\ \ v_y = v_0 \sin\alpha$$

x방향의 가속도는 0이므로 x방향의 속도성분은 시간에 따라 변하지 않으며 언제나 $v_x = v_0 \cos\alpha$와 같다. y방향의 가속도는 －g이므로

v_y는 다음과 같다.

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt$$

그리고 x, y는 각각 다음과 같다.

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t, \quad y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

매 순간에 속도의 크기와 방향은 다음과 같다.

$$v = \sqrt{v_0^2 \cos^2\alpha + \left(v_0 \sin\alpha - gt^2\right)^2}$$

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_0 \sin\alpha - gt}{v_0 \cos\alpha}$$

여기서 θ는 속도의 방향과 수평면사이의 각이며 그것은 t순간에 물체의 운동방향을 규정한다. 물체가 올라가는 최고높이를 H로 표시하자. 그 점에서 v_y=0으로 된다. 이로부터 최고높이까지 올라가는데 걸리는 시간을 구하면

$$t_1 = \frac{v_0}{g} \sin\alpha$$

이고 이것을 y에 대한 공식의 t대신에 넣으면 H가 얻어진다.

$$H = \frac{1}{2} v_0 \sin\alpha \cdot t_1 = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2\alpha$$

출발점과 같은 높이까지 날아가는데 걸리는 시간 t_2은 t_1의 2배이다.

$$t_2 = \frac{2v_0}{g} \sin\alpha$$

이만한 시간동안에 날아간 수평거리는

$$L = v_0 \cos\alpha \cdot t_2 = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$$

와 같다. α=45°일 때 L이 최대값을 가지는데 그것은 $\frac{v_0^2}{g}$과 같다. 즉 공기의 저항을 무시할수 있는 경우에 최대수평거리는 α=45°일 때 도달되며 처음속도의 두제곱에 비례한다.

만일 총알이 날아갈 때 공기의 저항이 없다면 총알의 처음속도가 800㎧일 때 그것이 날아가는 최대수평거리가 64㎞로 되지만 실지로 총

알이 공기속에서 날아가는 거리는 4㎞정도밖에 안된다. 이것은 총알의 경우에 공기의 저항이 매우 큰 영향을 준다는것을 보여준다.

수평면과 α만한 각을 지어 v_0의 처음속도로 던진 물체가 그리는 자리길을 구하기 위하여서는 y를 x의 함수로 표시하여야 한다.

그러자면 x에 대한 공식으로부터

$$t = \frac{x}{(v_0 \cdot \cos\alpha)}$$

를 구하고 그것을 y에 대한 공식의 t대신에 넣어주면 된다. 그러면 물체의 자리길방정식을 얻을수 있는데 그것은 다음과 같다.

$$y = x \cdot \tan\alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} x^2$$

이것은 포물선의 방정식이다. 이것의 그라프를 그리자면 먼저 수표를 만들어야 한다. 실례로

$$\tan\alpha = \frac{3}{4}, \quad \cos\alpha = \frac{4}{5}, \quad v_0 = 10 \text{ ㎧}$$

인 경우를 보자. g=10㎨이라고 보면

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{25}{320}x^2$$

을 얻는다. 여기서 x, y는 m의 단위로 적은것이다.

이 공식에 기초하여 수표를 얻어 물체가 그리는 자리길을 그리면 그림 7−7과 같은 모양이 된다.

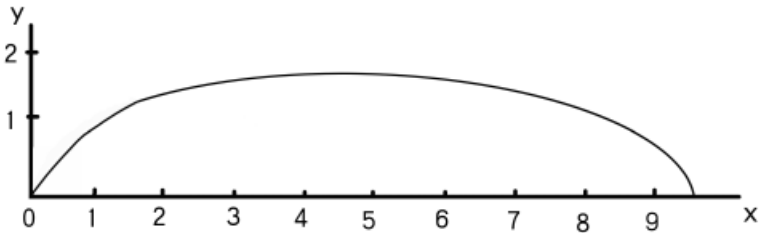



그림 7−7. 물체의 자리길

제8절 관성힘

뉴톤의 제2법칙은 관성기준계에서 성립하는 법칙이다. 그런데 비관성계에서의 운동을 취급해야 하는 경우에는 뉴톤의 운동법칙을 기계적으로 적용할수 없다. 먼저 비관성기준계의 실례를 보자. 승강기가 멎어있는 상태에서 우로 올라가거나 아래로 내려갈 때에는 처음에 일정한 가속도를 가지고 운동하다가 속도가 어떤 값에 이르면 그다음부터는 등속직선운동을 한다. 승강기가 가속도를 가지고 운동하는 경우에는 승강기에 고정된 기준계는 비관성기준계로 된다. 뻐스나 기차, 자동차가 출발할 때나 멎어설 때에도 가속도가 존재하므로 뻐스나 기차, 자동차에 고정된 기준계는 비관성기준계로 된다.

관성기준계에 대하여 등속직선운동하는 기준계는 관성기준계로 되지만 속도가 변하는 기준계는 비관성기준계로 된다. 실례로 곡선에 따라 운동하는 물체에 고정된 기준계는 비관성기준계로 된다. 왜냐하면 곡선운동은 반드시 가속도가 있는 운동이기때문이다. 그런데 비관성기준계에 있는 관측자의 경우에는 그 기준계를 멎어있는것처럼 보고 모든 물체의 운동을 취급하는것이 편리하다. 그러면 비관성기준계에서는 어떤 현상이 일어나는가?

실례로 승강기가 멎어있다가 우로 올라갈 때에는 사람의 몸무게가 커지는것을 느끼게 된다. 실지로 저울로 무게를 재여보아도 이때 무게가 늘어난다는것을 알수 있다. 만일 승강기가 우로 올라갈 때의 가속도를 $\vec{a}$라고 하면 저울에 나타나는 질량이 m인 사람의 무게는 m(g+a)와 같다. 반대로 승강기가 아래로 $\vec{a}$의 가속도로 내려가는 경우에는 사람의 몸무게가 m(g－a)와 같이 된다. 이것은 사람이 받는 힘이 m(g+a) 또는 m(g－a)와 같다는것을 의미한다. 힘이 벡토르라는것을 고려하면 승강기의 가속도벡토르가 $\vec{a}$와 같을 때 그안에 있는 사람이 받는 힘은

$$\vec{F}_{비} = m\vec{g} - m\vec{a}$$

와 같다고 말할수 있다. 여기서 $m\vec{g}$는 관성기준계에서 작용하는 힘이고 $\vec{F}_{관} = -m\vec{a}$는 관성힘이라고 부르는 힘이다. 관성힘은 승강기가 비관성기준계이기때문에 생기는 힘이다. 관성힘은 어떤 물체가 주는 힘이 아니라는 점에서 다른 힘들과 차이난다. 관성힘의 방향은 비관성기준계의 가속도의 방향과 반대방향이며 관성힘의 크기는 물체의 질량에 비관성기준계의 가속도의 크기를 곱한것과 같다. 관성힘은 비관성기준계에서 실지로 물체에 작용하는 힘과 구별할수 없다. 관성힘은 기준계

가 가속운동을 하는 경우에는 언제나 작용한다. 실례로 뻐스가 곡선길을 달리는 경우에 려객들은 곡선바깥쪽으로 몸이 쏠리는것을 느끼게 되는데 그것도 바로 관성힘이 작용하기때문이다. 우주비행사가 인공지구위성이 지구에서 가속되면서 날아오를 때 받는 부담은 대단히 크다. 처음에 날아오를 때 인공지구위성의 가속도는 지구중력가속도의 7～8배에 이른다. 이때 그안에 있는 우주비행사는 자기의 몸무게가 8～9배로 커진것처럼 느낀다. 특히 이때 피가 뇌수까지 올라가기 힘들다. 그러므로 가속기간에 우주비행사는 가속방향에 수직으로 누워있어야 한다. 이와 같이 관성힘의 작용은 보통힘의 작용과 전혀 구별할수 없다. 관성힘의 중요한 실례로 지구주위로 돌고있는 인공지구위성에 있는 우주비행사가 느끼는 무중력상태를 들수 있다. 우주비행사는 지구인력과 관성힘을 동시에 받는데 그것들은 크기가 같고 방향이 반대이다. 그러므로 우주비행사에 작용하는 두 힘의 합력은 령으로 된다. 따라서 우주비행사는 힘을 느끼지 못하며 무게를 느끼지 못한다. 이런 상태는 사실 무중력상태가 아니라 무게가 없는 상태라고 말하는것이 더 정확할것이다. 만일 비관성계에서 측정한 물체의 가속도를 $\vec{a}_{물}$이라고 표시하고 관성계에서 그 물체에 작용하는 실제적인 힘을 $\vec{F}_{실}$이라고 표시하면

$$\vec{F}_{실}+\vec{F}_{관}=\mathrm{m}\vec{a}_{물}$$

과 같이 쓸수 있다. 이것이 비관성기준계에서 물체의 운동방정식이다. 왼쪽에 있는것을 비관성계에서 물체가 받는 힘이라고 보면 비관성계에서의 운동방정식의 모양은

$$\mathrm{m}\vec{a}_{물}=\vec{F}$$

와 같이 되며 관성계에서의 운동방정식과 같은 모양으로 된다.

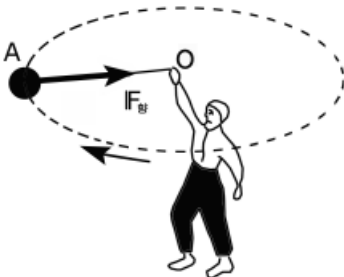
제9절 향심력과 원심력

물체가 등속원운동을 하는 경우를 보자. 그러한 실례로 노끈의 한쪽 끝을 오른손으로 잡고 반대쪽 끝에 매단 돌을 빠른 속도로 돌리는 경우를 보자.(그림 7−8) 이때 손에는 바깥쪽으로 향하는 힘이 작용한다. 이것은 손이 물체를 자기쪽으로 끌어당기는 힘에 대한 반작용이다. 돌이 원을 따라 돌아가는것은 돌을 원의 중심쪽으로 끌어당기는 힘이 끊임없이 작용하고있기때문이다. 만일 어

그림 7−8. 원운동을 하는 물체

면 순간에 돌을 놓아주면 돌은 원에 대한 접선방향으로 날아간다.

이것을 뉴톤의 법칙들에 기초하여 설명하자면 어떻게 설명해야 하겠는가를 살펴보자. 뉴톤의 제1법칙에 의하면 물체에 힘이 작용하지 않으면(즉 물체에 작용하는 힘들의 합력이 령이면) 물체는 등속직선운동을 한다. 원운동은 등속직선운동이 아니며 원의 중심쪽으로 향하는 가속도를 가지는 가속운동이다. 한편 뉴톤의 제2법칙에 의하면 물체가 가속운동을 하는 경우에는 가속도에 질량을 곱한것과 같은 힘을 받고있다. 등속원운동의 경우에는 가속도가 원의 중심쪽으로 향하는것만큼 물체에 작용하는 힘도 원의 중심쪽으로 향한다. 그러므로 이런 힘을 향심력이라고 부른다. 달이 지구주위로 원자리길을 그리면서 돌아가는것은 지구가 달을 지구쪽으로 끌어당기고있다는것을 보여준다.

향심력의 방향은 원의 중심쪽으로 향하는데 그것의 크기는 질량 m에 향심가속도 $a_{향}$을 곱한것과 같다. 향심가속도는 다음과 같이 표시된다는것을 이미 보았다.

$$a_{향} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

여기서 R는 원의 반경, v는 선속도이고 ω는 각속도이다. 이로부터 등속원운동을 하는 물체에는 원의 중심쪽으로 향하며 크기는

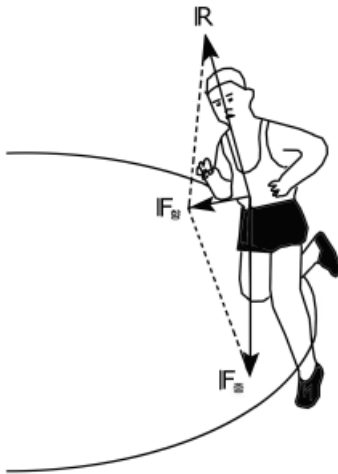
$$F = m\,a_{향} = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R \qquad (9.\ 1)$$

와 같은 향심력이 작용한다는 결론이 나온다.

이와 같이 향심력이란 물체가 등속원운동을 할 때 그 물체를 원의 중심쪽으로 끌어당기는 힘이며 그것의 값은 (9. 1)식에 의하여 주어진다. 그런데 이 공식에는 물체의 속도가 들어있다. 이로부터 향심력은 물체의 속도에 관계된다는 결론을 내릴수 있겠는가? 즉 향심력이 물체의 운동상태에 관계된다고 말할수 있겠는가? 그렇게 말할수 없다. 향심력은 원의 중심에 있는 물체가 원운동을 하는 물체에 주는 힘으로서 물체가 놓여있는 자리에 의하여 완전히 결정된다. 그리고 등속원운동을 할 때에만 향심력이 작용하는것이 아니라 실례로 물체가 타원자리길을 따라 돌아갈 때에도 같은 향심력이 작용한다. 물론 사람이 노끈의 한쪽 끝을 손에 쥐고 다른쪽 끝에 매달려있는 돌을 돌리는 경우에는 향심력이 돌의 속도에 관계된다. 이것은 돌을 빠른 속도로 돌리자면 더 큰 힘이 필요하다는 사실로부터 알수 있다. 그러나 달이 지구주위로 돌아가거나 지구가 태양주위로 돌아갈 때 달이나 지구에 작용하는 향심력은 지구에 대한 달의 위치 또는 태양에 대한 지구의 위치에만 관계되고 달이나 지구의 운동상태에는 관계되지 않는다. 즉 그것들이 등속원운동을 하는가, 아니면 타원운동을 하는가 하는것에 관

계없이 달이나 지구가 놓여있는 자리만 주어지면 향심력은 완전히 결정되는것이다. 이제 어떤 축주위로 일정한 각속도 ω를 가지고 등속원운동을 하는 원판우에 있는 관측자가 보면 어떤 현상이 관측되겠는가 하는것을 생각해보자. 만일 원판의 중심에 있는 회전축에 용수철의 한쪽 끝을 고정시키고 용수철의 다른쪽 끝에 질량이 m인 물체를 매달고 원판을 축주위로 ω의 각속도로 회전시키면 용수철이 x만큼 늘어난 상태에 있게 된다. 원판과 함께 회전하는 관측자가 볼 때에는 질량이 m인 물체는 늘어난 상태에서 멎어있는것으로 보인다. 늘어난 용수철에는 본래의 상태로 되돌아가려는 힘이 작용하는데 그것이 향심력으로 된다. 그런데 물체에 향심력이 작용하고있는데도 그것이 멎어있다는것은 향심력과 크기는 같고 방향이 반대인 힘이 작용한다는것을 보여준다. 그 힘은 회전중심으로부터 멀어지는 방향으로 작용하기때문에 그것을 원심력이라고 부른다. 원심력은 본질에 있어서 관성때문에 나타나는 힘이다. 만일 회전하는 원판우에 고정되지 않은 물체를 놓으면 그것은 바깥쪽으로 달아난다. 이것은 원심력이 실지로 물체에 작용하는 힘처럼 느껴진다는것을 보여준다. 원심력은 관성계에서 볼 때에는 운동하는 물체가 자기의 속도를 유지하려는 관성을 가지고있기때문에 생기는것이므로 관성힘에 속한다. 그러나 회전하는 기준계에서는 관성과 관련된 힘으로서 끄리올리힘도 존재하기때문에 원심력은 관성힘의 전부는 아니다.

등속원운동을 할 때에는 원심력과 향심력이 비기며 따라서 원심력의 크기는

$$F_{원} = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$$

와 같다. 향심력과 달리 원심력은 물체가 원운동을 할 때에만 나타나며 원심력의 크기는 물체의 운동상태에 관계된다. 더 일반적으로 말하면 원심력은 회전운동하는 비관성계에서 나타나는 관성힘의 하나이며 그것의 크기는

$$\frac{mv^2}{R} \text{ 또는 } m\omega^2 R$$

와 같고 방향은 회전중심으로부터 멀어지는 방향이다.

향심력을 일부러 만들어주어야 할 때가 적지 않다. 실례로 사람이 원을 따라 달릴 때에는 몸을 원의 안쪽으로 약간 기

그림 7-9. 향심력이 생기는 리치

울인 상태에서 달린다. (그림 7—9)

이때 사람에게는 드림선아래로 향하는 중력과 발바닥을 거쳐서 땅이 올리미는 힘 $\vec{R}$가 작용하는데 그것들의 합력이 향심력으로 된다. 만일 사람이 달리지 않고 기울어진 상태에 서있다고 하면 몸이 원의 중심쪽으로 쏠리므로 그쪽으로 넘어질것이다. 그러나 사람이 v의 속도로 반경이 R인 원주로를 따라 달리면 원심력이 생기는데 그것이 향심력과 비기므로 사람은 넘어지지 않는다. 자전거를 탄 사람이 굽인돌이를 돌때에도 역시 몸과 자전거를 굽인돌이의 안쪽으로 기울인다. 속도가 빠를수록 몸을 더 세게 안쪽으로 기울여야 한다. 기차가 굽인돌이를 돌때에도 역시 향심력을 조성함으로써 원심력을 극복하도록 한다. 그러기 위하여 바깥쪽 레루를 안쪽 레루보다 약간 높게 해준다.

제10절 원심현상

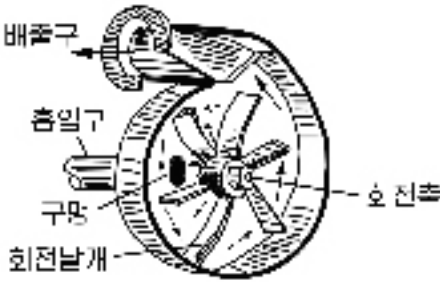
그림 7－10. 양수기

회전하는 물체에 작용하던 향심력이 없어지거나 약해지면 물체가 본래의 회전중심으로부터 멀어지는 현상을 원심현상이라고 부른다. 원심현상은 기술에서 널리 리용된다. 그림 7—10에 양수기를 보여주었다. 양수기에서는 흡입구를 통하여 물을 빨아들인 다음 회전축주위로 돌아가는 회전날개들에 의하여 물이 돌아가게 한다. 양수기의 웃부분에서 물은 원심현상에 의하여 배출구로 빠져나간다. 회전날개를 따라 돌아갈 때 물은 원심력에 의하여 바깥쪽으로 밀려나면서 원통을 따라 돌아가다가 결국은 배출구를 통하여 밖으로 나가게 된다. 그림 7—11에 보여준 원심건조기도 원심현상을 리용한 장치이다. 원심건조기에는 원통이 있는데 거기에 작

그림 7—11. 원심건조기

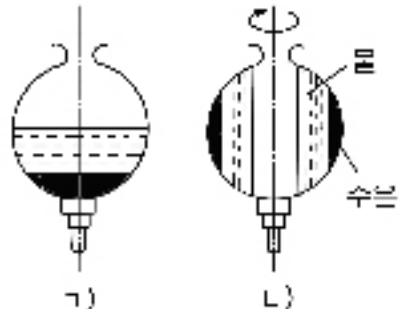



그림 7—12. 원심분리기의 원리

은 구멍들이 많이 뚫어져있다.

원통안에 젖은 빨래를 넣고 원통을 빠른 속도로 돌리면 천에 스며있던 물은 원심현상에 의하여 바깥으로 달아나려고 하는데 구멍들이 있으므로 바로 그 구멍들을 통하여 밖으로 나가고 빨래는 마르게 된다. 원심현상이 중요하게 리용되는 실례로서는 원심분리기를 들수 있다. 원심분리기의 원리를 그림 7－12에 보여주었다. 액체가 담겨져있는 그릇을 축주위로 높은 속도로 회전시키면 원심력은 질량에 비례하기때문에 무거운 액체가 더 큰 원심력을 받게 된다. 그리하여 맨 바깥쪽에는 수은과 같은 무거운 액체가 있고 안쪽에는 물과 같이 가벼운 액체가 있게 된다. 그러므로 무거운 액체와 가벼운 액체가 갈라진다.

만일 반경이 4㎝이고 1분동안에 8만번 돌아간다면 $\omega^2 r$는 지구중력가속도의 25만배정도로 된다. 이런것을 초원심분리기라고 부르는데 초원심분리기에서는 물체의 무게가 25만배로 커진것처럼 볼수 있다. 따라서 질량이 조금만 달라도 초원심분리기에 들어가면 무게가 대단히 크게 차이나는것처럼 되여 잘 분리된다. 초원심분리기는 동위원소를 분리하는데 쓰이고있다. 천연우라니움으로부터 질량수가 235인 동위원소를 분리해내야 하는데 바로 이것을 초원심분리기에 의하여 실현하는것이다.

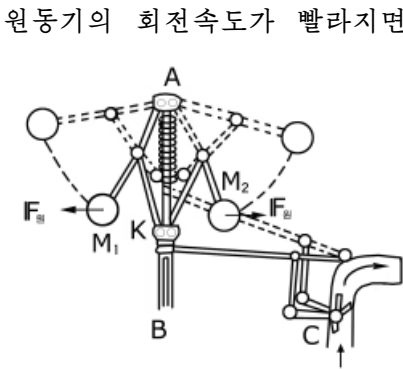
원심현상은 원심속도조절기에서도 리용된다. 원심속도조절기는 증기기관에서 공급되는 증기의 량을 자동조절하거나 수력발전소에서 수력타빈에 공급되는 물의 량을 자동조절하는데 리용된다. 그림 7－13에 원심속도조절기를 보여주었다. 원동기가 돌아갈 때 속도조절기의 축 AB는 원동기와 련결되여있으므로 원동기와 함께 돌아간다.

원동기의 회전속도가 빨라지면 조절기의 축도 더 빨리 돌아가게 된다. 이때 원심속도조절기의 축에 날개모양으로 붙어있는 두개 구 M_1, M_2은 원심현상에 의하여 축으로부터 멀어진다. 그러면 축에 끼워져있는 토시 K는 축을 따라 우로 올라가면서 판 C를 돌려서 증기나 물이 공급되는 관을 더 세게 막는다. 그러면 관을 지나가는 증기나 물의 량이 줄어든다. 그 결과에 원동기의 회전속도가 줄어든다. 그리하여 원동기의 회전속도는 너무 빠르지도 않고 너무 더디지도 않게 된다.

그림 7-13. 원심속도조절기

제11절 케플레르의 법칙

케플레르는 1609년에 행성들의 운동과 관련한 두가지 법칙인 케플레르의 제1법칙과 제2법칙을 《새로운 천문학》이라는 책에서 발표하였고 1619년에 출판된 《세계의 조화》라는 책에 케플레르의 제3법칙을 발표하였다.

케플레르가 활동하던 시기에는 수성, 금성, 화성, 목성의 네개 행성이 알려져있었다. 1781년에 망원경으로 하늘에 있는 별들을 관찰하는 과정에 특별히 눈에 뜨이는 푸른 색갈의 천체에 주목을 돌리게 되였는데 그것이 행성이라는것을 알게 되였고 천왕성이라고 불렀다. 천왕성의 자리길을 오래동안 연구하는 과정에 학자들은 그것이 타원과 약간 차이나는 경우가 있다는것을 발견하였다. 이것은 천왕성가까이에 다른 천체가 있다고 가정할 근거를 주었다. 1846년에 그러한 천체가 또 다른 하나의 행성이라는것을 발견하였는데 그것을 해왕성이라고 부른다.

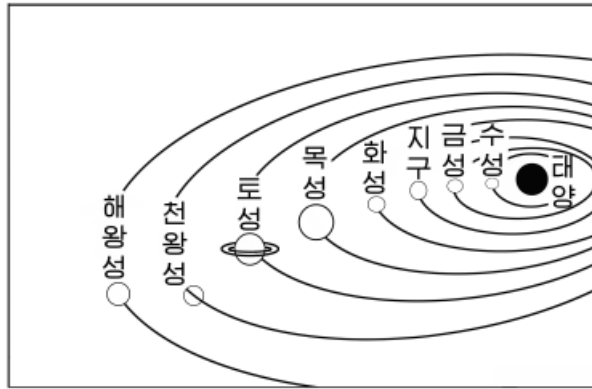



그림 7-14. 태양계의 행성들의 자리길

1930년에 명왕성이 발견되였다. 그리하여 태양계에 속하는 행성으로서 수성, 금성, 지구, 화성, 목성, 토성, 천왕성, 해왕성, 명왕성의 9개가 있다고 보게 되였다. 지금은 명왕성을 태양계에 속하는 행성이라고 보지 않으므로 태양계의 행성의 수는 8개라고 보고있다.

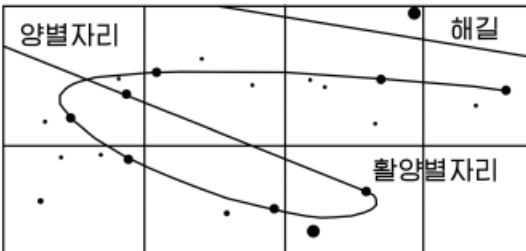



그림 7-14에 행성들의 자리길들을 보여주었다. 케플레르는 지동설이 옳다고 보고있었다. 그것은 천동설이 옳다면 지구에서 보이는 행성들의 운

양별자리
해길
활양별자리

그림 7-15. 지구에서 본 화성의 자리길

동이 실지로 일어나는 운동이라고 보아야 하겠는데 그림 7－15에서 보는것처럼 이때 화성이 그리는 자리길은 대단히 복잡해서 갈피를 잡을수 없기때문이다.

케플레르는 만일 태양이 우주에서 멎어있고 지구와 화성이 태양주위로 원을 그리면서 돌아간다면 어떻게 되겠는가 하는것을 생각해보았다.

케플레르는 태양주위로 한번 돌아가는데 걸리는 시간이 지구에서는 365일이고 화성에서는 686일이라는것을 알고있었다. 이에 기초하여 그는 화성과 지구의 자리길을 그려보았다.

그림 7－16에 그것을 보여주었다. 여기서 문제로 되는것은 태양으로부터 지구까지의 거리와 화성까지의 거리를 알아내는것이였다. 망원경으로 화성을 보면 그것까지의 거리는 알수 없고 다만 방향만 알수 있다. 이에 기초하여 화성이 태양주위로 돌아가는 자리길을 밝혀내야 하였다.

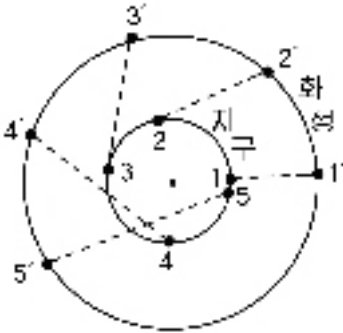



그림 7－16. 지동설의 립장에서 본 지구와 화성의 자리길

모든 계산을 손으로 하다보니 태양으로부터 화성까지의 거리를 찾아내는데 몇해가 걸렸다. 그런데 정작 그것을 알아낸 다음에 계산한 결과를 브라헤의 관측결과와 비교해보니 잘 맞지 않는 경우가 있었다. 그래서 케플레르는 화성이나 지구가 그리는 자리길이 태양을 한개 초점으로 가지는 타원이라고 가정하고 모든 계산을 다시 하느라고 또 몇해동안 고생하였다.

1609년에 그는 드디여 관측결과와 잘 맞는 자리길을 찾아내였으며 그에 기초하여 다음과 같은 두가지 법칙을 발견하였다.

케플레르의 제1법칙: 모든 행성은 태양을 지나가는 평면에서 태양을 한개 초점으로 가지는 타원에 따라 운동한다.

케플레르의 제2법칙: 행성이 같은 시간동안에 그리는 면적(면적속도)은 어디서나 같다. (면적속도일정의 법칙)

정확히 말하면 1609년에는 이 법칙들이 화성에 대하여 맞는다는것만 증명하였다. 그후 케플레르는 수성, 금성, 목성에 대하여 같은 계산을 9년에 걸쳐 진행하여 1618년에는 모든 행성들에 대하여 이상의 두가지 법칙이 잘 맞는다는것을 발견하였다. 나아가서 그는 여러가지 행성들이 그리는 타원의 긴반경과 주기를 비교하는 과정에 케플레르의 제3법칙을 발견하였으며 그것을 1619년에 발표하였다.

케플레르의 제3법칙: 행성이 그리는 타원자리길의 긴반경을 R로, 공전주기를 T로 표시하면 R^3/T^2의 값은 모든 행성들에 대하여 거의 같다.

제12절 만유인력법칙

뉴톤이 살고있던 시기에 적지 않은 사람들이 케플레르의 법칙에 기초하여 태양이 행성들을 끌어당기고있다는것을 짐작하고있었으며 영국 물리학자 로버트 후크를 비롯한 일부 학자들은 그러한 힘이 태양으로부터 행성까지의 거리의 두제곱에 거꿀비례한다는것까지도 짐작하고 있었다. 그러나 누구도 그것을 증명할수 없었으며 특히 그 힘이 물체의 질량에 어떻게 관계되는가 하는것은 알지 못하고있었다. 그러한 힘에 기초하여 케플레르의 세가지 법칙을 얻을수 있다는것은 오직 뉴톤만이 증명할수 있었다.

뉴톤이 만유인력의 법칙을 발견한것은 그의 나이가 22살～23살되던 때였다. 그때 뉴톤은 런던을 휩쓸고있던 전염병으로 대학이 문을 닫았기때문에 자기의 고향인 농촌에 가있었다. 하루는 뉴톤이 정원의 걸상에 앉아서 만유인력과 관련된 문제를 생각하고있었는데 사과 한알이 땅에 떨어지는것을 보게 되였다. 이로부터 그는 사색을 이어나갔다. 사과가 나무에서 떨어지는것은 지구가 사과를 끌어당기기때문이다. 지구는 지구에 있는 모든 물체를 끌어당긴다. 그 힘이 어디까지 미치며 거리에 따라 어떻게 변하는가? 달이 지구주위를 돌아가는것도 지구가 달을 끌어당기기때문일것이다. 행성들이 태양주위를 돌아가는것은 태양이 행성들을 끌어당기고있기때문일것이다. 이 모든 경우에 같은 법칙이 작용하지 않겠는가? 만일 그렇다면 행성운동에 관한 케플레르의 법칙들도 같은 법칙으로부터 나오지 않겠는가? 뉴톤은 이런 생각을 계산으로 검토해보기로 결심하였다. 그 시기에 등속원운동하는 물체의 향심가속도는

$$a_{향}=\frac{v^2}{R}$$

과 같다는것을 알고있었다. 여기에 물체의 질량 m을 곱하면 물체에 작용하는 힘이

$$F=\frac{mv^2}{R}$$

과 같으며 그것이 원의 중심쪽으로 향한다는 결론이 나온다. 회전주기를 T로 표시하면 물체에 작용하는 힘은

$$F=\frac{4\pi^2 mR}{T^2}$$

와 같다는 결론이 나온다. 그런데 케플레르의 제3법칙에 의하면 T^2 과

R^3의 비는 모든 행성들에 대하여 같은 값을 가진다.

그러므로 $T^2=bR^3$이라고 하면 행성에 작용하는 힘은 다음과 같이 표시된다.

$$F=\frac{4\pi^2}{b}\frac{m}{R^2}$$

이로부터 두가지 결론을 내릴수 있다. 그것은 첫째로, 태양이 행성을 끌어당기는 힘은 그 행성의 질량에 비례하고 태양으로부터 행성까지의 거리의 두제곱에 거꿀비례한다는것이다. 둘째로, 두 물체사이의 힘은 분명히 매개 물체의 질량들에 비례할것이다. 그러므로 질량이 각각 m_1, m_2인 두 물체가 서로 R만한 거리에 있다면 그것들은 서로 다른 물체를

$$F=G\frac{m_1m_2}{R^2} \qquad (12.\ 1)$$

과 같은 크기의 힘으로 끌어당긴다. 이것이 바로 뉴톤이 발견한 만유인력의 법칙이다. 뉴톤은 이 법칙을 리용하여 달이 지구주위를 돌아가는것을 따져보았다. 달이 지구주위를 한번 도는데 걸리는 시간은 27.3일이라는것이 알려져있었다. 이로부터 지구와 달사이의 거리만 알면 달의 향심가속도를 구할수 있다. 그것은 선속도가

$$v=\frac{2\pi R}{T}$$

라는것을 고려하면

$$a_{향}=\frac{v^2}{R}=\frac{4\pi^2R}{T^2}$$

이기때문이다. 지금은 지구와 달사이의 거리가 380 000㎞라는것을 알고있다. 이것을 넣고 계산하면 달의 향심가속도는 0.002 7㎨이라는것이 얻어진다. 지구에서 중력가속도는 g=9.8㎨인데 이것들의 비를 구해보면

$$\frac{g}{a_{향}}=\frac{9.8}{0.002\ 7}\approx 3\ 600=60^2$$

이 얻어진다. 지구로부터 달까지의 거리는 지구반경의 60배라는것을 고려하면 이로부터 향심가속도가 두 물체사이의 거리의 두제곱에 거꿀비례한다는 결론이 나오는데 이것은 행성들의 운동에 관한 케플레르의 제3법칙으로부터 얻은 결론과 일치한다. 그런데 뉴톤은 이렇게 중요한 법칙을 발견하고서도 그것을 발표하는것을 서두르지 않았다. 그렇게 된 원인의 하나는 뉴톤이 처음에 이 계산을 할 때 지구로부터 달까지의

거리가 정확히 알려져있지 않았다는데 있었다. 그러므로 그 값을 넣고 계산하면 $\frac{g}{a_{향}}$의 값이 3 600과 같지 않았다. 그런데 핼리혜성의 발견자인 천문학자 핼리가 뉴톤에게 달이 지구에 끌리우는 힘이 거리의 두제곱에 거꿀비례한다는것과 행성들이 태양에 끌리우는 힘이 태양과 행성사이의 거리의 두제곱에 거꿀비례한다는것에 기초하여 케플레르의 법칙들을 설명할수 있는가고 물었다. 뉴톤은 자기가 오래전에 그것을 증명하였다고 대답하였다. 뉴톤은 2년동안이나 품을 들여 쓴 전 3권으로 된 저서 《자연철학의 수학적원리》에서 만유인력의 법칙을 공개하였으며 그에 기초하여 케플레르가 발견한 행성운동의 세가지 법칙을 다 설명하였다. 사실 거리의 두제곱에 거꿀비례하는 힘을 받으면서 운동하는 물체가 그리는 자리길이 타원으로 되며 면적속도가 일정하다는것을 증명하자면 미적분학의 결과를 리용해야 하는데 바로 뉴톤자신이 미적분학을 발견하였기때문에 그는 이 모든 문제를 빛나게 해결할수 있었던것이다. 여기서는 뉴톤이 발견한 만유인력법칙에 기초하여 케플레르의 제3법칙을 어떻게 설명하는가 하는것만 이야기하겠다. 행성이 그리는 자리길은 타원인데 그것을 반경이 R인 원으로 생각하자. 여기서 R는 태양으로부터 행성까지의 거리이다. 태양의 질량을 M, 행성의 질량을 m으로 표시하면 행성이 태양으로부터 받는 인력은

$$F = G\frac{mM}{R^2}$$

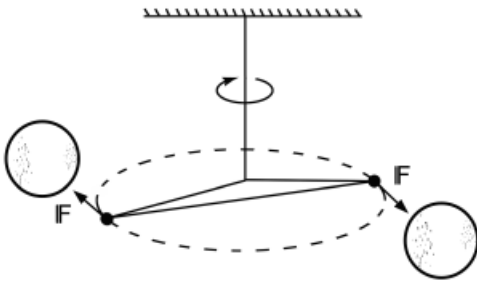
과 같으며 한편 행성의 향심가속도를 a라고 하면 F=ma이다.

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \text{이므로} \quad \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{GM}{R^2}, \quad \frac{R^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

이라는 결론이 나온다. 같기식의 오른쪽에 있는 량은 행성의 성질에 관계되지 않으며 따라서 $\frac{R^3}{T^2}$의 값은 모든 행성들에 대하여 같다. 이것이 다름아닌 케플레르의 제3법칙이다. 만유인력상수 G의 값은 다음과 같다.

$$G = 6.673\times10^{-11} N\cdot m^2/kg^2$$

이것의 값을 뉴톤은 알지 못하였다. G의 값을 처음으로 실험에 의하여 측정한 사람은 영국의 실험물리학자 캐븐디쉬였다. 그의 실험원리를 그림 7－17에 보여주었다. 가운데있는 막대기의 길이는 2m인데 그것의 두끝에 직경이 5㎝이고 질량이 775g인 연으로 된 공을 하나씩

그림 7-17. 캐븐디쉬의 실험

배치하였다. 그리고 막대기는 가느다란 쇠줄에 매달았다. 이 작은 공들의 가까이에 직경이 20㎝이고 질량이 각각 49.5㎏인 연으로 된 두개의 큰 공을 고정시켜놓았다. 큰 공들은 막대기의 두끝에 달려있는 작은 공들을 끌어당기는데 이때 막대기를 매달고있는 쇠줄이 꼬인다. 쇠줄에는 작은 거울이 붙어있다. 쇠줄이 돌아간 각은 거울에 비친 빛의 반사방향이 달라진 값에 기초하여 높은 정확도로 측정할수 있었다. 쇠줄이 돌아간 각은 작은 공이 큰 공에 끌리우는 힘과 관련되여있다. 그러므로 꼬인 각을 측정하면 작은 공이 받는 힘을 구할수 있다. 캐븐디쉬가 이런 방법으로 얻은 G의 값은 지금 쓰이고있는 값에 아주 가까우며 그 차는 1%를 넘지 않는다. 캐븐디쉬의 이 실험이 1798년에 진행되였다는것을 고려할 때 이것은 참으로 놀라운 정확도라고 해야 할것이다. 만유인력상수 G의 값을 알면 지구중력가속도 와 지구의 반경에 기초하여 지구의 질량을 계산할수 있다. 그것은

$$G = g\frac{R_{지}^2}{M_{지}}$$

이기때문이다. 이로부터 구한 지구의 질량은 대략 다음과 같다.

$$M_{지구} = 6\times10^{24}kg = 6\times10^{21}t$$

태양의 질량도 만유인력상수에 기초하여 계산할수 있다. 지구가 태양주위로 돌아가는 주기는 365일인데 이것은 365×24×3 600(s)이다. 태양으로부터 지구까지의 거리는 1억 5천만㎞$=1.5\times10^{11}$m이다. 태양의 질량은

$$M_{태양} = \frac{4\pi^2}{G}\frac{R^3}{T^2}$$

에 의하여 계산하면 다음과 같이 얻어진다.

$$M_{태양} = 2\times10^{30}kg = 2\times10^{27}t$$

천체들은 질량이 매우 크기때문에 그것들사이에 작용하는 만유인력은 어떤 다른 힘과도 대비되지 않을 정도로 대단히 크다. 그리하여 천체들의 운동은 기본적으로 만유인력에 의하여 결정된다. 그러나 지구에 있는 보통물체사이에 작용하는 만유인력은 대단히 작아서 우리는 그

것을 느끼지 못한다. 실례로 질량이 각각 60kg인 두 사람이 서로 2m의 거리에 있을 때 매 사람이 다른 사람으로부터 받는 힘은 0.1mg의 질량을 가진 물체를 지구가 끌어당기는 힘과 같다. 이것은 그 사람의 몸무게의 6억분의 1밖에 안된다. 그러므로 그것은 전혀 느낄수 없는것이다.

제13절 중력과 무게

지구에 있는 어떤 물체든지 지구중심쪽으로 끌리우는 힘을 받는데 이것을 지구중력 또는 간단히 중력이라고 부른다. 지구중력의 값은 만유인력에 대한 뉴톤의 공식으로부터 구할수 있다. 지구의 반경은 어디서나 같은것이 아니므로 물체가 지구에 끌리우는 힘도 어디서나 같은것이 아니다. 지구중심으로부터 물체가 놓여있는 곳까지의 거리를 R, 지구의 질량을 M, 물체의 질량을 m이라고 하면 지구를 반경이 R와 같은 고르로운 밀도를 가진 구로 볼 때 중력은 다음과 같이 된다.

$$F_{중} = G\frac{mM}{R^2} = mg,$$

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

여기서 g는 중력가속도이다. 그런데 힘의 방향을 따지면 중력은 어디서나 지구중심쪽으로 향하므로 지구의 어느곳에서 보는가 하는데 따라 그 방향이 다르다. 잠간 우리가 명백하다고 생각하는 우와 아래의 개념을 깊이 따져보자. 그림 7－18에 지구의 북극과 남극에 서있는 두 사람을 보여주었다.

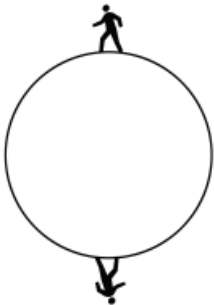



그림 7－18. 누가 바로 서있는가.

사람은 지구가 끌어당기는것과 반대방향을 우라고 생각하므로 북극에 서있는 사람도 바로 서있고 남극에 서있는 사람도 바로 서있다.

보통 중력과 무게는 그 값이 같다. 이로부터 중력과 무게가 같다고 할수 있겠는가? 두 량의 값이 같다는것은 그것들이 같다고 말할 근거로는 되지 않는다. 실지로 중력과 무게는 서로 다르다. 이것을 옳게 리해하기 위해서는 무게란 무엇이며 그것을 어떻게 재는가 하는것을 정확히 알아야 한다. 물체의 무게

는 대체로 저울을 리용하여 측정한다. 저울가운데는 판대기를 내리누르는 힘에 의하여 물체의 무게를 재는것도 있고 물체를 매단 실을 아래로 끌어당기는 힘에 의하여 그 물체의 무게를 재는것도 있다. 이와 같이 어떤 물체가 그것을 매달고있는 줄을 아래로 당기는 힘 또는 물체가 그것을 받들고있는 다른 물체를 아래로 내리누르는 힘을 그 물체의 무게라고 부른다.

물체의 무게가 중력과 같은 값을 가지게 되는것은 바로 중력이 물체를 아래로 잡아당기며 그 결과에 물체가 무게를 가지게 되기때문이다.

그러면 중력과 무게는 어떤 점에서 차이나는가? 중력은 물체가 받는 힘이고 무게는 중력을 받고있는 물체가 다른 물체에 주는 힘이다. 그러므로 이 두 힘은 작용대상이 서로 다르다. 나아가서 중력과 무게의 값이 언제나 같은가 하면 결코 그렇지 않다. 물체가 멎어있거나 등속직선운동을 할 때에만 중력과 무게의 값이 같다. 만일 물체가 가속운동을 한다면 그때에는 무게와 중력의 값이 같지 않다. 물체가 가속도를 가지는 경우에도 중력은 물체가 멎어있을 때와 같지만 무게는 다르다. 실례로 물체가 드림선아래방향으로 a의 가속도로 운동한다면 물체의 무게는 $m(g-a)$와 같게 된다. 만일 $a=g$이면 물체의 무게는 없어진다. 실지로 인공지구위성안에 있는 물체들은 무게를 가지지 않는다.

지구는 북극과 남극을 련결하는 직선을 회전축으로 하여 회전하고 있으므로 원심력이 작용한다. 원심력은 $m\omega^2R$와 같은데 회전각속도는 어디서나 같다. 그리고 여기서 R는 지구의 반경인것이 아니라 주어진 위도에서 지구회전축까지의 거리이다. 그것의 값은 적도에서 제일 크다. 그러므로 적도에서 원심력이 제일 크며 그만큼 지구중력은 작다. 이러한 원인들에 의하여 적도에서는 극지방에서보다 지구중력이 작다.

제14절 인공지구위성

태양주위로는 8개 행성이 돌고있고 지구주위로는 달이 돌고있다. 달과 같이 행성주위로 돌아가는 천체를 위성이라고 부른다. 다른 행성들에도 위성이 있다. 사람이 만들어서 지구주위로 돌아가게 만든 인공천체를 인공지구위성이라고 부른다. 첫 인공지구위성은 1957년에 이전 쏘련에서 쏴올렸는데 그것은 질량이 50㎏인 자그마한것이였다. 그때로부터 수많은 인공지구위성이 발사되였으며 지금은 사람이 몇달씩 인공지구위성안에서 살면서 과학연구사업을 하고있다.

우리 나라에서는 1998년 8월 31일에 첫 인공지구위성 《광명성1》호를 쏴올리였으며 2009년 4월 5일에는 두번째로 인공지구위성《광명성

2》호를 쏴올리였다. 이 위성들은 전적으로 우리의 기술자들이 우리의 기술과 자재를 가지고 만든것이며 위성발사도 우리의 기술을 리용하여 진행하였다. 그리하여 우리 나라는 위성제작국, 위성발사국, 위성보유국으로 되였다.

인공지구위성을 쏴올리자면 위성이 지구주위를 돌아가는 속도가 제1우주속도보다 커야 한다. 제1우주속도는 위성이 지구주위로 원궤도를 그리면서 돌아가는데 필요한 속도이다. 지구대기는 1 000km정도까지 존재한다. 그러므로 위성은 그보다 더 먼거리에서 운동해야 한다. 인공지구위성은 다계단로케트에 의하여 자기 궤도에 들어가게 되는데 공기층을 될수록 빨리 통과해야 한다. 그러므로 처음에 우로 올라갈 때에는 거의 수직으로 올라가다가 충분히 높은 곳에 이르면 비행방향을 지구겉면에 평행인 방향으로 바꾼다. 이제 지구중심으로부터 R만한 거리에서 인공지구위성이 원을 그리면서 돌아가는데 필요한 속도 v를 구하자. 그것은 이때 지구가 끌어당기는 인력과 원심력이 같아야 한다는 요구로부터 다음과 같은 방정식에 의하여 구할수 있다.

$$G=\frac{mM}{R^2}=\frac{mv^2}{R}$$

이로부터 제1우주속도의 값은 다음과 같이 된다.

$$v=\sqrt{\frac{GM}{R}}$$

만일 R로서 지구의 반경을 넣으면 $v\approx 7.9$㎞/s로 된다.

정지위성에 대하여 보기로 하자. 정지위성이라는것은 지구의 어떤 곳에서 볼 때 늘 그우에 떠있는 위성이다. 그러자면 위성이 지구주위를 한번 돌아가는데 걸리는 시간이 지구자전주기와 같게 하여야 한다. 24시간=86 400s이므로 위성의 주기가 T=86 400s로 되게 해야 한다. 지구중심으로부터 정지위성까지의 거리를 R라고 하면

$$v=\sqrt{\frac{GM}{R}}=\frac{2\pi R}{T}$$

이라야 하며 따라서

$$2\pi R^{\frac{3}{2}}=T\sqrt{GM}$$

이라야 한다. $GM=gR^2_{지}$이므로

$$\frac{2\pi R^{\frac{3}{2}}}{R_{지}\sqrt{g}}=T$$

이며 이로부터 R는 다음과 같이 되여야 한다.

$$R=\left(\frac{gT^2R_{지}^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}=42\ 300\text{㎞}$$

여기서 지구의 반경 $R_{지}$=6 400㎞를 넣으면 정지위성은 땅겉면으로부터 35 900㎞ 의 높이에 있어야 한다는 결론이 나온다. 일반적으로 지구중심으로부터 R만한 거리에서 운동하는 위성의 주기는 다음과 같다.

$$T=\frac{2\pi R}{R_{지}}\sqrt{\frac{R}{g}}$$

만일 R를 $R_{지}$와 같다고 볼수 있다면 T=5 077s=84min 37s이다. 실지는 $R>R_{지}$이므로 위성의 주기는 이것보다 좀 길지만 대략 2시간정도이다.

인공지구위성안에서는 무게를 느끼지 못한다. 그러므로 어떤 곳으로부터 다른 곳으로 옮겨가자면 반드시 벽을 손으로 밀어야 한다. 그래서 벽에 바줄의 한쪽 끝을 고정시키고 다른쪽 끝을 몸에 감고서만 자리를 변경시킬수 있다. 물이나 음식물도 그릇에 담을수 없으므로 치약처럼 짜내여 먹어야 한다.

인공지구위성에서 몇달씩 살던 우주비행사는 지구에 돌아오면 한동안은 걸어다니기가 대단히 힘들어서 어린애처럼 다시 걷는것을 배워야 한다.

만일 위성의 속도가 매우 크면 위성은 지구를 떠나서 태양주위로 돌아가는 인공행성이 된다. 그리고 속도가 16㎞/s이상 되면 태양계를 떠나서 우주공간으로 달아나게 된다. 현재 지구를 떠나서 다른 행성까지 날아가는 우주비행선은 실지로 제작되며 발사되고있다.

제15절 접촉힘과 마찰력

자연계에 존재하는 힘에는 만유인력처럼 서로 떨어져있는 물체들사이에 작용하는 먼거리힘도 있고 두 물체가 닿아있을 때에만 작용하는 접촉힘도 있다. 마찰력도 접촉힘에 속한다. 책상우에 놓여있는 책에 작용하는 중력이나 맞선힘은 미끄럼벡토르로 본다. 맞선힘과 같이 두 물체가 서로 닿아있을 때 닿아있는 곳에서 두 물체사이에 작용하는 힘을 접촉힘이라고 부른다. 책상우에 책이 놓여있는 경우에 책은 중력과 같은 힘으로 책상을 내리누르는데 그것은 책의 무게로 나타난다. 이 힘에 대한 반작용이 책에 작용하는 맞선힘이며 책의 립장에서 보면 그것은 책이 받는 접촉힘이다.

벽에 벽돌장을 맞대고 수평으로 벽돌을 벽쪽으로 들이미는 경우를 생각하자. 이 경우에 벽은 벽돌을 들이미는 힘과 같은 크기의 힘으로 그 힘과 반대방향으로 벽돌을 미는데 이것도 역시 접촉힘이다. 이 경우에 벽돌에 작용하는 힘은 네가지라고 볼수 있다. 그것은 중력, 중력에 대한 맞선힘, 벽돌을 벽쪽으로 들이미는 힘과 그 힘에 대한 벽의 맞선힘이다. (그림 7－19)

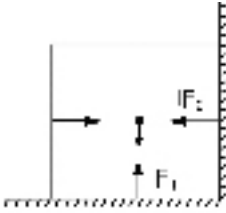



그림 7－19. 벽돌에 작용하는 힘

이번에는 질량이 각각 m_A, m_B인 두 물체가 그림 7－20과 같이 서로 닿아있으면서 수평면우에 놓여있는 경우를 생각하자. 받침면과의 마찰은 무시할수 있다고 가정하겠다. 만일 왼쪽 물체 A에 수평방향의 힘 $\vec{F}$를 주면 그림에서 보는것처럼 A와 B가 닿아있는 곳에서는 B에 $\vec{F'}$와 같은 힘이 작용하고 A에는 뉴톤의 제3법칙에 의하여 $-\vec{F'}$와 같은 힘이 작용한다. 이때 A와 B는 같은 가속도 $\vec{a}$를 가지게 되는데 A와 B의 운동방정식은 각각 다음과 같이 쓸수 있다.

$$m_A\vec{a}=\vec{F}-\vec{F'},\ \ m_B\vec{a}=\vec{F'}$$

이것들의 합을 취하면

$$\vec{a}=\frac{1}{m_A+m_B}\vec{F}$$

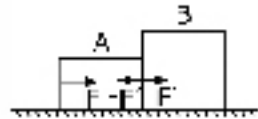



그림 7－20. 두 물체가 있을 때의 힘관계

를 얻는다. 이것은 리치에 맞는 결과이다. 사실 A와 B는 함께 운동하는것만큼 그것은 질량이 m_A+m_B인 한개 물체가 $\vec{F}$와 같은 힘을 받는것과 같다고 볼수 있으므로 그것의 가속도는 응당 우와 같이 되여야 한다. 이것을 고려하면

$$\vec{F'}=\frac{m_B}{m_A+m_B}$$

라는 결과를 얻는다. 만일 $m_A \ll m_B$이면 $\vec{F'}$는 $\vec{F}$와 거의 같게 된다. 벽돌을 벽에 대고 벽쪽으로 미는 경우에 m_A는 벽돌의 질량이고 m_B는 벽의 질량인데 m_B는 m_A와 대비할수 없이 큰것이므로 이때에는 $\vec{F'}=\vec{F}$로 되고 다만 작용점이 다르다. 반대로 $m_A \gg m_B$이면 B는 $\vec{F}$보다 훨씬 작은 힘을 받게 된다.

지금까지 살펴본 접촉힘들은 그 방향이 접촉면에 수직인것이였다. 마찰력도 접촉힘인데 마찰력은 접촉면에 대한 접선방향으로 작용한다. 마찰력에는 멎어있을 때 작용하는 정지마찰력과 물체가 운동할 때 나

타나는 마찰력이 있다. 물체가 미끄러지면서 운동할 때 나타나는 마찰력은 미끄럼마찰력이라고 부르며 물체가 굴러갈 때 나타나는 마찰력을 굴음마찰력이라고 부른다. 이것들은 성질이 서로 다르기때문에 갈라서 살펴보겠다.

먼저 정지마찰력에 대하여 살펴보자. 어떤 물체가 멎어있을 때 그것을 움직이게 하기 위해서는 일정한 힘을 주어야 한다는것은 누구나 다 알고있다. 그리고 질량이 큰 물체일수록 그것을 움직이게 하는것이 어렵다. 멎어있는 물체에 수평방향으로 $\vec{F}$ 만한 힘을 주는 경우에 만일 그 물체가 움직이지 않는다면 그것은 $\vec{F}$ 와 반대방향으로 그것과 같은 크기의 마찰력이 작용한다는것을 의미한다. F의 값이 어떤 최대값 $F_{최}$ 보다 작으면 물체는 움직이지 않는다. 물체가 움직이도록 하는데 필요한 가장 작은 힘을 $F_{최}$라고 하면 그것은 정지마찰력이 가지는 최대값이며 그것을 최대정지마찰력이라고 부른다. 물체를 미는 힘이 $F_{최}$보다 작으면 물체는 움직이지 않는데 이때 마찰력의 크기는 물체에 작용하는 접선방향의 힘의 크기와 같고 마찰력의 방향은 힘의 방향과 반대이다. 이때의 마찰력을 정지마찰력이라고 부른다. 정지마찰력의 크기는 물체에 작용하는 힘의 크기와 같으므로 그 값은 힘과 관계없이 얼마라고 말할수 없다. 그러나 최대정지마찰력은 그 값을 지적할수 있다. 실험에 의하면 최대정지마찰력은 물체가 놓여있는 면을 수직으로 누르는 힘 P_n에 비례한다.

$$F_{최} = \mu' \cdot p_n$$

μ' 를 정지마찰결수라고 부른다. 실험에 의하면 μ' 의 값은 맞닿아있는 두 물체의 재질에 관계되며 또한 두 면의 거치름정도에도 크게 관계된다. 마찰력이 압력에 비례하는것이 아니라 힘의 수직성분에 관계된다는것을 특별히 강조한다.

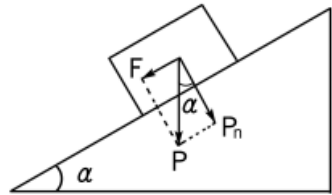



그림 7−21. μ' 의 측정방법

정지마찰결수의 값은 실험에 의하여 쉽게 잴수 있다. 그림 7−21과 같이 어떤 경사면우에 질량이 m인 물체가 있다면 드림선방향의 중력 P=mg는 경사면에 수직인 성분 P_n=Pcosα와 경사면에 평행이며 아래방향으로 향하는 성분 F=mgsinα로 분해할수 있다. 그러면 마찰력은 μmgcosα와 같으며 마찰력이 최대정지마찰력과 같게 될 때 물체는 경사면을 따라 내려가기 시작한다. 그때의 경사각을 α라고 하면 μ' 는 다음과 같이 된다.

$$\mu' = \frac{F_{최}}{P_n} = \frac{mg\sin\alpha}{mg\cos\alpha} = \tan\alpha$$

따라서 α의 값을 구하면 μ' 를 계산할수 있다.

멎어있던 물체를 움직이게 하는것은 힘들지만 일단 물체가 움직이기 시작하면 그것을 끌고가는것은 한결 쉽다는것을 누구나 경험을 통하여 알고있다. 물체가 미끄러질 때에도 마찰력은 작용하며 그것의 값은 물체가 접촉면을 수직으로 내리누르는 힘 P_n에 비례한다. 그러므로 미끄럼마찰력을 $F_{미}$라고 하면

$$F_{미} = \mu P_n$$

과 같이 된다. 여기서 μ를 미끄럼마찰결수라고 부르는데 그것은 본이 없는 량으로서 그 값은 0과 1사이에 있다. 속도가 작을 때에는 μ가 일정하다고 볼수 있는데 그 값은 최대정지마찰결수 μ' 보다 약간 작다. 미끄러지는 속도가 크면 μ의 값은 작아진다.

굴음마찰력은 굴러가는 원의 반경에 거꿀비례하고 수직방향의 힘에 비례한다.

$$F_{굴} = \mu_{굴} \frac{P_n}{R}$$

굴음마찰결수 $\mu_{굴}$은 길이의 본을 가진다.

철길로 기차가 달릴 때 화차의 바퀴들은 굴러가므로 굴음마찰력을 받지만 기관차의 바퀴들은 미끄럼운동을 하므로 미끄럼마찰력을 받는다. 기관차가 받는 미끄럼마찰력이 기관차의 견인력으로 나타난다.

기관차바퀴와 레루사이의 미끄럼마찰결수가 1/6이고 화차의 굴음마찰결수는 1/300이라고 하자. 기관차의 무게가 P라면 기관차의 견인력은

$$F = \frac{1}{6} P$$

와 같다. 화차들의 전체 무게를 $P_{화}$라고 하면 굴음마찰력은

$$F_{굴} = \frac{1}{300} P_{화}$$

이다. $F \geqq F_{굴}$이면 기관차는 화차를 끌고 달릴수 있다. 그러자면 기관차의 무게는

$$P \geqq \frac{1}{50} P_{화}$$

이면 된다. 즉 기관차는 자기 무게의 50배나 되는 화차를 끌수 있다.

문제와 풀이

1. 달리는 자전거의 앞바퀴에 제동을 걸면 어떻게 되겠는가? 어느 바퀴에 제동을 걸어야 하겠는가?

답. 앞바퀴에 제동을 걸면 앞바퀴는 멎으려고 하는데 뒤바퀴는 계속 앞으로 나가므로 자전거가 뒤집힐수 있다. 뒤바퀴에 제동을 걸면 앞바퀴는 계속 나가려고 하지만 뒤바퀴가 움직이지 않으므로 결국 자전거

는 멎게 된다. 따라서 뒤바퀴에 제동을 걸어야 한다.

2. 수평길에서 질량이 M=30kg인 밀차를 50N의 힘으로 수평으로 끈다. 밀차우에는 질량이 15kg인 나무상자가 놓여있다. 밀차가 굴러갈 때 굴음마찰력은 $F_{굴}$=8N이다. 나무상자가 밀차우에서 미끌지 않는다면 나무상자가 받는 정지마찰력은 얼마인가?

풀이. 50N가운데서 굴음마찰력 8N을 던 나머지는 45kg의 질량에 작용한다. 즉 45kg의 질량에 42N의 힘이 작용하는데 그것은 정지마찰력을 극복하는데 돌려진다. 나무상자의 질량은 15kg으로서 전체 질량의 1/3이므로 나무상자가 받는 정지마찰력은 14N이다.

답. 14N

3. 질량이 500g인 물체를 측력계에 걸어 드림선을 따라 우로 끌어올린다. 측력계가 6N을 가리킨다면 물체의 가속도는 얼마인가?

풀이. 물체를 우로 끌어올리는 가속도가 a이면 물체의 무게는 m(g+a)와 같다. 이로부터 $a=\frac{6}{0.5}-9.8=2.2$ (㎨)이다.

답. 2.2㎨

4. 질량이 8kg인 물체에 수평면과 30° 의 각을 이루는 방향으로 크기가 20N인 힘이 작용한다. 미끄럼마찰결수가 0.2이면 힘이 작용하기 시작한 때로부터 10초 지나서 물체의 속도는 얼마인가? 물체의 처음 속도는 0이다.

풀이. 20N의 힘은 경사면의 웃쪽방향으로 작용한다. 중력 mg가운데서 경사면에 평행인 방향으로 아래쪽으로 향하는 힘은 $mg\sin 30^{\circ}=\frac{1}{2}mg$ 이고 경사면을 수직으로 내리누르는 힘은 $mg\cos 30^{\circ}=\frac{\sqrt{3}}{2}mg$ 이다. 마찰력은 여기에 0.2를 곱한것과 같다. 그런데 $\frac{1}{2}mg=39.2$N은 20N보다 훨씬 크다. 그러므로 물체는 경사면아래방향으로 운동한다. 이때 미끄럼마찰력은 13.56N이며 그것은 운동방향과 반대방향으로 작용한다. 따라서 운동방향으로 작용하는 힘은

$$F=39.2-20-13.56=5.64(\text{N})$$

이다. 이것을 8kg으로 나누면 물체의 가속도가 얻어진다. t=10s이면 속도는 다음과 같다.

$$v=at=\frac{5.64}{8}\times 10=7.05\text{㎧}$$

답. 7.05㎧

5. 뜨락또르가 련결차를 힘 F로 끌면 뉴톤의 제3법칙에 의하여 련결

차도 뜨락또르를 같은 크기의 힘으로 반대방향으로 당긴다. 그런데도 뜨락또르는 앞으로 운동한다. 이것을 어떻게 설명하겠는가?

답. 뜨락또르는 바퀴로 땅을 뒤로 밀면서 련결차를 앞으로 끈다. 이때 뉴톤의 제3법칙에 의하여 땅은 뜨락또르를 앞으로 내미는 힘을 뜨락또르에 준다. 그 결과에 뜨락또르는 앞으로 나가게 된다. 만일 매끄러운 얼음판우에 뜨락또르가 있다면 그것은 련결차를 끌고나가지 못한다.

6. 한 밀차우에 서있는 학생이 바줄로 다른 밀차를 100N의 힘으로 당긴다. 학생이 서있는 밀차의 총질량은 100kg, 다른 밀차의 질량은 80kg이다. 밀차들이 운동하기 시작하여 2s만에 그것들의 속도는 얼마로 되겠는가? 마찰은 없고 두 밀차는 한 수평면우에 있다.

풀이. $m_1=100\text{kg}$, $m_2=80\text{kg}$이라고 하면 가속도는 $m_1a_1=100\text{N}$, $m_2a_2=100\text{N}$으로부터 구하면 $a_1=1\text{m/s}^2$, $a_2=1.25\text{m/s}^2$이다. $t=2\text{s}$일 때 속도는 각각 $v_1=2\text{m/s}$, $v_2=2.5\text{ m/s}$이다.

답. 2m/s, 2.5m/s

7. 약저울의 한쪽 접시에 물이 든 그릇을 놓고 다른쪽 접시에 질량이 54g인 알루미니움추를 달아맨 실험대를 세웠다. 이때 저울은 평형상태에 있다. 줄의 길이를 늘여 추를 물에 완전히 잠그었을 때에도 평형이 이루어지게 하려면 오른쪽 접시에 몇g짜리 분동을 올려놓아야 하는가? (그림 7-22) 물과 알루미니움의 밀도는 각각 1 000kg/m³, 2 700kg/m³이다.

풀이. 질량이 54g인 알루미니움추의 체적은 20cm³이다. 그것이 물에 완전히 잠기면 그만한 체적의 물이 우로 올라간다. 이때 왼쪽 접시의 무게는 20g에 지구중력가속도를 곱한것만큼 커지고 오른쪽 접시의 무게는 같은 값만큼 줄어든다. 따라서 다시 평형이 이루어지게 하려면 40g짜리 분동을 오른쪽 접시에 올려놓아야 한다.

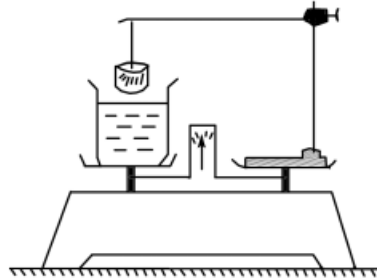



그림 7-22. 약저울과 추

답. 40g

8. 그림 7-23에서 두 추의 질량이 각각 250g인데 한쪽 추우에 5g짜리 보조짐을 더 올려놓으면 몇초후에 그 추가 땅에 닿겠는가? 도르래와 줄의 질량 및 마찰은 무시하며 줄은 늘어나지 않는다고 보아라.

풀이. $m_1=250\text{g}$, $m_2=255\text{g}$이라고 하고 m_2의 가속도를 a라고 하자. m_2은 아래로 운동하고 m_1는 같은 가속도로 우로 운동한다. 그것들의 운동방정식은 다음과 같다.

$$m_2a=m_2g-T,$$

$$m_1a=T-m_1g$$

이로부터 a는 다음과 같다.

$$a=\frac{m_2-m_1}{m_2+m_1}\cdot g=0.097\,\mathrm{m/s^2}$$

이런 가속도로 S=0.5m를 내려가는데 걸리는 시간 t는 다음과 같다.

$$t=\sqrt{\frac{2S}{a}}=3.21(s)$$

답. 3.21s

그림 7-23. 추의 락하

9. 그림 7-24에서 추 m_1가 내려가는 경우에 그것의 가속도는 얼마인가? 그리고 이 추가 내려가기 위한 조건은 무엇인가? 도르래와 줄의 질량 및 마찰은 무시하며 줄은 늘어나지 않는다고 보아라.

풀이. m_1가 아래로 내려가는 가속도가 a라면 m_2이 우로 올라가는 가속도는 그것의 절반이다. m_1에 걸려있는 줄의 장력이 T이면 m_2에 걸려있는 두 줄의 장력의 합은 2T이다. 이것을 고려하면 다음의 방정식을 얻는다.

$$m_1a=m_1g-T,$$

$$m_2\cdot\frac{a}{2}=2T-m_2g$$

여기서 T를 없애면 a는 다음과 같다.

$$a=\frac{2\times(2m_1-m_2)}{4m_1+m_2}g$$

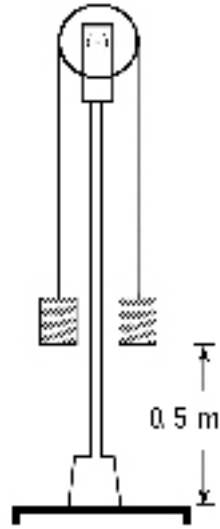
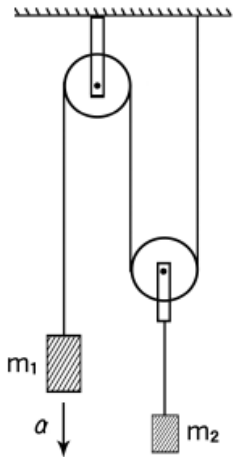
m_1가 아래로 내려가자면 $a>0$이라야 한다. 이것은 $2m_1>m_2$일 때이다.

답. $a=\frac{2\times(2m_1-m_2)}{4m_1+m_2}g$, $2m_1>m_2$

그림 7-24. 도르래에 걸린 물체의 운동

10. 경사각이 α인 경사면에서 스키를 타는 사람이 L만한 거리를 지나는 동안에 속도가 처음보다 3배 커졌다면 경사면과 스키사이의 마찰결수는 얼마인가? 처음속도는 v_0이다.

풀이. 먼저 가속도를 구하면 그것은 다음과 같다.

$$a=g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)$$

t시간후의 속도와 거리는 다음과 같다.

$$v = v_0 + at = 3v_0,$$

$$v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = L$$

이로부터 $at = 2v_0$, $t = \frac{2v_0}{a}$이며 이것을 L에 대한 공식에 넣으면 $L = \frac{4v_0^2}{a}$이며 따라서

$$a = \frac{4v_0^2}{L} = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

이다. 이로부터 μ를 구할수 있다.

답. $\mu = \tan\alpha - \frac{4v_0^2}{gL\cos\alpha}$

11. 고정도르래에 걸려있는 실에 질량이 각각 2kg인 3개의 같은 물체가 그림 7－25처럼 걸려있다. 다음의 값들을 구하여라.

ㄱ) 계의 가속도

ㄴ) 실의 매 부분에서의 장력

ㄷ) 물체 A우에 1kg의 짐 D를 올려놓았을 때 계의 가속도와 짐 D가 물체 A를 내리누르는 힘

그림 7－25. 가속도와 장력

풀이. m_1 ＝2kg, m_2 ＝1kg이라고 하고 C와 B에 걸리는 장력을 T_1, A에 걸리는 장력을 T_2이라고 하면 다음과 같이 쓸수 있다.

$$m_1 a_1 = T_1 - m_1 g,\quad m_1 a = m_1 g + T_2 - T_1,\quad m_1 a = m_1 g - T_2$$

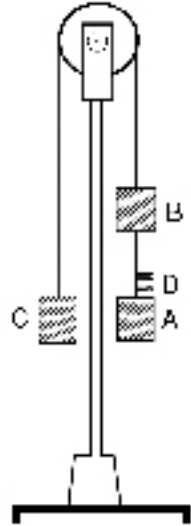
세 방정식의 합을 취하면 $a = \frac{g}{3} = 3.27$ ㎨을 얻는다.

$$T_2 = m_1(g - a) = 13.06N,\quad T_1 = m_1(g + a) = 26.14N$$

짐 D를 물체 A우에 올려놓으면 첫 두 방정식은 변하지 않고 세번째 방정식은 다음과 같이 된다.

$$(m_1 + m_2)a = (m_1 + m_2)g - T_2$$

그러므로 이때 가속도는 다음과 같다.

$$a = \frac{m_1 + m_2}{3m_1 + m_2}g = 4.2\ (㎨)$$

점 D가 물체 A를 누르는 힘은 $F_D = m_2(g-a) = 5.6(N)$ 으로 된다.

답. ㄱ) 약 3.27㎨, ㄴ) T_1 =26.14N, T_2 =3.06N

ㄷ) 4.2㎨, $F_D = 5.6N$

12. 질량이 250㎏인 기구가 땅우에 있는 14㎏의 물체를 매달고 우로 오르고있다. 다음의 값들을 구하여라.

ㄱ) 물체의 가속도가 0.7m/s²이라면 물체를 매단 줄의 장력

ㄴ) 100m 높이에서 줄이 끊어졌다면 물체가 땅에 닿을 때의 속도

ㄷ) 줄이 끊어진 경우 기구의 가속도

풀이. m_1 =250㎏, m_2 =14㎏이라고 하자.

ㄱ) 줄의 장력을 T라고 하면 $m_2 a = T - m_2 g$로부터

$$T = m_2(a+g) = 147N.$$

ㄴ) 100m 높이에서의 속도를 v_0이라고 하면

$$\frac{1}{2}at^2 = 100\,\mathrm{m}$$

로부터 t=16.903, v_0=11.832m/s이다.

거기서부터 땅에 닿을 때까지 걸린 시간을 t_1이라고 하면

$$v_1 = -v_0 + gt_1, \ -v_0 t + \frac{1}{2}gt_1^2 = 100\,\mathrm{m}$$

로부터 t_1 =5.883, v_1=45.8m/s이다.

ㄷ) 기구가 받는 뜰힘을 F로 표시하면 $m_1 a = F - T$이므로 F=322N이다. 기구의 가속도를 a_1라고 하면 $m_1 a_1 = F$이므로 a_1 =1.288㎨을 얻는다.

답. ㄱ) 147N, ㄴ) 약 45.8㎧, ㄷ) 약 1.29㎨

13. 실에 련결한 구를 미끄러운 수평면우에서 등속원운동시킨다. 구에 어떤 힘들이 작용하는가? 각속도가 ω이고 실을 매단 점의 높이가 h이면 구가 면을 누르는 힘은 얼마인가?(그림 7−26)

풀이. 구에는 중력 mg, 관성원심력 $m\omega^2 r$와 장력 $\vec{T}$가 작용한다. 장력은 수직성분 $T_\perp$와 원의 중심쪽으로 향하는 성분 $T_\parallel$로 나눌수 있는데 $T_\parallel$의 크기는 $m\omega^2 r$와 같고 방향은 관성원심력의 방향과 반대이다.(그림 7−27)

구가 면을 누르는 힘은 $mg - T_\perp$과 같다.

$$\frac{T_\perp}{T_\parallel} = \frac{h}{r}, \ T_\perp = m\omega^2 h$$

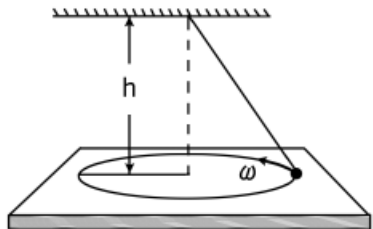



그림 7−26. 구가 면을 누르는 힘

이므로 구가 면을 누르는 힘은 $m(g-\omega^2 h)$와 같다.

답. $m(g-\omega^2 h)$

그림 7－27. 구에 작용하는 힘

14. 반경이 R인 고리가 드림면에 놓여있다. 이 고리에 마찰이 없이 움직이는 작은 물체가 끼워있다. 고리의 중심을 지나는 드림줄둘레로 고리를 어떤 각속도로 돌리면 물체가 고리의 밑점으로부터 h만큼 높은 곳에 놓이게 된다. 고리의 각속도를 구하여라. (그림 7－28)

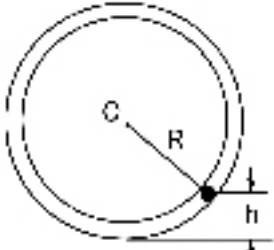
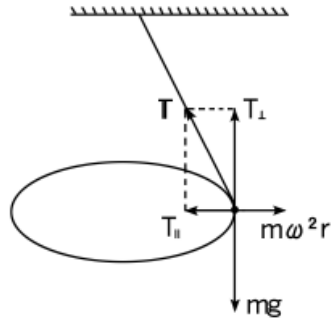



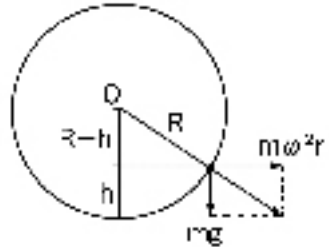
그림 7－28. 고리의 각속도

풀이. 중력과 관성원심력의 합력이 고리의 중심으로부터 물체까지 그은 벡토르의 방향으로 향할 때 물체는 멎어있게 된다. 그림 7－29에서 알수 있는것처럼 이때 다음과 같은 관계가 존재한다.

그림 7－29. 물체가 받는 힘들

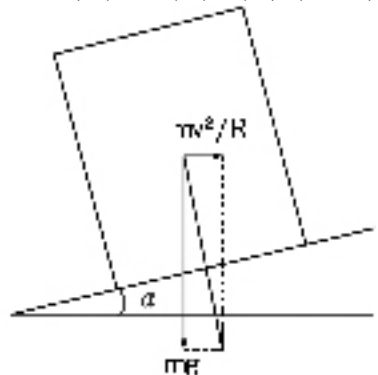
$$\frac{m\omega^2 r}{mg}=\frac{r}{R-h}$$

이로부터 $\omega=\sqrt{g/(R-h)}$ 를 얻는다.

답. $\omega=\sqrt{g/(R-h)}$

15. 철길의 구부러진 구간에서 렬차가 안전하게 달리기 위하여 렬차가 철길면에 주는 힘이 철길면에 수직이 되도록 바깥레루를 안쪽보다 약간 높인다. 곡률반경이 R인 구간에서 기차가 속도 v로 달리게 하자면 바깥레루를 안쪽것보다 얼마만한 각도로 높여야 하는가?

풀이. 그림 7－30에 중력과 관성원심력을 보여주었다. 그것들의 합력의 방향이 철길면에 수직일 때 렬차가 안전하게 달릴수 있다. 그림으로부터 알수 있는것처럼 이때 다음과 같이 된다.

그림 7－30. 렬차에 작용하는 힘

$$\frac{mv^2}{R}=mg\cdot\tan\alpha$$

답. $\tan\alpha = \dfrac{v^2}{gR}$

16. 평면우의 점 B로부터 20m높이에 있는 점A에서 한 물체를 수평방향으로 던지는 동시에 다른 물체를 B에서 수평으로 밀었다. A점에서 던진 물체가 C점에 가닿는 순간에 B점에서 밀어준 물체도 C점에 가서 멎었다. B점에서 밀어준 물체와 면사이의 마찰결수는 0.2이다. 공기저항이 없다면 두 물체의 처음속도는 각각 얼마인가?(그림 7-31)

그림 7-31. 두 물체의 운동

풀이. C까지 가는데 걸린 시간을 t라고 하면

$$BC = v_B t - \frac{1}{2}\mu g t^2,$$

$$v_B - \mu g t = 0$$

이다. 이로부터

$$t = \frac{v_B}{\mu g},\quad BC = \frac{v_B^2}{2\mu g}$$

을 얻는다. 같은 시간동안에 A점에서 던진 물체가 C까지 가므로

$$BC = \frac{v_A \cdot v_B}{\mu g}$$

로 된다. 두 식으로부터 $v_A = v_B/2$이라는 결론이 나온다. 그 시간동안에 A점에서 수평으로 던진 물체가 내려간 거리는 H=20m이므로

$$H = \frac{1}{2}gt^2,\quad \sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{v_B}{\mu g},\quad v_B = \mu\sqrt{2gH} \approx 3.96\,㎧$$

이고 v_A=1.98㎧이다.

답. 1.98㎧, 3.96㎧

17. 같은 높이에 있는 두 점 A, B사이의 수평거리는 S이고 높이는 h이다. 점 A에서 물체를 점 B의 방향으로 속도 v로 던지는 순간에 점 B에서 다른 물체를 자유락하시킨다. 두 물체가 땅에 떨어지기 전에 부딪치자면

ㄱ) 점 A에서 물체를 어떤 방향으로 던져야 하는가?

ㄴ) 던지는 순간에 속도의 크기는 어떤 값을 가져야 하는가?

풀이. ㄱ) 두 물체는 같은 시간동안에 같은 높이만큼 내려가야 하므로 A에서 던진 물체의 수직방향의 속도는 령이라야 한다. 즉 A에서 수평으로 B의 방향으로 던져야 한다.

ㄴ) t만한 시간동안에 물체가 내려가는 거리는 $gt^2/2$인데 그것이

h보다 작아야 하므로 $t < \sqrt{2h/g}$ 이다. 한편 $vt=S$여야 하므로 $v > S\sqrt{g/(2h)}$이다.

18. 적진지에 박격포를 쏜다. 포탄이 $t_1=3s$후에 전방의 산고지를 스쳐지났고 그로부터 $t_2=4s$후에 목표를 명중하였다. 고지까지의 수평거리가 $x_1=600m$이라면 고지의 높이, 목표까지의 거리는 얼마인가? 포진지와 목표는 같은 높이에 있다.

풀이. 포탄의 처음속도를 v_0, 경사각을 α라고 하면 t순간에 수평방향으로 날아간 거리 x, 수직방향으로 날아간 거리 y와 수직방향의 속도 v_y는 각각 다음과 같다.

$$x = v_0 t\cos\alpha,\quad y = v_0 t\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2,$$

$$v_y = v_0\sin\alpha - gt$$

포탄은 포물선을 그리는데 날아간 전체 시간은 7초이므로 최고높이에 이르는 순간은 $t_m = 3.5s$이며 그때 $v_y=0$으로 된다. 따라서

$$v_0\sin\alpha = 9.8\times 3.5 = 34.3(m)$$

이다. $t=3s$일 때 $x_1=600m$이므로 $v_0\cos\alpha=200m$이다. 두 식으로부터

$$v_0 = \left(200^2 + 34.3^2\right)^{\frac{1}{2}} = 202.92(㎧)$$

이다. $t_1=3s$라는것을 고려하면 고지의 높이는

$$h = \left(v_0\sin\alpha - \frac{1}{2}gt_1\right)t_1 = 58.8\ (m)$$

이고 목표까지의 거리는 다음과 같다.

$$S = v_0\cos\alpha\left(t_1 + t_2\right) = 1\ 400(m)$$

답. 58.8m, 1 400m

19. 경사각이 30°인 경사면우의 한 점에서 처음속도 10㎧로 경사면에 수직인 방향으로 돌을 던졌다. 돌은 던진 점으로부터 얼마만한 거리에 가서 떨어지겠는가? 경사면은 충분히 길며 공기의 저항은 없다고 본다.

풀이. 그림 7－32에 이 문제를 푸는데 알맞는 자리표계를 보여주었다.

이때

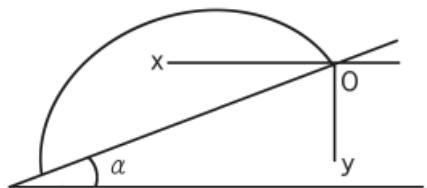



그림 7－32. x, y 자리표계

$$x = v_0 t \sin\alpha = 5t,$$

$$y = -v_0 t \cos\alpha + \frac{1}{2} g t^2 = -5\sqrt{3} + 4.9t^2$$

이다. 돌이 경사면에 떨어지면 $y = x \cdot \tan\alpha$ 로 된다. 이로부터 t를 구하기 위한 방정식

$$\tan\alpha = -\sqrt{3} + 0.98t = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

을 얻으며

$$t = \frac{1}{0.98} \frac{4}{\sqrt{3}} (s), \quad x = \frac{20}{0.98 \cdot \sqrt{3}} \text{ (m)}$$

를 얻는다. 돌을 던진 점으로부터 돌이 떨어진 점까지의 거리는 다음과 같다.

$$S = \frac{x}{\cos\alpha} = \frac{40}{3 \times 0.98} = 13.6 \text{ (m)}$$

답. 13. 6m

20. 높이가 h＝2m인 점에서 수평면과 30° 의 각을 지어 우로 돌을 던졌더니 그것은 L＝30m의 거리에 가서 땅바닥에 떨어졌다. 돌의 처음속도는 얼마인가? 공기의 저항은 무시하여라.

풀이. 수평방향과 수직방향의 자리표를 각각 x, y 라고 하면 t순간에 돌의 x, y 자리표는 각각 다음과 같다.

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 t, \quad y = \frac{1}{2} v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 + h$$

돌이 땅바닥에 떨어진 순간에 y ＝0이므로

$$4.9t^2 - \frac{1}{2} v_0 t = 2, \quad \frac{\sqrt{3}}{2} v_0 t = L = 30$$

이다. 이로부터

$$t = \left[\frac{1}{4.9} \left(2 + \frac{30}{\sqrt{3}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = 1.986 (s)$$

이며 v_0＝17. 44㎧이다.

답. 17. 44㎧

21. 수평면에 대하여 α=60° 의 각으로 v_0＝20㎧로 물체를 던졌다. 얼마 지나야 그것이 수평면과 β=45° 의 각을 이루는 방향으로 운동하

겠는가?

풀이. $x = v_0 t\cos\alpha = 10t,\ \ y = v_0 t\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2 = 10\sqrt{3}t - 4.9t^2$

$$v_x = 10\left(m/s\right),\ \ v_y = 17.32 - 9.8t$$

β=45° 인 순간에 $v_x = v_y$ 이므로 이로부터 t=0. 747s를 얻는다.

답. 0. 747s

22. 정지상태에서 무게가 490N인 짐에 바줄을 매여 드림선우로 10m 올리는데 2s 걸렸다. 짐이 올라가는 운동은 등가속운동이다. 바줄에 걸리는 장력은 얼마인가?

풀이. 가속도는 $at^2/2 = h$ 로부터 구하면 a =5㎨이다. 장력은

$$T = m\left(g + a\right) = mg\left(1 + \frac{5}{9.8}\right)$$

에 의하여 구하면 740N이 얻어진다.

답. 740N

23. 렬차의 천정에 드리운 추가 기차가 떠나면서 30° 로 기울어졌는데 그 상태를 5s동안 유지하였다. 그동안에 렬차가 간 거리는 얼마인가?

풀이. 기차의 가속도를 a 라고 하면 $a = g,\ \tan 30^\circ = 5.568$ ㎨이다.

$$S = \frac{1}{2}at^2 = 70.7\ (\text{m})$$

답. 70. 7m

24. 수평면과 30° 의 각을 이루는 마찰이 없는 경사면에 물체를 놓고 그 경사면을 0. 2㎨의 가속도로 끌어올린다. 경사면에 대한 물체의 가속도는 얼마인가?

풀이. 경사면이 멎어있다면 경사면에 대한 물체의 가속도는 $g\cdot\sin 30^\circ = 4.9$ ㎨이다. 경사면이 우로 0. 2㎨의 가속도로 운동하면 경사면에 대한 물체의 가속도는 0. 1㎨ 만큼 더 커져서 5㎨으로 된다.

답. 5㎨

25. 지구에 대하여 0. 3㎨의 가속도로 드림선우로 올라가는 승강기에 탄 사람이 돌을 떨구었다. 0. 3s후에 승강기에 대하여 돌이 떨어진 높이는 얼마인가?

풀이. 돌을 떨군 순간으로부터 t만한 시간이 되였을 때 승강기는 우로 $\frac{1}{2}at^2$ 만큼 올라가고 돌은 아래로 $\frac{1}{2}gt^2$ 만큼 떨어지므로 승강기에 대하여 돌이 떨어진 높이는 이것들의 합과 같다.

$$H = \frac{1}{2}\left(9.8 + 0.3\right)\times 0.3^2 = 0.454\ \ 5\ (\text{m})$$

답. 약 0.45m

26. 비행사가 드림면에서 반경이 100m인 원자리길을 따라 공중회전한다. 비행기의 속도가 35m/s이고 비행사의 질량이 80㎏이라면 원자리길의 맨 아래점과 맨 웃점에서 비행사가 걸상을 누르는 힘은 각각 얼마인가?

풀이. 맨 아래에서는 중력 mg와 관성원심력 mv^2/R의 합과 같은 힘으로 걸상을 내리누르며 맨 웃점에서는 관성원심력과 중력의 차와 같은 힘으로 걸상을 누른다.

mg=784N, mv^2/R=980N이므로 두 경우에 힘은 각각 1 764N, 196N이다.

답. 1 764N, 196N

27. 자전거바퀴와 도로사이의 마찰곁수가 0.3이라면 자전거를 탄 사람이 반경이 50m인 도로의 굽인돌이를 최대한 얼마의 속도로 달릴수 있겠는가? 이 경우에 자전거를 드림선에 대하여 얼마만한 각도로 기울여야 하는가?

풀이. 자전거의 속도를 v, 사람과 자전거의 전체 질량을 m이라고 하면 관성원심력은 mv^2/R과 같다. 이것이 마찰력 $F_{마}$보다 작아야 한다. 마찰력은 $F_{마}=\mu mg$이므로 $v^2<\mu gR$이라야 한다.

즉 $v<12.1$㎧라야 한다. 이때 $\tan\alpha$는 관성원심력과 중력의 비와 같으며 $\tan\alpha=0.3$이다.

답. 12.1m/s, $\tan\alpha=0.3$

28. 지구중심과 달중심사이의 거리 R는 지구반경 r의 60배이고 달의 질량은 지구질량의 1/81배이다. 지구의 중심과 달의 중심을 련결하는 직선우에서 꼭같은 힘으로 지구와 달에 끌리우는 평형자리는 지구중심으로부터 얼마만한 거리에 있는가?

풀이. 구하려는 거리를 x 라고 하면

$$G\frac{mM_{지}}{x^2}=G\frac{mM_{달}}{(R-x)^2},\quad \frac{R-x}{x}=\frac{R}{x}-1=\sqrt{\frac{M_{달}}{M_{지}}}=\frac{1}{9}$$

이다. 이로부터 $x=0.9R=54r$이다.

답. 54r

29. 자전주기가 10시간인 구모양으로 생긴 행성이 있다. 이 행성의 적도에서 물체의 무게가 령이라면 행성의 평균밀도는 얼마인가?

풀이. $2\pi R/v=3.6\times10^4\,(s)$이다. 적도에서 무게가 령이면

$$\frac{v^2}{R}=\frac{GM}{R^2}=\frac{4\pi\rho}{3}GR,\quad \rho=\frac{3}{4\pi G}\left(\frac{v}{R}\right)^2=109\ \text{kg/m}^3$$

답. 109㎏/㎥. 여기서 $\pi=3.141\ 6$.

30. 저울판을 오목하게 만들고 판을 따라 쇠알을 굴리면 저울바늘이 쇠알을 굴리지 않고 그대로 올려놓았을 때보다 더 돌아가는가, 덜 돌아가는가?

풀이. 쇠알을 굴리면 중력과 함께 관성원심력도 작용하므로 쇠알의 무게가 더 커진것으로 나타난다. 따라서 저울바늘이 쇠알이 움직이지 않을 때보다 더 돌아간다.

31. 승강기가 떠나는 순간의 가속도는 0.3㎨이다. 우로 올라갈 때와 아래로 내려갈 때 그것을 타고있는 질량이 60㎏인 사람의 몸무게는 각각 얼마인가?

풀이. 우로 올라갈 때에는 무게가 60×(9.8+0.3)=606(N)이고 아래로 내려갈 때의 무게는 60×(9.8−0.3)=570N이다.

답. 606N, 570N

32. 멎어있던 기차가 등가속직선운동하여 20초동안에 속도가 72㎞/h로 되였다. 기차안에 있는 질량이 3㎏인 물체의 무게의 크기와 방향은 어떻게 되는가? 이때 철구를 떨어뜨리면 그것은 렬차에 대하여 어떻게 운동하겠는가?

풀이. $v = at = 20\text{m/s}$, t=20s이므로 가속도는 $a = 1$㎨이다. 떨어지는 철구의 가속도의 크기는 $\sqrt{9.8^2 + 1^2} = 9.85$ (㎨)이다. 따라서 무게는 3×9.85=29.55N이며 그것의 방향과 드림선의 방향사이의 각을 α라고 하면 $\tan\alpha = 1/9.8 = 0.102$이다.

답. 무게값은 29.55N이고 $\tan\alpha = 0.102$이다. 물체는 중력이 작용하는 방향으로 9.85㎨의 가속도로 떨어진다.

33. 행성의 질량이 지구질량의 3배이고 행성의 반경은 지구반경의 1/3배이다. 이 행성에서 제1우주속도는 얼마인가?

풀이. 제1우주속도는 행성의 질량을 M, 반경을 R라고 하면 $v = \sqrt{GM/R}$ 이다.

$v_{지} = \sqrt{GM_{지}/R_{지}}$, $v_{행} = \sqrt{GM_{행}/R_{행}}$이므로 $v_{행} = 3v_{지} = 23.7$㎞/s이다.

답. 23.7㎞/s

제8장 력학에서의 보존법칙

력학에서는 일정한 조건하에서 에네르기, 운동량 및 각운동량이 보존된다. 이러한 보존법칙들은 여러가지 력학적현상들을 분석하는데서 위력한 방법을 주고있다. 특히 미시세계에서 이 보존법칙들이 노는 역할은 매우 크다. 이 장에서는 에네르기의 개념과 에네르기보존법칙 그리고 운동량보존법칙을 취급한다.

제1절 일과 그 단위

력학에서 쓰는 일이라는 말도 우리가 일상생활에서 쓰는 일이라는 말에서 생겨났지만 두 경우에 일의 구체적내용은 같지 않다. 력학에서는 어떤 힘이 작용하였다고 하여 반드시 일을 했다고 보지 않는다. 그 힘의 작용을 받으면서 물체가 일정한 거리를 이동할 때에만 그 힘이 일을 했다고 말한다. 만일 어떤 사람이 무거운 짐을 지고 몇시간동안 서 있었다면 그는 분명히 일을 했다고 보아야 하겠지만 력학에서는 이때 그 사람이 아무런 일도 하지 않았다고 말한다. 반대로 바께쯔를 들고 어떤 거리만큼 옮겨갔다면 일을 했다고 본다. 실례로 바께쯔를 들어서 h만큼 높은 곳에 올려놓는 경우를 생각하자. 이때 바께쯔에는 두가지 힘이 동시에 작용한다. 하나는 중력이며 그것은 드림선아래쪽으로 향한다. 이것은 바께쯔가 우로 올라가는것을 방해한다. 다른 하나의 힘은 바께쯔를 우로 들어올리는 사람의 힘이다.

그 힘이 바께쯔의 무게보다 클 때 바께쯔는 움직이기 시작한다. 일단 움직이기 시작하면 우로 들어올리는 힘과 중력의 값이 같아도 바께쯔는 계속 우로 올라간다. 바께쯔에 작용하는 힘이 두가지이므로 매개 힘이 하는 일을 생각해야 한다. 일반적으로 물체에 F만한 힘이 작용하는 상태에서 물체가 힘이 작용하는 방향으로 S만한 거리를 지나갔다면 그동안에 힘 F가 수행한 일 A는

$$A = F \cdot S$$

와 같다고 본다. 바께쯔를 우로 들어올리는 힘과 바께쯔의 운동방향은 같으므로 이때 그 힘이 수행한 일은 정의 값을 가진다. 반대로 중력은 바께쯔의 운동방향과 반대방향으로 작용하므로 중력이 하는 일은 바께쯔의 이동을 방해하는 일이다. 그러한 일은 부의 값을 가진다고 본다.

만일 물체에 작용하는 힘과 물체가 이동하는 방향사이에 α만한 각이 있다면 힘이 한 일은

$$A = F \cdot S \cdot \cos\alpha$$

와 같이 정의한다. 바께쯔를 우로 들어올리는 경우에 우로 들어올리는 힘에 대해서는 $\alpha=0$이므로 $A=F \cdot S$로 되지만 중력은 반대방향으로 작용하므로 $\alpha=\pi$이며 중력이 하는 일은 $-F \cdot S$와 같다. $F \cdot \cos\alpha$는 물체가 이동하는 방향에 대한 힘의 성분과 같으므로 그것을 $F_{\parallel}$로 표시하면 일은

$$A = F_{\parallel} \cdot S$$

와 같이 쓸수 있다. 어떤 힘이 물체에 대하여 수행한 일은 그 힘을 받으면서 물체가 옮겨간 거리에 그 방향에 대한 힘의 성분을 곱한것과 같다.

일의 단위는 1J(쥴)이라고 표시하며 그것은

$$1J = 1N \times 1m = 1N \cdot m$$

와 같다. 즉 1N의 힘이 작용하는 상태에서 물체가 1m만큼 그 힘의 방향으로 이동했을 때 그 힘이 수행한 일이 1J이다.

힘과 일사이의 관계에 대하여 정확히 인식할 필요가 있다. 힘 F가 작용하여 A만한 일을 하였다고 하면 바로 그 힘때문에 물체가 움직였고 따라서 그 힘이 한 일의 《덕분에》 물체가 이동하였다고 생각할수 있는데 그렇게 생각해서는 안된다는것을 명심해야 한다. 사실 바께쯔를 들어올릴 때 중력도 일을 한다. 그러나 중력은 물체가 우로 올라가는것을 방해한다. 이런 경우에 중력이 하는 일은 부의 값으로 된다. 그런즉 일이 부의 값을 가질 때에 힘은 물체의 운동을 방해한다고 말할수 있다. 이번에는 우로 들어올렸던 바께쯔를 아래로 내려가는 경우를 생각해보자. 이때에도 바께쯔에는 중력과 그것을 들고있는 사람의 힘이 동시에 작용한다. 그러나 바께쯔가 아래로 내려올 때에는 그 방향과 중력의 방향이 일치한다. 이때 중력은 정의 일을 한다. 반대로 바께쯔를 들고있는 사람은 우로 힘을 주며 따라서 사람이 한 일은 부의 값으로 된다.

제2절 일능률

기계를 만드는 목적은 어떤 일을 하도록 하자는데 있는것만큼 어느 기계가 더 많은 일을 할수 있는가 하는것을 가지고 서로 다른 일을 하는 기계들의 능력을 평가할수 있을것이다. 그런데 기계가 하는 일은 시간에 비례한다. 그러므로 기계가 얼마나 많은 일을 할수 있는가 하

는것을 비교하자면 같은 시간동안에 할수 있는 일을 놓고 비교해야 할것이다. 바로 이런 목적으로부터 일능률이라는 개념을 생각하게 되였던것이다.

일능률이란 단위시간동안에 한 일의 크기에 의하여 결정되는 량이다. 물리학에서는 시간의 단위로 1s를 쓰므로 일능률은 1초동안에 한 일의 값에 의하여 결정된다. 일능률과 일은 서로 다른 본을 가지는 량이며 따라서 일능률과 일을 서로 비교할수는 없다.

만일 t만한 시간동안에 A만한 일을 했다면 일능률 N은 다음과 같다.

$$N = \frac{A}{t}$$

엄밀하게 말하면 이것은 t만한 시간동안에 한 일의 평균일능률이다. 일능률의 단위는 1와트이며 1W로 표시한다.

$$1W = \frac{1J}{1s} = 1J/s$$

1s동안에 1J의 일을 하였을 때의 일능률이 1W이다.

자동차나 뜨락또르와 같은 륜전기재는 발동기가 내는 견인력(앞으로 끌고나가는 힘)에 의하여 땅과의 마찰력을 극복하면서 앞으로 달린다. 이때 발동기가 한 일은 그것이 내는 견인력 F에 지나간 거리 S를 곱한것과 같다. 자동차나 뜨락또르의 속도를 v라고 하면 S=vt이며 따라서 발동기의 일능률은

$$N = F \cdot v$$

와 같다. 자동차나 뜨락또르가 낼수 있는 일능률가운데서 가장 큰것을 그것의 일능률이라고 부른다.

자동차는 수평길을 달릴 때보다 올리막길을 올라갈 때 속도가 더디다. 이것은 자동차의 일능률이 제한되여있기때문이다. 사실 자동차가 수평길을 달릴 때에는 자동차바퀴와 땅사이의 굴음마찰력을 극복하면 되지만 올리막길을 올라갈 때에는 경사면아래쪽으로 향하는 중력성분까지 작용하므로 자동차발동기는 더 큰 힘을 내야 한다. 따라서 자동차의 속도는 작아지게 된다. (그림 8-1)

사람이나 기계가 일할수 있는 능력이 일능률인것이 아니라 실지로 수행한 일을 시간으로 나눈것이 일능률이다. 기계의 일능률이라고 할 때에는 그 기계가 낼수 있는 일능률의 최대값을 념두에 둔다. 일능률의 값에 대하여 말하자면 일능률의 단위에 대하여 잘 알아야 한다. 일능률의 국제단위는 1W이다. 그러나 그것과 함께 마력이라는 단위

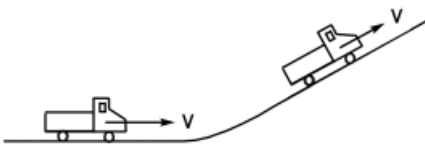



그림 8-1. 올리막길에서는 자동차의 속도가 떠진다.

도 자주 쓰인다. 마력이라는 이름은 말이 낼수 있는 힘이라는 말인데 실지는 그것이 힘의 단위가 아니라 일능률의 단위이다. 1마력(1Hp)은 75㎏의 질량을 가진 물체를 1초동안에 1m만큼 우로 들어올리는 경우의 일능률이다. 그러한 물체의 무게는 $P=mg=75\times9.8=735(N)$이며 그것을 1m의 높이에로 들어올리자면 $735N\times1m=735J$만한 일을 해야 하므로

$$1Hp=735W=0.735kW$$

이다.

일의 국제단위는 1J이지만 실천에서는 다른 단위도 자주 쓰인다. 특히 전기가 수행한 일을 잴 때 쓰는 1㎾·h(키로와트시)라는 일의 단위는 1㎾의 일능률로 1시간(1h)동안에 수행한 일과 같다. 그러므로 $1kW\cdot h=10^3W\times3\ 600s=3.6\times10^6J$ 또는 3 600kJ이다.

제3절 에네르기의 개념

물리학에서 가장 중요한 개념의 하나는 에네르기의 개념이다. 에네르기라는 개념은 뉴톤의 시대부터 널리 씌여온 개념이 아니다. 뉴톤은 힘의 작용효과를 특징짓는데서 중요한 량은 힘에 그것이 작용한 시간을 곱한것이라고 생각하였다. 지금은 그것을 힘덩이라고 부른다. 뉴톤과 같은 시기에 산 도이췰란드학자 라이브니쯔는 힘에 물체가 이동한 거리를 곱한 량이 중요하다고 보았다. 이것은 앞에서 본것처럼 힘이 물체에 대하여 수행한 일이다. 그런즉 라이브니쯔는 일이 중요하다고 보았던것이다. 에네르기라는 개념은 1840년대에 이르러서야 비로소 명백히 리용되기 시작하였다. 그것은 이 시기에 영국물리학자 제임즈 프레스커트 쥴, 도이췰란드의사이며 물리학자인 율리우스 로버트 마이예르, 헤르만 루드위히 페르디난드 헬름홀쯔에 의하여 에네르기전환 및 보존의 법칙이 정식화된것과 관련되여있다. 이때부터 비로소 에네르기라는 개념이 명백한 의미를 가지게 되고 그것이 매우 중요하다는것을 인식하기 시작하였다. 그리하여 력학에서도 에네르기의 개념이 명백히 쓰이기 시작하였다.

에네르기라는것은 어떤 물체가 가지고있는 일을 할수 있는 능력을 가리키는 말이다. 가령 물체가 10J의 일을 할수 있다면 그 물체는 바로 10J의 에네르기를 가지고있다고 말한다. 즉 에네르기는 일과 같은 단위를 가진다.

에네르기에는 여러가지 형태가 있다. 높은 속도로 날아가는 총알이 어떤 물체에 부딪치면 총알은 그것을 뚫고 일정한 깊이까지 들어갈수 있다. 이때 총알은 저항을 이겨내야 하므로 일정한 크기의 일을 한다.

총알이 일을 한다는것은 날아가는 총알이 에네르기를 가지고있다는것을 의미한다. 그 에네르기는 바로 총알이 높은 속도로 운동하기때문에 가지게 되는 에네르기이므로 그것을 운동에네르기라고 부른다. 높은 곳에서 떨어지는 물은 타빈을 돌릴수 있으므로 일을 할수 있다. 즉 높은 곳에 있는 물은 에네르기를 가지는데 그것을 중력마당에서 가지는 자리에네르기라고 부른다. 용수철에 매달려있는 물체는 용수철을 늘구거나 줄이면 자리에네르기를 가지게 되는데 그것을 튐성에네르기라고 부른다. 튐성에네르기도 자리에네르기의 실례이다.

화학반응에서 열이 나오는 경우가 있는데 그 열을 리용하여 전기를 얻을수 있다. 따라서 화학반응에서도 에네르기를 얻을수 있는데 그것을 화학적에네르기라고 부른다. 핵들이 변환되는 과정에는 화학반응과는 대비도 안되는 굉장히 많은 에네르기가 나올수 있다. 그것을 핵에네르기라고 부른다.

열과 전기를 떠나서 오늘날의 공업이나 농업, 운수를 생각할수 없는것은 더 말할것도 없으며 현대문명도 생각할수 없다. 열과 전기가 이처럼 중요한것은 바로 그것들이 일을 할수 있는 능력 즉 에네르기를 가지고있기때문이다. 에네르기는 력학적에네르기, 열에네르기, 전기적에네르기, 화학적에네르기와 핵에네르기(그것을 원자에네르기라고 부르는 경우가 많다.) 등 여러가지 형태로 존재한다. 그리고 한 형태의 에네르기가 다른 형태의 에네르기로 넘어갈수 있는데 이때 총체적인 에네르기의 값은 줄어들지도 않고 늘어나지도 않는다. 즉 에네르기의 총량은 변하지 않는다. 이것을 에네르기전환 및 보존의 법칙이라고 부른다. 어떤 형태의 에네르기든지 그것이 리로운 일을 하게 하자면 이러저러한 방법으로 그것을 력학적에네르기로 넘겨야 한다. 력학적에네르기는 운동에네르기와 자리에네르기의 합이다. 마찰이나 공기의 저항을 무시할수 있는 경우에는 력학적에네르기가 보존된다. 그러나 마찰이나 공기의 저항이 있으면 력학적에네르기의 일부가 열로 넘어가므로 력학적에네르기만 따져보면 그것이 보존되지 않는다. 자리에네르기는 중력때문에 생기는 자리에네르기와 물체의 모양이 변하기때문에 생기는 자리에네르기가 다른 모양의 공식으로 표시된다.

제4절 물체의 운동에네르기

운동하는 물체는 다른 물체에 대하여 일을 할수 있다. 멎어있는 물체에 v만한 속도를 주자면 그 물체에 대하여 다른 물체가 일을 해야 한다. 바로 그 일이 물체의 운동에네르기로 넘어가는것이다. 이러한 생각에 기초하여 질량이 m인 물체의 속도가 v와 같을 때 그 물체가 가

지게 되는 운동에네르기에 대한 공식을 얻을수 있다. 공식을 얻는 과정을 쉽게 하기 위하여 물체가 일정한 가속도 a를 가지고 t만한 시간동안 가속되는 경우를 생각하자. 이때 물체에 작용하는 힘은 F=ma와 같다.

한편 일정한 속도로 t시간동안 운동하는 경우에 지나간 거리는

$$S=\frac{1}{2}at^2$$

과 같다. 이것을 속도로 표시하기 위하여 $v=at$이고 따라서 $t=\frac{v}{a}$라는것을 고려하면 다음과 같이 쓸수 있다.

$$S=\frac{v^2}{2a}$$

이로부터 힘 F가 수행한 일은 다음과 같이 표시된다.

$$A=F\cdot S=ma\cdot\frac{v^2}{2a}=\frac{mv^2}{2}$$

이것은 질량이 m인 물체가 v와 같은 속도를 가질 때 그것의 운동에네르기이다. 여기에는 어떤 힘이 얼마나 오래동안 작용하여 물체의 속도를 v로 되게 하였는가 하는것은 전혀 들어있지 않고 다만 고찰하는 순간에 물체의 속도가 얼마인가 하는것만 들어있다. 즉 주어진 순간에 물체의 운동상태에 의하여 그것의 운동에네르기가 완전히 결정된다.

물체의 운동에네르기는 바깥힘이 그 물체에 대하여 수행한 일이 물체에 에네르기로서 저축된것이다. 거꾸로 물체가 다른 물체에 대하여 일을 하는 경우에는 운동에네르기가 줄어든다. 실례로 v만한 속도로 운동하던 망치가 못을 때리면 못은 나무의 저항을 극복하면서 나무에 박히게 된다. 이때 나무의 저항을 극복하면서 수행한 일은 망치가 가지고 있던 운동에네르기와 값이 같다. 이 경우에 망치가 그만한 크기의 일을 할수 있는것은 바로 망치가 운동에네르기를 가지고있기때문이다.

그러면 운동에네르기는 물체가 가지고있는 에네르기를 다 반영하고 있는가? 운동에네르기의 의미를 따져보면 그것은 멎어있을 때보다 운동할 때에 물체가 더 가지게 되는 에네르기라는것을 알수 있다. 물체가 멎어있을 때에도 에네르기를 가지고있는가 하는 문제는 상대성리론에 의하여 처음으로 밝혀졌다. 상대성리론에 의하면 정지질량이 m_0인 물체의 속도가 v일 때 그것의 에네르기 E는 다음과 같다.

$$E=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

만일 $v \ll c$이면 이로부터

$$E = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2$$

이라는 결론이 나온다. 이 공식에 의하면 물체는 멎어있을 때에도 $E_0 = m_0 c^2$ 만한 에네르기를 가지고있는데 그것을 물체의 정지에네르기라고 부른다. 물체가 가지고있는 정지에네르기의 값은 상상하기 어려울 정도로 크다. 실례로 총알의 속도가 v = 1㎞/s인 경우에 그것의 정지에네르기와 운동에네르기의 비는 1.8×10^{11}으로서 1 800억이나 된다. 그러므로 1㎞/s라는 비교적 큰 속도로 운동하는 물체라고 하여도 그것의 운동에네르기는 정지에네르기에 비하면 극히 작다. 이것은 물체속에 굉장히 많은 에네르기가 들어있다는것을 의미한다. 정지에네르기의 일부를 리용하여 유익한 일을 하게 할수 있는데 그것은 핵반응에서 나오는 에네르기이다. 만일 v_0의 속도로 운동하는 물체의 속도를 v로 되게 하는 경우에는 외부힘이 물체에 대하여 한 일과 물체의 운동에네르기사이에 어떤 관계가 있겠는가? 이것을 밝히기 위하여 물체가 자유락하하는 경우를 보자. 자유락하할 때의 가속도는 g로 표시하지만 여기서는 그것을 a로 표시하겠다. t=0순간에 속도가 v_0이라면 t순간의 속도는 $v = v_0 + at$ 이고 그동안에 물체가 내려간 거리는

$$S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

과 같다. $v = v_0 = at$ 로부터 t를 구하여 웃식에 넣으면 아래처럼 쓸수 있다.

$$S = \frac{1}{2a}(v^2 - {v_0}^2)$$

이때 물체에 작용하는 중력은 F=ma이므로 중력이 한 일은

$$A = F \cdot S = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m {v_0}^2$$

과 같다. 여기서 오른쪽에 있는것은 운동에네르기의 변화이다. 즉 바깥에서 물체에 대하여 수행한 일만큼 물체의 운동에네르기가 변한다.

이번에는 물체를 v_0의 속도로 곧추 우로 던지는 경우를 보자. 이때 t순간의 속도는 $v = v_0 - at$ 이고 그 순간까지 물체가 올라간 거리는

$$S = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$$

과 같다. 물체에 작용하는 중력은 F=−ma이다. S에 대한 공식에서 t를 없애면

$$S=\frac{v_0^{\ 2}-v^{\ 2}}{2a}, \quad A=-ma\cdot\frac{v_0^{\ 2}-v^{\ 2}}{2a}=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^{\ 2}$$

으로 된다. 즉 이 경우에도 물체에 대하여 중력이 수행한 일은 물체의 운동에네르기의 변화량과 같다. 그런데 이 경우에는 속도가 작아지므로 물체의 운동에네르기가 줄어든다. 그런데 우로 올라가는 물체는 다른 물체에 대하여 일을 하는것이 없다. 그런데 왜 운동에네르기가 줄어들었는가?

실지로 물체에 힘이 작용하지 않았는가? 그렇지 않다. 지구중력이 물체가 운동하는 방향과 반대방향으로 작용하였다. 바로 이 힘을 이겨내면서 우로 올라가는 과정에 운동에네르기의 일부가 소비된것이다. 그런데 높은 곳에 올라가있는 물체를 저절로 떨어지게 하면 속도가 커지면서 운동에네르기가 커진다.

이것은 낮은 곳에 있을 때보다 높은 곳에 있을 때 물체가 어떤 에네르기를 가지고있다는것을 보여준다. 그것을 물체의 자리에네르기라고 부른다.

제5절 중력의 자리에네르기

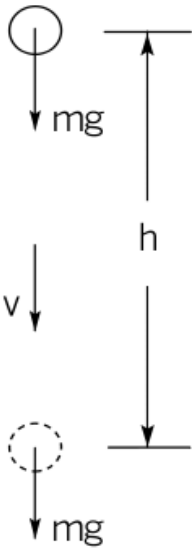



그림 8－2. 자유락하할 때 중력이 하는 일

중력을 받으면서 아래로 h만한 거리를 질량이 m인 물체가 내려오는 경우를 생각하자. (그림 8－2)

공기의 저항을 무시하고 중력만 생각하면 물체가 받는 힘은 어디서나 mg와 같고 물체가 내려간 거리는 힘과 같은 방향으로 h만큼 되므로 중력이 한 일은

$$A=mgh$$

와 같다. 이번에는 물체가 경사각이 α인 경사면을 따라 내려오는 경우를 보자. (그림 8－3) 이때 경사면과의 마찰을 무시하겠다. 그러면 운동방향에 대한 중력의 성분은 $mg\sin\alpha$이며 이동한 거리는 S이므로 중력이 그 물체에 대하여 한 일은

$$A=mgS\cdot\sin\alpha=mgh$$

이다. 여기서 $S\cdot\sin\alpha=h$라는것을 고려하였다. 그러므로 이 경우에도 중력이 한 일은 물체가 내려온 높이 h에만 관계된다. 사실은 물체의 자리길이 복잡한 곡선의 모양을 가지는 경우에도 중력이 한 일은 언제나 물체가 내려간 높이에만 관계된다. 이제 물체가 h만한 높이를 내려가는 경우에 물체가 가지는 운동에

네르기를 구해보자. 멎어있던 물체가 h만큼 내려가는데 걸리는 시간을 t라고 하면 t순간에 물체의 속도는 $v = gt$와 같고 $h = gt^2/2 = v^2/(2g)$ 이며 따라서 속도는 $v = \sqrt{2gh}$ 와 같다. 이때 물체는

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

와 같은 운동에네르기를 가지게 된다. 이 운동에네르기의 값은 물체가 내려온 높이 h를 통하여 표시되였다. 여기서 mgh를 중력을 받고있는 물체의 자리에네르기라고 부르며 중력의 자리에네르기라고도 부른다. 물체의 자리에네르기는 그 물체의 높이에 비례한다. 그런데 물체의 높이라는 말의 뜻이 무엇인가? 어떤 점의 높이라는것은 기준으로 정한 다른 점과 비교해야만 의미를 가진다. 그러므로 자리에네르기는 기준으로 정한 높이에 비하여 얼마나 높은 곳에 있는가 하는것으로 표시된다. 더 정확히 말하면 두 점이 있을 때 거기에서 자리에네르기가 얼마나 차이나는가 하는것만 말할수 있다.

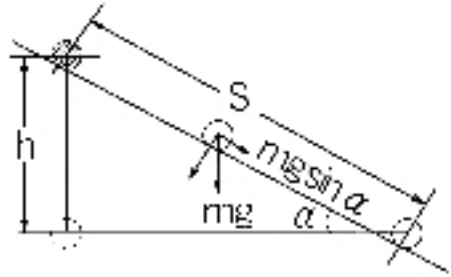



그림 8-3. 경사면을 따라 내려오는 물체

자리에네르기가 어떻게 일로 넘어가는가 하는것을 보여주는 실례로서 땅으로부터 h만한 높이에서 질량이 m인 쇠덩어리가 떨어지면서 땅에 박혀있는 말뚝과 부딪치는 경우를 생각하자. 이때 말뚝과 부딪치는 순간에 쇠덩어리의 속도는 $v = \sqrt{2gh}$ 와 같다. 쇠덩어리가 때리는 힘 F에 의하여 말뚝이 △S만큼 더 들어갔다고 하자. 그러면 쇠덩어리가 한 일은 F · △S와 같다. 이 일은 쇠덩어리의 운동에네르기와 같다. 그런데 그 운동에네르기의 값은 mgh 즉 쇠덩어리가 h만한 높이에 있을 때 가지고있던 자리에네르기의 값과 같다. 따라서 바로 물체가 가지고 있던 자리에네르기에 의하여 일이 수행된것이다. 그러므로 F · △S= mgh이며 이로부터 △S를 알면 F를 구할수 있다. 실례로 질량이 100㎏인 물체가 5m의 높이에서 떨어지면서 말뚝을 1㎝만큼 박아넣었다면 m=100㎏, g=9.8㎨, h=5m, △S=0.01m이며 F는 다음과 같다.

$$F = \frac{mgh}{\Delta S} = \frac{5}{0.01} \times mg = 500mg$$

이것은 질량이 500 · m=500 · 100(㎏)=50(t)인 물체를 말뚝우에 올려놓았을 때 말뚝이 받는 힘과 같다. 즉 100㎏짜리 물체를 가지고 그것보다 500배나 무거운 물체가 주는 중력과 같은 효과를 얻을수 있는

것이다. 그것은 바로 물체의 자리에네르기를 리용한 결과이다. 물체를 h만큼 들어올리자면 mgh만한 일을 해야 하며 이 일이 물체에 자리에네르기로 저축된다. 사실 물체를 우로 들어올리자면 중력 mg와 같은 크기의 힘을 중력과 반대방향으로 주어야 한다. 이때 그 힘이 수행한 일은 mgh와 같으며 그것이 물체의 자리에네르기로 되는것이다.

제6절 퇸성에네르기

고무줄은 잡아당기면 늘어나지만 힘을 제거하면 처음모양으로 되돌아간다. 엿가락은 잡아서 늘구면 잘 늘어나지만 힘을 제거한 다음에는 처음상태로 되돌아가지 않는다.

힘을 주면 변형되였다가 힘을 제거하면 처음상태로 되돌아가는 변형을 퇸성변형이라고 부르며 그렇지 않은 변형을 소성변형이라고 부른다. 물체가 퇸성변형을 하는것은 물체에 주는 힘이 어떤 한계값보다 작을 때이다.

여기서는 물체를 길이방향으로 잡아늘구거나 압축하여 줄어들게 하는 경우를 보겠다. 막대기모양의 물체를 잡아당기면서 물체에 주는 힘과 늘어난 길이사이의 관계를 알아보는것은 원리적으로는 간단하다. 즉 측력계를 써서 물체에 주는 힘을 재고 눈금이 매겨져있는 자를 써서 늘어난 길이를 재면 된다.

물체에 힘을 주지 않았을 때 그것의 길이를 ℓ이라고 하고 F만한 크기의 힘을 주었을 때 늘어난 길이를 x라고 하자. 이때 x가 어떤 원인들에 관계되는가 하는것은 실험에 의하여 알아내야 한다.

실례로 같은 고무줄 한개를 1㎝ 늘구는데 드는 힘과 그런것 두개를 1㎝ 늘구는데 드는 힘을 비교해보면 두개일 때 두배의 힘이 든다.

이것은 힘이 물체의 가로자름면의 면적 S에 비례한다는것을 보여준다. 그리고 S가 일정한 경우에 길이가 1m인 고무줄을 1㎝만큼 늘구는데 필요한 힘과 길이가 2m인 고무줄을 2㎝만큼 늘구는데 필요한 힘을 비교해보면 그 값이 같다. 이것은 힘이 늘어난 길이와 처음길이의 비 즉 상대늘음에 비례한다는것을 보여준다. 그러므로 힘에 대한 공식을 다음과 같이 쓸수 있다.

$$F = E \cdot S \cdot \frac{x}{\ell} \qquad (6.1)$$

여기서 비례결수 E를 양그률이라고 부르는데 그것의 값은 물질의 성질에 관계된다. E의 값이 작은 물체일수록 쉽게 늘어난다. 양그률의 단위는 $1N/m^2$이다. 몇가지 재료의 양그률을 표 8-1에 주었다.

표 8-1. 몇가지 재료의 양그률

재료	E(N/㎡)	재료	E(N/㎡)
강철	2.0×10^{11}	연	1.76×10^{11}
동	9.8×10^{10}	은	$(7.0\sim8.2)\times10^{10}$
선철	$(7.35\sim15.7)\times10^{10}$	유리	$(5\sim8)\times10^{10}$
알루미니움	$(6.3\sim7.5)\times10^{10}$	박달나무	0.98×10^{10}

실례로 강철의 양그률은 2.0×10^{11}N/㎡이다. 이제 자름면의 면적이 1㎟$=10^{-6}$㎡인 강철선의 길이를 1%($\frac{x}{\ell}=0.01$)만큼 늘구자면 얼마만한 짐을 매달아야 하겠는가를 생각해보자. 그것은 다음과 같다.

$$F=20\times10^{10}\times10^{-6}\times10^{-2}=2\ \ 000(N)$$

이것은 200㎏의 질량을 가진 물체의 무게와 같다. 그런데 실지로 강철선의 길이를 1%만큼 늘굴수 있는가? 물체를 너무 큰 힘으로 잡아당기면 물체는 끊어져버린다. 재료가 파괴되게 하는 당김힘을 세기한계라고 부르는데 그것은 N/㎟의 단위로 잰다. 즉 단위면적에 작용하는 힘으로 특징짓는다. 탄소가 0.96% 들어있는 강철의 세기한계는 95N/㎟이다. 이것은 자름면의 면적이 1㎟인 강철선에 95N의 힘을 주면 강철선이 끊어지고만다는것을 의미한다. 만일 이때에도 (6.1)식이 적용된다고 가정하면 상대늘음은 0.5×10^{-3}으로 될것이다. 이것은 상대늘음이 0.5×10^{-3}정도에 이르면 튕성변형으로 볼수 없게 된다는것을 보여준다.

물체가 어떤 힘을 받아서 늘어났을 때 어디서 보아도 장력은 다 같다. 즉 늘어난 물체의 어떤 자름면을 생각하면 오른쪽에 있는 부분은 왼쪽에 있는것을 $\vec{F}$와 같은 힘으로 당기고있고 왼쪽에 있는 부분은 오른쪽에 있는것을 $-\vec{F}$의 힘으로 당기고있다. 고체가 튕성을 가지고있는것은 매우 큰 의의를 가진다. 기계를 만들 때에는 될수록 튕성이 큰 물질을 써야 한다. 튕성이 크면 비교적 큰 힘을 주어도 물체의 변형이 튕성변형으로 남아있는다. 그러므로 기계의 모양이 달라지지 않는다. 자동차나 기차의 바퀴축은 자동차의 본체나 차량과 직접 이어져있지 않고 튕성이 큰 용수철을 거쳐서 이어져있다. 자동차가 들추는 경우에도 용수철이 있기때문에 우로 올라갔다가 내려오는 자동차의 무게가 그대로 바퀴에 실리는것이 아니라 용수철에서 완화된다.

철길레루는 튕성이 매우 큰 강철로 만든다. 기차가 지나갈 때 레루에는 큰 힘이 작용한다. 그러나 레루는 튕성이 큰 물질로 만들었기때

문에 기차가 지나간 다음에는 처음상태로 돌아간다. 자동차나 뜨락또르의 바퀴를 튐성이 좋은 고무로 만든것은 울퉁불퉁한 길을 지나가도 진동이 바퀴에서 완화되게 하기 위해서이다.

용수철을 늘구거나 줄이자면 힘을 주어야 한다. 그 힘은 용수철이 늘어날 때에는 늘어나는 방향으로 향하며 용수철의 길이를 줄일 때에는 줄어드는 방향으로 향한다. 용수철의 길이가 x만큼 달라졌다고 하자. 용수철이 늘어날 때에는 $x>0$이고 줄어들 때에는 $x<0$이다. 용수철에 주는 힘 F는 이 경우에 x에 비례한다. 정확히 말하면 용수철의 길이의 변화가 비교적 작을 때 그렇게 된다. F의 부호는 x의 부호와 일치한다. 따라서 다음과 같이 된다.

$$F=kx$$

용수철의 길이가 달라지면 용수철에서는 튐성힘이 나타나는데 그것은 F와 반대방향으로 작용한다. 용수철의 튐성힘을 F'로 표시하면

$$F'=-kx$$

로 된다. 즉 용수철을 변형시키는 힘과 용수철에서 생기는 힘은 언제나 크기는 같고 방향은 반대이다. 그러므로 그것들이 하는 일도 크기는 같고 부호는 반대이다. 바깥에서 주는 힘의 방향은 변형의 방향과 같으므로 그 힘은 정의 일을 하고 용수철의 튐성힘은 부의 일을 한다. 용수철의 길이가 x만큼 늘어났을 때 바깥힘은 kx와 같으며 늘어나는 전체 과정을 놓고보면 평균힘은 그것의 절반과 같다. 그러므로 용수철을 x만큼 늘구는 경우에 바깥힘이 수행한 일은 다음과 같다.

$$A=\frac{1}{2}kx\cdot x=\frac{1}{2}kx^2$$

용수철이 줄어드는 경우에도 일에 대한 공식은 같다.

이렇게 용수철의 길이를 변화시킬 때에 바깥에서 수행하는 일은 용수철의 자리에네르기로 저축되는데 그것을 튐성에네르기라고 부른다. 늘어난 상태에 있는 용수철에 주고있던 힘을 없애면 용수철은 처음상태로 되돌아가면서 튐성에네르기만한 일을 한다. 이때 일을 하는것은 용수철의 튐성힘이다. 늘어났던 용수철이 줄어들 때에 튐성힘의 방향은 변위의 방향과 같으며 따라서 그것은 정의 일을 한다. 용수철이 x만큼 늘어났을 때 그것이 처음상태 즉 늘어나지 않은 상태로 돌아갈 때까지 수행한 일은 $\frac{1}{2}kx^2$과 같으며 바로 이것이 용수철의 튐성에네르기이다. 그것은 자리에네르기라고 볼수 있다. 따라서 용수철의 자리에네르기는 다음과 같다.

$$U=\frac{1}{2}kx^2$$

이것은 중력자리에네르기와 비슷한 측면도 가지고있고 차이점도 가지고있다. 두 경우에 비슷한 점은 자리에네르기의 값이 물체가 놓여있는 자리에만 관계되고 물체의 운동상태를 표시하는 속도에는 관계되지 않는다는것이다. 두 경우에 차이점은 기준점의 선택문제와 관련되여있다. 중력자리에네르기의 경우에는 기준점을 어디에 정하겠는가 하는것을 따져야 하지만 용수철의 경우에는 변형되지 않은 상태가 기준점을 규정해주므로 기준점을 마음대로 정할수 없다.

제7절 자리에네르기와 물체의 비김상태사이의 관계

물체에 작용하는 힘들의 합력이 령으로 되는 경우에 물체는 비김상태에 있다고 말한다. 물체가 비김상태에서 벗어났다가도 다시 비김상태로 되돌아가는 경우에는 그러한 비김상태를 안정한 비김상태라고 부른다. 물체가 비김상태에서 조금만 벗어나도 다시 비김상태로 돌아오지 않는다면 그러한 비김상태는 불안정한 비김상태이다. 비김상태에서 벗어나도 새로운 비김상태로 되는 경우도 있는데 그런것을 중립비김상태라고 부른다. 그림 8-4에 세가지 경우를 보여주었다.

그림 8-4. 여러가지 비김상태
ㄱ) 안정한 비김, ㄴ) 불안정한 비김,
ㄷ) 중립비김

마찰력이 있는 경우에는 경사면에 놓여있는 물체도 비김상태에 있을수 있다. 그것은 마찰력이 물체가 움직이는것을 방해하기때문이다. 이제부터 설명하는것은 마찰력을 무시할수 있는 경우에 대한것이다.

먼저 안정한 비김에 대하여 살펴보자.

그림 8-5에서 우에 있는것이 안정한 비김상태에서 물체가 약간 벗어났을 때에 물체에 작용하는 힘을 보여준다.

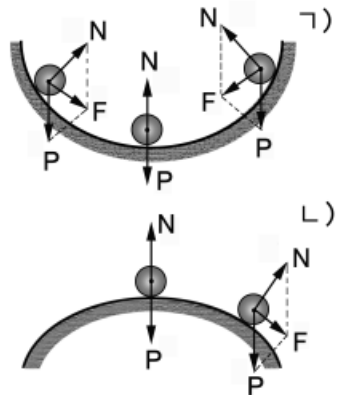



그림 8-5. 안정한 비김(ㄱ)과 불안정한 비김(ㄴ)에서 작용하는 힘

이때 물체에는 중력 $\vec{P}$와 맞선힘 $\vec{N}$이 작용하는데 그것들의 합력은 물체를 비김

점으로 떠미는 방향으로 향한다. 그러므로 물체가 비김점으로부터 약간 벗어나면 그것을 다시 비김점으로 떠미는 힘에 의하여 물체는 비김점으로 되돌아간다. 비김점에 이르렀을 때 물체는 속도를 가지고있으므로 비록 물체에 작용하는 힘들의 합력은 령이지만 관성에 의하여 물체는 반대쪽으로 올라간다. 이때에도 합력은 물체를 비김점으로 떠민다. 만일 마찰이 없다면 물체는 끝없이 운동할것이다. 그러나 실지는 마찰이 있기때문에 결국에는 물체가 비김자리에 멎어버린다. 이와 달리 아래그림에 있는것처럼 불안정한 비김점에 있던 물체가 약간 벗어나면 합력은 물체를 비김점으로부터 달아나게 하는 방향으로 작용한다. 그러므로 불안정한 비김점에 있는 물체는 조금만 다쳐놓아도 달아나버리고만다

이제 이것을 중력자리에네르기를 리용하여 살펴보자. 이때 기준점으로는 어떤 높이에 있는 임의의 점을 취할수 있다. 실례로 안정한 비김점의 경우에는 그 비김점을 기준점으로 취할수 있다. 그러면 다른 점들에서 물체의 자리에네르기는 비김점에서의 값보다 더 크다. 따라서 물체가 안정한 비김점으로 돌아가려고 하는것은 자리에네르기가 가장 작은 곳으로 돌아가려고 하는것이라고 볼수 있다. 불안정한 평형점에서는 중력자리에네르기가 가장 큰 값을 가지며 따라서 이 경우에도 물체는 자리에네르기가 작아지는 방향으로 힘을 받는다. 이와 같이 물체에 작용하는 힘은 언제나 그 물체의 자리에네르기가 작아지는 방향으로 향한다. 이것을 우리는 중력자리에네르기의 경우에 증명했지만 그것은 다른 형태의 자리에네르기 실례로 튐성에네르기의 경우에도 적용된다.

그림 8-6. 두개 안정한 비김상태가 있는 경우

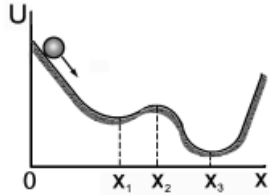



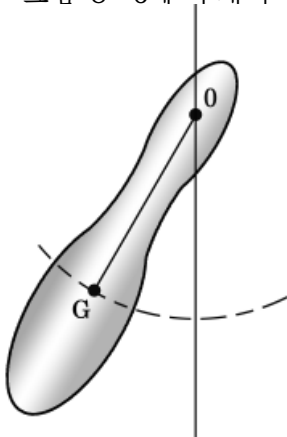
그림 8-6에 두개의 안정한 비김상태와 한개의 불안정한 비김상태가 있는 경우의 중력자리에네르기를 보여주었다.

x_1, x_3이 안정한 비김자리이고 x_2은 불안정한 비김자리이다. x_1는 x_3보다 높으며 따라서 x_1로부터 충분히 멀리 벗어나면 그 점으로 되돌아오지 않는다. x_3으로부터 벗어난 경우에는 몇번 그 점을 지나가다가 나중에는 x_3에서 멎고만다. 그것은 마찰력이 있기때문이다. 지금까지 아주 간단한 물체에 대하여 보았다.

그림 8-7. 물리흔들이

그림 8-7에 물리흔들이를 보여주었는데 이 경우에는 물리흔들이의 질량중심이 고정점 O를 지나가는 드림선에 놓여있을 때 비김

상태로 된다.

질량중심이 O의 아래에 있으면서 O를 지나가는 드림선에 놓여있을 때 안정한 비김상태이고 O의 우에 있으면서 O를 지나가는 드림선에 놓여있는것은 불안정한 비김상태이다.

바다에서 항행하는 배의 경우에 질량중심이 높은 곳에 있으면 배가 넘어질 위험이 있다. 그러므로 질량중심이 될수록 낮은 곳에 있도록 배를 만들어야 하며 배에 짐을 실을 때에도 무거운것들을 아래에 실어야 한다.

제8절 력학적에네르기보존의 법칙

1840년대초에 에네르기전환 및 보존의 법칙이 발견되였으며 이때에 이르러 력학적에네르기보존의 법칙도 명백하게 정식화되였다. 에네르기전환 및 보존의 법칙에 의하면 에네르기는 여러가지 형태로 존재할수 있지만 그것의 총량은 변하지 않으며 다만 한 형태의 에네르기의 일부 또는 전부가 다른 형태의 에네르기로 넘어갈수 있다. 에네르기전환 및 보존의 법칙이 발견된것은 물리학에서 큰 의의를 가지며 세계에 대한 유물론적견해를 세우는데도 크게 기여하였다.

력학적운동이 일어날 때 운동에네르기의 일부가 자리에네르기로 넘어가거나 반대로 자리에네르기의 일부가 운동에네르기로 넘어가지만 그것들의 합은 언제나 일정한 값을 가진다. 이것을 력학적에네르기전환 및 보존의 법칙이라고 부르며 간단히 력학적에네르기보존의 법칙이라고도 부른다. 먼저 중력을 받으면서 운동하는 물체의 경우와 튐힘을 받으면서 운동하는 물체의 경우에 력학적에네르기가 보존된다는것을 보기로 하자.

질량이 m인 물체가 지구의 중력을 받으면서 h_1의 높이에서 v_1의 속도로 떨어진다고 하자. t시간후에 그것이 h_2의 높이에 이르며 그때의 속도를 v_2이라고 하면 등가속도운동이므로 v_2, h_2은 각각 다음과 같이 된다.

$$v_2 = v_1 + gt\,,\quad h_2 = h_1 - v_1 t - \frac{1}{2}gt^2$$

이때 중력이 물체에 대하여 한 일을 계산하자. 그것은 A＝F · S와 같은데 A를 두가지 방법으로 표시할수 있다. 즉 처음에는 속도를 통하여 표시하고 다음에는 높이를 통하여 표시할수 있다. A를 속도를 통하여 표시할 때에는

$$F = mg = m\frac{v_2 - v_1}{t},$$

$$s = h_1 - h_2 = v_1 t + \frac{1}{2}gt^2$$

로 되는데 S에 대한 공식을

$$S = \frac{1}{2}v_1 t + \frac{1}{2}(v_1 + gt)t = \frac{v_1 + v_2}{2}t$$

와 같이 쓰자. 그러면 A는 다음과 같이 표시된다.

$$A = \frac{m(v_2 - v_1)}{t} \cdot \frac{v_1 + v_2}{2}t = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

이것은 운동에네르기를 통하여 다음과 같이 적을수 있다.

$$A = K_2 - K_1$$

이번에는 A를 h_1, h_2을 통하여 표시하자. 이때 $F = mg$, $S = h_1 - h_2$ 이므로

$$A = mgh_1 - mgh_2 = U_1 - U_2$$

이라고 쓸수 있다. 두 경우에 A는 같은것이므로 다음과 같이 쓸수 있다.

$$K_2 - K_1 = U_1 - U_2$$

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

이것은 다름아닌 력학적에네르기보존의 법칙이다.

다음으로 용수철에 매달린 질량이 m인 물체의 운동에 대하여 보자. 용수철의 늘어난 길이가 x_1인 상태에서 용수철의 튐힘을 받으면서 물체가 운동하는 과정에 용수철의 길이가 x_2만큼 늘어난 상태로 되였으며 처음에 물체의 속도가 v_1이던것이 v_2로 되였다고 하자.

이때에도 용수철의 튐힘이 한 일을 두가지 방법으로 계산할수 있다. 여기서 $|x_2 - x_1|$의 값이 그다지 크지 않다고 보겠다. $x_2 > x_1 > 0$ 이라고 하자. 즉 용수철의 길이가 커지는 방향으로 운동한다고 가정하겠다. 이때 물체에 작용하는 힘은 x가 작아지는 방향으로 향하며 그 평균값은

$$F = -k \cdot \frac{x_1 + x_2}{2}$$

이라고 볼수 있고 $S = x_2 - x_1$이다.

그러므로 용수철이 물체에 대하여 한 일은 다음과 같다.

$$A = F \cdot S = -\frac{k}{2}\left(x_2^2 - x_1^2\right) = U_1 - U_2$$

여기서 다음의 공식을 리용하였다.

$$U_1 = \frac{1}{2}kx_1^2, \quad U_2 = \frac{1}{2}kx_2^2$$

한편 앞에서와 같은 방법으로 $A = K_2 - K_1$ 이라는것을 증명할수 있다. 따라서

$$U_1 - U_2 = K_2 - K_1,$$

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

로 된다. 이것은 용수철에 매달린 물체의 경우에도 력학적에네르기가 보존된다는것을 보여준다. 지금까지 가장 간단한 력학적운동의 경우에 대하여 력학적에네르기가 보존된다는것을 증명하였다.

이제 더 복잡한 경우에 대하여 력학적에네르기보존의 법칙이 어떤 의미를 가지는가 하는데 대하여 설명하겠다.

먼저 복잡한 계의 경우에 자리에네르기라는것이 무엇을 의미하는가 하는것을 지구와 달로 이루어진 계에 대하여 살펴보자. 지구와 달의 운동을 론의할 때 다른 행성들의 영향도 있지만 그것은 태양의 영향에 비하면 무시할수 있다. 그러므로 지구, 달, 태양으로 이루어진 계를 생각할수 있다. 태양의 질량은 지구의 질량의 거의 100만배나 되며 따라서 태양은 멎어있다고 볼수 있다. 태양과 지구사이의 호상작용에네르기는 태양으로부터 지구까지의 거리를 r_1 라고 하면

$$U_1 = -G\frac{m_1 M}{r_1}$$

과 같다. 마찬가지로 태양으로부터 달까지의 거리를 r_2 이라고 하면 태양과 달사이의 호상작용에네르기는 다음과 같다.

$$U_2 = -G\frac{m_2 M}{r_2}$$

여기서 M, m_1, m_2 은 각각 태양, 지구, 달의 질량이고 G는 만유인력상수이다. 지구의 중심과 달의 중심사이의 거리를 r_{12} 로 표시하면 지구와 달사이의 호상작용에네르기는 다음과 같다.

$$U_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}}$$

지구, 달, 태양으로 이루어진 계의 자리에네르기 U는 이것들의 합과 같다.

$$U = U_1 + U_2 + U_{12} \qquad (8.1)$$

이 공식을 분석해보자. 여기서 U_1, U_2은 태양을 움직이지 않는것으로 보면 외부힘(태양이 지구와 달에 미치는 힘)과 관련된 자리에네르기이며 그것은 지구나 달의 자리에 의하여 완전히 결정된다. 이것을 외부자리에네르기라고 부를수 있다. 이와 달리 U_{12}에는 지구의 자리와 달의 자리가 동시에 들어가있으며 그것들이 다 주어졌을 때에만 U_{12}의 값이 결정된다. U_{12}은 사실상 지구와 달의 호상작용과 관련되여있는 에네르기이다. 그러므로 그것을 호상작용에네르기라고 부른다. 결국 지구와 달을 하나의 계로 보는 경우에는 $U_1 + U_2$은 외부자리에네르기 또는 간단히 자리에네르기이고 U_{12}은 두 물체사이의 호상작용에네르기이다. 그러므로 U를 자리에네르기라고 부르기보다 포텐샬에네르기라고 부르는것이 리치에 맞는다. 포텐샬이라는 말은 가능성을 의미하며 따라서 포텐샬에네르기란 일할수 있는 가능성을 가진 에네르기라는 뜻이다.

운동에네르기는

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

과 같이 표시되며 력학적에네르기는 E로 표시한다.

지구와 달로 된 계의 력학적에네르기는 다음과 같다.

$$E = \frac{m_1 {v_1}^2}{2} + \frac{m_2 {v_2}^2}{2} - G\frac{m_1 M}{r_1} - G\frac{m_2 M}{r_2} - G\frac{m_1 m_2}{r_{12}}$$

지구와 달이 운동하는 과정에 바로 E의 값이 일정하게 유지된다는 것이 력학적에네르기보존법칙의 내용이다.

제9절 운동량과 힘덩이

뉴톤은 《자연철학의 수학적원리》에서 먼저 운동량을 정의한 다음에 그에 기초하여 운동방정식을 적었다. 뉴톤은 질량이 m이고 속도가 $\vec{v}$인 물체의 운동량을

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

와 같이 정의하였다. 물체는 질점들로 이루어졌다고 볼수 있다. 그러면 물체의 질량은 그 물체를 이루고있는 질점들의 질량의 합과 같다.

이것을 다음과 같이 쓸수 있다.

$$m = \sum_{i=1}^{n} m_i$$

여기서 m_i는 i번째 질점의 질량이고 n은 질점의 수이다.

이와 마찬가지로 물체의 운동량은

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i v_i \qquad (9.1)$$

에 의하여 정의된다. 즉 물체의 운동량은 그 물체를 이루는 질점들의 운동량들의 벡토르합과 같은 량으로 정의된다. 이에 기초하여 물체의 속도는

$$\vec{v} = \frac{\vec{P}}{m} \qquad (9.2)$$

와 같이 정의할수 있다. 만일

$$\vec{R} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i \qquad (9.3)$$

에 의하여 정의되는 벡토르량 $\vec{R}$를 받아들이면 물체의 속도는 $\vec{R}$의 변화속도와 같다. $\vec{R}$와 같은 점을 물체의 질량중심이라고 부른다. 결국 물체의 속도는 그 물체의 질량중심의 속도와 같다.

이제 뉴톤의 제2법칙을 보자. 한개 질점의 경우에 뉴톤의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \vec{F}$$

질점으로 볼수 없는 물체의 경우에는 질점계로 보아야 하며 매개 질점에 대하여

$$\frac{\Delta \vec{P}_i}{\Delta t} = \vec{F}_i$$

라고 쓸수 있다. 이것을 물체를 이루고있는 모든 질점들에 대하여 더하면

$$\frac{\Delta \sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i}{\Delta t} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

와 같이 된다. 여기서 (9.1)식을 고려하고 물체에 작용하는 힘을

$$\vec{F}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i \qquad (9.4)$$

와 같다고 보면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}=\vec{F} \qquad (9.5)$$

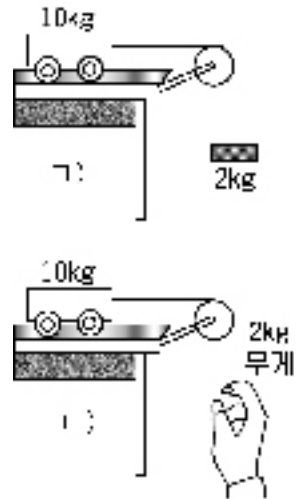
이것이 물체에 대한 뉴톤의 운동방정식이며 뉴톤의 제2법칙이다. 그것의 모양은 질점의 경우나 질점계의 경우나 꼭 같다. 그러나 그 내용은 결코 같은것이 아니다.

질점의 경우에는 운동량이 $\vec{P}=m\vec{v}$ 에 의하여 정의되지만 질점계의 경우에는 (9.1)식에 의하여 계의 운동량이 정의되고 계에 작용하는 힘은 (9.5)식에 의하여 정의된다. 이제 공식 (9.5)의 의미를 분석해보자.

실례로 지구와 달로 이루어진 계에 대하여 생각하면 지구가 달에 주는 힘과 달이 지구에 주는 힘은 크기가 같고 방향은 서로 반대이다. 그러므로 그것들의 합은 령으로 된다. 그리하여 지구와 달로 이루어진 계의 운동량의 변화를 따질 때에는 지구와 달에 미치는 태양의 인력만 고려하면 된다. 즉 계에 작용하는 외부힘들의 합력이 바로 $\vec{F}$ 인것이다. 이 경우에 $\vec{F}$ 를 계산하는데서는 힘의 작용점을 생각하지 않으며 따라서 힘을 속박벡토르로 보는것이 아니라 자유벡토르로 본다.

물체에 작용하는 지구중력의 경우도 마찬가지이다. 지구중력은 물체의 매 부분에 작용하며 그 부분의 질량을 m_i 라고 하면 그것이 받는 중력은 m_ig이다. 그리고 중력가속도의 크기와 방향은 물체의 모든 곳에서 같다고 볼수 있으므로 결국 전체 물체가 받는 중력은 mg와 같다. 이때 그 중력의 작용점은 물체의 질량중심이 놓여있는 점과 일치한다.

그림 8-8. 밀차의 가속도

이제 그림 8-8에 보여준 두 경우에 밀차의 가속도가 같겠는가 하는 문제를 생각해보자. 얼핏 보기에는 밀차를 수평방향으로 끌어당기는 힘이 두 경우에 같으므로 밀차의 가속도도 같을것이라고 생각할수 있다. 그러나 첫 경우에는 밀차의 가속도가 둘째 경우보다 작다. 이것은 다음과 같이 알수 있다. 첫 경우에 실에 걸리는 장력을 T라고 하면 그것은 2kg의 질량을 가진 물체에 작용할 때에는 우로 향하고 밀차에 작용할 때에는 수평방향으로 오른쪽으로 작용한다.

짐과 밀차의 가속도의 방향은 다르지만 크기는 같다. m_1 =10kg, m_2 =2kg이라고 하고 가속도를 a_1라고 하면

$$m_2 a_1 = m_2 g - T, \quad m_1 a_1 = T$$

이며 이로부터 다음과 같이 계산할수 있다.

$$a_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{19.6N}{12kg} = 1.63\,\text{m/s}^2$$

둘째 경우에 밀차의 가속도를 a_2이라고 하면

$$m_1 a_2 = T = m_2 g = 2\text{kg} \times 9.8\,\text{m/s}^2 = 19.6\text{N}, \quad a_2 = \frac{19.6N}{10kg} = 1.96\,\text{m/s}^2$$

이다. 즉 $a_2 > a_1$이다. 왜 이런 결과가 얻어졌는가를 알기 위하여 첫 경우에 장력을 구해보면

$$T = m_1 a_1 = 16.3N$$

이 얻어진다. 이것은 2kg의 질량을 가진 물체의 무게 19.6N보다 작다.

이와 달리 둘째 경우에는 밀차를 당기는 힘이 그대로 밀차에 전달된다. 그리하여 두 경우에 밀차가 얻는 가속도가 다르게 된다.

이제 마치로 못을 박는 문제를 생각해보자. 마치로 못을 나무에 박을 때에는 마치에 일정한 속도를 준다. 마치가 못대가리에 부딪치는 순간에 마치의 속도를 v라고 하고 부딪친 다음에는 마치가 멎는다고 보자. 사실은 부딪친 다음에 마치가 약간 우로 튀여오르는데 그때의 속도가 작다고 보고 무시하겠다. 마치의 속도가 v로부터 0까지 되는데 걸리는 시간을 $\triangle$t라고 하면 그동안에 마치의 운동량의 변화는 $\Delta P = 0 - mv = -mv$와 같다. 이때 뉴톤의 운동법칙에 의하면 마치가 받는 힘은

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = -\frac{m\vec{v}}{\Delta t}$$

와 같다. 이 힘은 못이 마치에 주는 힘이다. 뉴톤의 제3법칙에 의하여 마치는 $-\vec{F}$만한 힘을 받는데 그것은 마치가 처음에 운동하던 방향으로 향한다는것을 알수 있다. 바로 이 힘에 의하여 못이 나무에 박히게 된다. 실례로 m=0.5kg이고 v =10m/s, $\triangle$t=0.01s이면 F=500N인데 이것은 0.5kg의 100배인 50kg의 질량을 가진 물체가 내리누르는 힘과 같다. 이 타격력은 속도가 클수록 그리고 작용시간이 짧을수록 더 크

다. 태권도선수들의 타격력이 대단히 큰것은 바로 타격속도가 빠르고 타격시간이 짧은것과 관련되여있다. 운동량과 관련된 중요한 개념으로서 힘덩이가 있다. 힘덩이라는것은 물체에 작용한 힘 $\vec{F}$ 에 힘이 작용한 시간 △t를 곱한 량이다. 뉴톤의 운동법칙에 의하여

$$\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}=\vec{F}$$

이므로 힘덩이는 물체의 운동량의 변화와 그 값이 같다.

$$\Delta\vec{P}=\vec{F}\cdot\Delta t$$

즉 물체는 그것이 받은 힘덩이만큼 운동량이 변한다. 이로부터 알수 있는것처럼 물체의 운동량의 변화는 물체에 작용하는 힘이 클수록 그리고 그것의 작용시간이 길수록 크다.

제10절 운동량보존의 법칙

이제 두 물체가 있고 그것들사이의 호상작용만 고려하면 된다고 하자. 엄밀하게 말하면 모든 물체들은 서로 힘을 주고받으면서 호상작용하고있다. 그러나 두 물체사이의 호상작용만 고려하고 그것들에 다른 물체들이 주는 영향을 고려하지 않아도 되는 경우가 적지 않다. 이런 경우에 매개 물체의 운동량을 각각 $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ 이라고 하고 그것들이 받는 힘을 $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ 이라고 하면

$$\frac{\Delta\overrightarrow{P_1}}{\Delta t}=\overrightarrow{F_1},\quad \frac{\Delta\overrightarrow{P_2}}{\Delta t}=\overrightarrow{F_2}$$

로 된다. 그런데 뉴톤의 제3법칙에 의하면 $\vec{F}_1=-\vec{F}_2$ 이다. 그러므로

$$\Delta\vec{P}_1=-\Delta\vec{P}_2,\quad \Delta\overrightarrow{P_1}+\Delta\overrightarrow{P_2}=0$$

으로 된다. 이제 계의 운동량을

$$\vec{P}=\vec{P}_1+\vec{P}_2$$

과 같다고 하면 $\vec{P}$의 값은 호상작용과정에 변하지 않는다는 결론이 나온다. 이 결론은 여러개 물체들이 있고 그것들사이에만 호상작용하는 경우에도 적용된다.

몇개 물체가 다른 물체들로부터 힘을 받지 않고 자기들사이에만 서로 힘을 주고받으면서 운동하는 경우에 계의 운동량은 시간에 따라 변하지 않는다. 이것을 고립계에 대한 운동량보존의 법칙이라고 부른다.

여기서 계의 운동량은 계에 들어있는 물체들의 운동량의 합과 같다.

운동량보존의 법칙은 매우 중요하다. 몇가지 실례를 분석해보자.

지구와 달을 하나의 계로 보고 처음에는 태양의 영향을 무시하면 계의 운동이 어떻게 일어나겠는가 하는것을 생각해보자. 이 경우에는 계의 질량중심이 등속직선운동을 한다. 지구－달계의 질량중심은 지구중심과 달중심을 련결하는 직선우에 지구중심으로부터 4 740㎞정도 떨어진 곳에 있다. 그것은 지구의 반경이 6 400㎞라고 보면 지구안에 있는 어떤 점이다. 지구와 달은 질량중심주위로 돌아간다. 그리하여 태양의 인력을 무시할 때 지구와 달이 그리는 자리길은 그림 8－9에 보여준것과 같게 될것이다. 이제 태양의 인력을 고려하면 지구와 달의 운동이 어떤 모양으로 일어나겠는가를 보면 그것은 그림 8－10과 같이 될것이다. 즉 질량중심이 태양주위로 타원을 그리면서 돌아가고 지구와 달은 질량중심주위로 돌아가면서 태양주위로 돌아간다.

그림 8－9. 태양의 인력을 무시한 경우에 지구와 달의 운동

운동량보존의 법칙은 특히 소립자들사이의 호상작용을 연구하는데서 매우 중요한 역할을 논다. 소립자들의 운동에 미치는 지구중력의 영향은 충분히 무시할수 있다.

소립자들의 성질은 뉴톤이 창시한 고전력학으로 설명할수 없지만 소립자들사이의 호상작용에서도 운동량보존법칙은 적용된다. 소립자들의 호상작용에는 그것들의 운동상태가 변하는 충돌도 있지만 소립자의 종류가 변하는 경우도 있다. 소립자의 종류가 변하는 경우에도 전체 계의 운동량은 보존된다. 실례로 π메존이 뮤온과 뉴트리노로 넘어가는 경우에 처음에는 π메존만 있으므로 운동량은 π메존의 운동량 $\vec{P}_\pi$만 있었다. π메존이 뮤온과 뉴트리노로 넘어가면 계의 운동량은 뮤온의 운동량 $\vec{P}_\mu$와 뉴트리노의 운동량 $\vec{P}_\nu$의 합으로 된다. 이때 운동량보존법칙에 의하면

$$\vec{P}_\pi = \vec{P}_\mu + \vec{P}_\nu$$

로 된다. 그런데 π메존과 뮤온은 대전립자들이므로 그것들이 지나간 자리를 연구하면 $\vec{P}_\pi$와 $\vec{P}_\mu$를 구할수 있지만 뉴트리노는 전기적으로 중성이므로 아무런 흔적도 남기지 않는다. 그러나 운동량보존법칙을 적용하면 $\vec{P}_\nu$의 값을 $\vec{P}_\pi$와 $\vec{P}_\mu$의 차에 의하여 구할수 있다. 이 방법은 소립자들의 호상

그림 8－10. 태양의 인력을 고려했을 때 지구와 달의 운동

작용과정에 대한 연구에서 실지로 널리 쓰이고있다.

운동량보존법칙은 여러가지 충돌문제를 연구하는데서도 큰 역할을 논다. 충돌에는 튐성충돌도 있고 비튐성충돌도 있다. 튐성충돌이라는 것은 충돌과정에 력학적에네르기의 일부가 열로 넘어가지 않는 충돌이다. 즉 튐성충돌이 일어날 때에는 력학적에네르기가 보존된다. 비튐성충돌이 일어날 때에는 력학적에네르기의 일부가 열로 넘어간다. 그러므로 비튐성충돌이 일어날 때에는 력학적에네르기가 보존되지 않는다. 그러나 튐성충돌이거나 비튐성충돌이거나 관계없이 충돌과정에 운동량은 보존된다.

제11절 튐성충돌

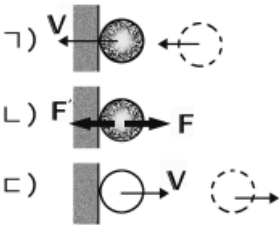



그림 8-11. 고무공이 벽에 수직으로 부딪치는 모양

충돌에 대하여 말할 때에는 두 물체의 충돌을 념두에 둔다. 충돌문제에서 풀어야 할 문제는 충돌하기 전에 매개 물체가 가지고 있던 속도를 알고 충돌이 끝난 다음에 매개 물체가 가지게 될 속도를 구하는것이다. 두 물체는 서로 닿는 순간에만 호상작용하고 그밖의 다른 순간에는 등속직선운동을 한다고 본다. 먼저 튐성충돌이 일어나는 몇가지 실례를 보자.

그림 8-11에 고무공이 벽에 수직으로 부딪치는 세 순간에 공의 모양을 보여주었다. ㄱ)는 벽과 고무공이 닿는 순간이고 ㄴ)는 고무공이 벽에 $\overrightarrow{F'}$만한 힘을 주고 벽은 고무공에 $\overrightarrow{F}$만한 힘을 주는 순간이다. ㄷ)는 고무공이 벽으로부터 떨어져나오는 순간이다. 고무공이 벽과 서로 힘을 주고받을 때에 고무공의 모양은 변한다. 그러나 벽에서 튀여나올 때에는 고무공이 처음과 같은 모양을 가진다. 이번에는 고무공이 어떤 각도를 지어 벽과 부딪치는 경우를 보자. 이때 고무공이 벽과 부딪친 다음에 날아가는 모양은 그림 8-12와 같다. 이 경우에도 벽과 부딪치는 순간에는 고무공의 속도가 일정하다고 볼수 있다. 그러나 벽과 어떤 각도를 지어 날아가기때문에 공의 운동은 좀 더 복잡하다. 이제 그것을 구체적으로 생각해보자. 벽과 부딪칠 때 고무공과 벽사이에는 힘이

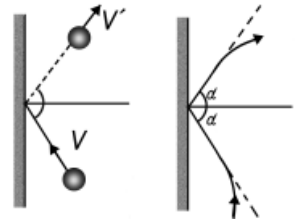



그림 8-12. 각을 지어 벽과 부딪치는 고무공의 운동

작용하는데 그 힘의 방향은 벽에 수직인 방향이다. 그러므로 벽에 수직인 방향의 운동량성분은 변한다. 그러나 벽에 평행인 방향으로는 힘을 받지 않기때문에 그 방향의 운동량은 변하지 않는다.

그러면 벽에 수직인 방향의 운동량성분은 어떻게 달라지는가? 이것을 알기 위해서는 튐성충돌에서 에네르기가 보존된다는것을 리용해야 한다. 벽에 수직인 성분의 속도를 $v_\perp$, 벽에 평행인 속도성분을 $v_\parallel$이라고 표시하면 평행방향의 운동량성분은 보존되므로 벽과 충돌한 직후에 벽에 평행인 방향의 운동량성분은 $mv_\parallel$과 같다. 한편 에네르기보존법칙으로부터 충돌직후의 속도를 v'라고 하면

$$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m(v')^2,\ (v')^2=v^2$$

이라야 한다. $v^2={v_\perp}^2+{v_\parallel}^2,\ (v')^2=(v'_\perp)^2+(v'_\parallel)^2$이고 $v'_\parallel=v_\parallel$이므로 $(v'_\perp)^2={v_\perp}^2$이라는 결론이 나온다. 속도의 방향이 달라졌으므로 $v'_\perp\neq v_\perp$이며 따라서 $v'_\perp=-v_\perp$이라는 결론이 나온다. 즉

$$v'_\parallel=v_\parallel,\ v'_\perp=-v_\perp$$

이다. 이 경우에 벽의 질량은 공의 질량에 비하여 무한히 크다고 볼수 있다. 여기서 접선방향의 운동량이 변하지 않는다는것이 매우 중요하다. 이번에는 질량이 m_2인 물체는 처음에 멎어있고 질량이 m_1인 물체가 m_2과 부딪치는 경우를 생각하자. 부딪치기 직전에 m_1의 속도가 $\vec{v}_1$와 같다고 하고 부딪친 직후에 그것의 속도가 $\vec{v}'_1$로 되였다고 하자. 그리고 부딪친 직후에 m_2의 속도는 $\vec{v}'_2$이라고 하겠다. 앞에서는 벽의 질량이 무한히 크다고 볼수 있었으므로 벽의 운동량의 변화를 따지지 못하였다. 그러나 이번에는 두 물체의 질량이 다 유한하므로 운동량보존법칙을 적용할수 있으며 튐성충돌이라고 볼수 있다면 에네르기도 보존된다. 그리하여 다음과 같은 방정식들을 얻는다.

$$m_1\vec{v}'_1+m_2\vec{v}'_2=m_1\vec{v}_1$$

$$\frac{1}{2}m_1(v'_1)^2+\frac{1}{2}m_2(v'_2)^2=\frac{1}{2}m_1{v_1}^2$$

둘째 방정식을 다음과 같이 쓰자.

$$m_1(v'_1)^2+m_2(v'_2)^2=m_1{v_1}^2$$

얻은 방정식들의 풀이를 일반적인 경우에 구하기는 어려우므로 먼저 간단한 몇가지 경우를 연구하자.

제일 간단한 경우로서 정면충돌의 경우를 살펴보자. 이것은 두 물체를 공으로 보았을 때 두 공의 중심을 련결하는 직선방향으로 m_1가 날아가는 경우이다. 이 경우에는 충돌후에도 두 공은 같은 직선우에서 운동한다. 그러므로 벡토르기호를 쓰지 않아도 된다. 이때 운동량보존법칙과 에네르기보존법칙을 다음과 같이 쓰자.

$$m_1\left(v_1 - v_1'\right) = m_2 v_2',$$

$$m_1\left(v_1^2 - v_1'^2\right) = m_2 v_2'^2$$

둘째 식의 량변을 첫째 식의 량변으로 나누면 다음과 같은 공식을 얻는다.

$$v_1 + v_1' = v_2'$$

이것과 운동량보존법칙을 고려하면 v_1'와 v_2'는 각각 다음과 같이 얻어진다.

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1, \quad v_2' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

이로부터 나오는 결론들을 따져보자. 만일 $m_1 = m_2$이면 $v_1' = 0$, $v_2' = v$로 된다. 즉 두 물체의 질량이 같으면 처음에 날아오던 물체는 충돌후에 멎어버리고 처음에 멎어있던 물체는 날아오던 물체와 같은 속도로 날아가게 된다. 실지로 이런 현상은 당구알들의 충돌에서 관측된다. 만일 $m_1 > m_2$이면 v_1'와 v_1의 부호가 같고 $m_1 < m_2$이면 v_1'와 v_1의 부호는 반대로 된다. 이 경우에 속도의 부호가 다르다는것은 반대방향으로 운동한다는것을 의미한다. 따라서 $m_1 > m_2$이면 충돌후에 구 m_1는 처음에 날아오던 방향으로 처음보다 작은 속도로 운동하지만 $m_1 < m_2$이면 m_1는 처음에 날아오던 방향과 반대방향으로 운동한다는 결론이 나온다. 만일 $m_2 \gg m_1$이면 v_2'는 v_1에 비하여 무시할수 있고 v_1'는 $-v_1$에 가까운 속도로 운동한다. 이것은 고무공이 벽과 충돌하는 경우에 얻은 결과와 일치한다. 이번에는 $m_1 = m_2$인 경우에 튐성충돌이 일어난 직후에 매개 물체의 속도가 어떻게 되는가를 보자. 이때 두 물체의 충돌은 정면충돌이 아니라고 생각한다.

이때 운동량보존법칙과 에네르기보존법칙은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_1' + \vec{v}_2', \quad v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$$

첫 식의 량쪽을 두제곱하면

$$v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 + 2\vec{v}_1' \cdot \vec{v}_2'$$

를 얻는다. 여기서 $\vec{v}_1' \cdot \vec{v}_2'$는 두 벡토르 $\vec{v}_1'$, $\vec{v}_2'$의 스칼라적이다. 이것을

우의 두번째 공식과 비교하면 $\vec{v}_1' \cdot \vec{v}_2' = 0$ 이라는 결론이 나온다. 이것은 $\vec{v}_1' \perp \vec{v}_2'$ 라는것을 의미한다. 즉 질량이 같은 두 물체가 부딪치는 경우에 처음에 한 물체가 멎어있었다면 충돌후에 두 물체가 날아가는 방향들사이의 각은 90° 이다.

참고로 튐성충돌의 경우에 물체들의 운동방향이 무엇에 의하여 결정되는가 하는 문제에 대하여 설명하겠다. 두 물체사이의 호상작용은 그것들이 서로 닿는 순간에만 일어나며 힘의 방향은 두 물체의 중심들을 련결하는 직선방향으로 향한다고 하자. 그리고 부딪치는 물체들이 구의 모양을 가진다고 하자. 그러면 그것들사이에 작용하는 힘은 두 구의 중심을 련결하는 직선우에 있게 된다. 그리하여 그 방향의 운동량성분은 변하지만 그 직선에 수직인 방향의 운동량성분은 변하지 않는다. 만일 m_2 이 처음에 멎어있었다면 충돌후에 m_2 은 충돌하는 순간에 두 구의 중심을 련결하는 직선의 방향으로 운동한다. 이때 운동량보존법칙과 에네르기보존법칙은 두 구를 련결하는 직선방향의 성분들과 그에 수직인 방향의 성분들에 대하여 따로따로 쓸수 있다. 여기서 구체적인 계산은 하지 않겠지만 이러한 표상에 기초하면 충돌후에 매개 립자가 운동하는 방향과 속도의 값을 구할수 있다는것을 강조한다.

제12절 비튐성충돌

비튐성충돌이라는것은 충돌과정에 력학적에네르기의 일부가 열로 넘어가며 따라서 력학적에네르기가 보존되지 않는 충돌이다. 그러나 이 경우에도 운동량은 보존된다. 비튐성충돌의 경우에도 충돌후에 매개 물체의 속도를 구하는것이 기본문제로 된다. 그러나 이 문제를 따지기 전에 먼저 비튐성충돌이 일어나는 몇가지 실례를 들어보자. 물체가 어떤 높이 h_0 에서 떨어져서 평면바닥에 부딪친 다음 h_1 만한 높이까지 올라가는 경우에 $h_1 < h_0$ 이면 그것은 물체와 바닥사이의 충돌이 비튐성충돌이라는것을 보여준다.

한 진흙덩어리에 다른 진흙덩어리를 던지면 두 진흙덩어리는 합쳐져 하나의 덩어리로 되는데 이런 충돌을 완전비튐성충돌이라고 부른다.

벽과 같이 충돌하기 전이나 충돌한 다음에도 움직이지 않는 물체와의 비튐성충돌에 대하여 보자. 이때 벽면은 평면이라고 보겠다. 그리고 벽면에 수직인 방향의 속도성분을 $v_\perp$ 이라고 표시하고 벽면에 대한 접선방향의 속도성분을 $v_\parallel$ 이라고 표시하자. 충돌후의 속도를 $\vec{v}'$ 라고 하면

$$v_\parallel' = v_\parallel, \quad v_\perp' = -ev_\perp$$

의 관계가 있다. 여기서 e를 물체와 벽사이의 충돌결수라고 부른다.

e=1이면 튐성충돌이고 e=0이면 완전비튐성충돌이며 일반적으로 비튐성충돌의 경우에 e는 0과 1사이의 값을 가진다.

문제와 풀이

1. 질량이 5kg인 물체가 경사각이 30°인 경사면을 따라 4m 미끄러져내려갔다. 미끄럼마찰곁수가 0.2라면

ㄱ) 중력이 하는 일은 얼마인가?

ㄴ) 맞선힘이 하는 일은 얼마인가?

ㄷ) 마찰력이 하는 일은 얼마인가?

풀이. ㄱ) 경사면방향의 중력성분은 mgsin30°=mg/2이고 ℓ=4m 내려갔으므로 중력이 한 일은 5×9.8×4/2=98(J)이다.

ㄴ) 맞선힘은 운동방향에 수직이므로 그것이 하는 일은 0J이다.

ㄷ) 마찰력은 μmgcosα이므로 그것이 하는 일은

$$0.2\times5\times9.8\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=33.978J \text{ 이다.}$$

답. ㄱ) 98J, ㄴ) 0J, ㄷ) 33.978J

2. 수평면과 각을 지어 던진 물체가 포물선을 그리면서 날아가고 있다.

아래의 문장가운데서 옳은 문장을 찾아내여라.

ㄱ) 물체가 일을 한다.

ㄴ) 중력이 일을 한다.

ㄷ) 공기의 저항힘이 일을 한다.

ㄹ) 사람이 일을 한다.

답. 일은 작용한 힘에 그 방향으로 이동한 거리를 곱한것과 같다.

따라서 ㄴ), ㄷ)가 옳고 ㄱ), ㄹ)는 틀린다.

3. 기중기가 4t짜리 건설부재를 18m높이에 끌어올린다.

처음 1.5초동안은 등가속으로, 그다음 9.2초동안은 등속으로 끌어올렸다. 끌어올리는 속도, 힘 및 일능률과 시간사이의 관계를 그라프로 그리고 부재를 올리면서 수행한 일을 구하여라.

풀이. 속도를 v, 힘을 F, 일능률을 N으로 표시하면 N=F·v이므로 그라프는 그림 8-13과 같다. 이제

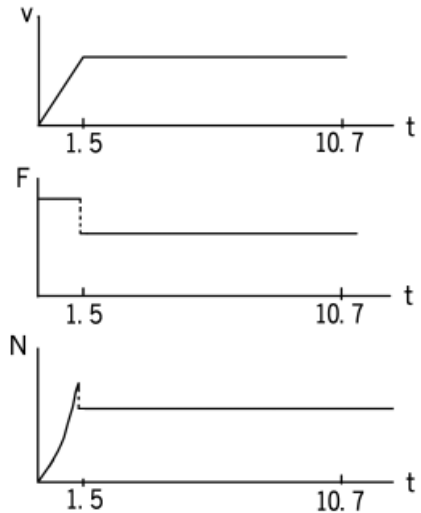



그림 8-13. 운동그라프

$t_1 = 1.5s$, $t_2 = 9.2s$ 라고 하면

$$\frac{a}{2}t_1^{\ 2} + vt_2 = h = 18(m)$$

인데 여기서 $v = at_1$이다.

이로부터 a＝1.206㎨ 이다. 부재를 끌어올린 일 A는 다음과 같다.

$$A = m\left(g + a\right)\cdot\frac{at_1^{\ 2}}{2} + mgvt_2 = mgh + \frac{m}{2}\left(at_1\right)^2 = 712.15\times10^3 J$$

답. 약 712kJ

4. 자동차의 끄는 힘이 3kN이고 가속도가 0.2㎨이다. 자동차가 달리기 시작하여 5초동안에 수행한 일을 구하여라.

풀이.

$$A = FS = F\cdot\frac{1}{2}at^2 = 7\ \ 500J$$

답. 7 500J

5. 바다가의 바위우에서 200g의 돌을 수평으로 던진다. 30N의 힘을 0.2초동안 주었더니 돌은 50m 날아가서 물에 떨어졌다. 돌을 던질 때의 평균일능률을 구하여라.

풀이. 힘을 주는 동안에 돌의 가속도를 a라고 하면 $ma = F$ 로부터 a＝150㎨이 얻어진다. 돌을 던지는 순간에 돌의 속도는 $v_0 = at = 30$ ㎧ 이고 돌의 운동에네르기는 $\frac{1}{2}mv_0^{\ 2}$ 이다. 이것이 돌을 던지면서 수행한 일 A와 같으므로 평균일능률은

$$N = \frac{A}{t} = \frac{1}{2}ma^2t = 450W$$

답. 약 450W

6. 수평거리 100m마다 5m씩 높아지는 언덕길을 자동차가 일정한 일능률로 올라갈 때와 내려갈 때 속도는 각각 5㎧, 15㎧이다. 자동차가 같은 일능률로 수평길을 달린다면 자동차의 속도는 얼마이겠는가?

풀이. 올라갈 때 자동차에 작용하는 힘은 $F_1 = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha$ 이며 자동차는 그만한 견인력을 내야 하므로 자동차의 일능률은 $N = F_1\cdot v_1$이다. 여기서 $\tan\alpha$＝1/20이다. 내려갈 때 견인력은 $F_2 = -mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha$ 이므로 $N_2 = F_2\cdot v_2$ 이다. 이것들이 같으므로

$$\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)v_1 = \left(-\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)v_2$$

이라야 하며 $v_2 = 3v_1$이므로 이로부터 μ＝2$\tan\alpha$＝0.1을 얻는다. 수

평길을 달릴 때의 일능률은 μmgv와 같으며 이것이 $F_1 v_1$와 같아야 하므로

$$v = \frac{1}{\mu}(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)v_1 = 7.5\,㎧$$

이다.

답. 7.5㎧

7. 권양기를 써서 수평면과 30°를 이룬 경사면을 따라 질량이 500㎏인 밀차를 일정한 속도 18㎞/h로 끌어올리고있다. 마찰결수가 0.02라면 권양기의 일능률은 얼마인가?

풀이. $N = mg(\sin 30^\circ + \mu\cos 30^\circ)\cdot v$에 v=5㎧를 넣으면

N=12 674W

를 얻는다.

답. 12.674㎾

8. 비행기가 활주로에서 1 000m의 거리를 지난 후 리륙할 때의 속도가 250㎧이다. 비행기의 질량이 1t이고 땅과 바퀴사이의 마찰결수가 0.2라면 활주로를 달릴 때 비행기의 평균일능률은 얼마인가? 공기의 저항은 무시한다.

풀이. 가속도를 a, 활주로를 따라 지나가는 시간을 t, 속도를 v=250㎧, 거리를 S=1 000m라고 하면 $at = v$, $S = \frac{1}{2}at^2$으로부터 t=8s이고 a=250/8(㎨)이다. 견인력은 $F = ma + \mu mg$이고 평균속도는 S/t이므로

$$N = m(a + \mu g)\cdot\frac{a}{2}t = 4.151\times10^6 W$$

이다.

답. 4.151×10^6 W=4.151MW

9. 500㎧의 속도로 나무에 맞은 총알이 25㎝깊이에 박혔다. 이 총알이 두께가 9㎝인 나무판을 뚫고나갔다면 속도는 얼마로 되겠는가? 총알에 대한 나무의 저항은 일정하다.

풀이. v_0=500㎧, $S_1 = 0.25m$, $S_2 = 0.09m$라고 하고 총알의 질량을 m, 구하려는 속도를 v라고 하면

$$\frac{mv_0^2}{2} = F_저 \cdot S_1,\quad \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + F_저 \cdot S_2$$

이다. 첫 식에서 $F_저$를 구하여 둘째 식에 넣으면

$$v_0{}^2 = v^2 + \frac{S_2}{S_1} v_0{}^2$$

을 얻으며 이로부터 $v = 0.8 v_0 = 400$ ㎧를 얻는다.

답. 400㎧

10. 길이가 1m이고 추의 질량이 200g인 흔들이가 드림선과 30°의 각을 이루고 원뿔면을 그리면서 돌아갈 때 추의 운동에네르기는 얼마인가?

풀이. 관성원심력 mv^2/R과 중력 mg의 비는 $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$과 같다. 이로부터 운동에네르기는 다음과 같다.

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2\sqrt{3}} gR \frac{m}{4\sqrt{3}} gl = 0.283J$$

답. 0. 283J

11. 질량이 2. 5t인 정지위성의 운동에네르기를 구하여라. 지구의 질량은 6. 0×10²⁴kg, 만유인력상수는 6. 67×10⁻¹¹N・㎡/kg² 이다.

풀이. 정지위성은 원을 따라 돌아가므로 관성원심력과 지구중력이 같다. 이로부터 다음의 공식을 얻는다.

$$\frac{mv^2}{R} = G\frac{mM}{R^2}$$

그런데 정지위성의 주기는 $T = 24 \times 3\ 600s = 8.64 \times 10^4 s$ 이고 $v = \frac{2\pi R}{T}$ 이므로

$$R^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

으로 된다. 이것을 고려하면 정지위성의 운동에네르기는 다음과 같다.

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}\left(\frac{2\pi GM}{T}\right)^{\frac{2}{3}} = 1.18 \times 10^{10} J$$

답. 약 1. 18×10¹⁰J

12. 스케트를 탄 사람이 얼음우로 달리다가 어떤 순간부터 발을 놀리지 않고 관성에 의하여 60m의 거리를 25s동안에 가서 멎었다. 사람의 질량이 50㎏이고 마찰력이 일정하다면 스케트날과 얼음판사이의 마찰결수는 얼마인가?

풀이. 가속도를 a라고 하고 마찰결수를 μ, 질량을 m이라고 하면 $ma = -\mu mg$ 이므로 $a = -\mu g$ 이다. $a < 0$이라는것은 등감속운동이라는 것을 보여준다. t=25s, S=60m라고 하면

$$S = v_0 t = \frac{1}{2}at^2, \quad v_0 + at = 0,$$

$$S = \frac{1}{2}v_0 t = \frac{v_0^{\ 2}}{2\mu g}, \quad v_0 = \frac{2S}{t} = 4.8 \ \text{m/s}$$

$$\mu = \frac{v_0^{\ 2}}{2gS} = 0.019\ 6$$

답. 약 0.02

13. 물뽐프로 깊이가 5m인 우물의 물을 8층에 있는 탕크에 퍼올린다. 뽐프의 효률이 60%이라면 1분동안에 5㎥의 물을 퍼올리는 뽐프의 일능률은 얼마인가? 집 한층의 높이는 2.7m이다.

풀이. 8층까지 올리자면 7×2.7m=18.9m만큼 물을 퍼올려야 한다.

우물의 깊이가 5m이므로 h=23.9m만한 높이까지 5×10^3㎏의 물을 60s동안에 퍼올려야 하므로 여기에 필요한 일은 mgh이고 일능률은 mgh/t이다. 효률이 0.6이므로 뽐프의 일능률은 다음과 같다.

$$N = \frac{5\times10^3\times9.8\times23.9}{0.6\times60} = 32\ \ 530W$$

답. 32.53kW

14. 200m깊이에 있는 수직갱에서부터 1.5t짜리 짐을 권양기로 끌어올린다. 권양기의 쇠바줄 1m의 질량은 2.5㎏이다. 권양기가 첫 순간에 끄는 힘과 마지막순간에 끄는 힘 및 전체 일을 구하여라.

풀이. 첫 순간에 끄는 힘은

$$F_1 = 1.5\times10^3\times9.8 + 200\times2.5\times9.8 = 19\ \ 600N$$

이고 마지막순간에 끄는 힘은

$$F_2 = 1.5\times10^3\times9.8 = 14\ \ 700N$$

이다. 평균힘은 $F = \left(F_1 + F_2\right)/2$이며 전체 일은 $A = F\times200m = 3\ \ 430kJ$이다.

답. 19 600N, 14 700N, 3 430kJ

15. 질량이 5㎏인 물체가 땅으로부터 30m높이에서 자유락하한다.

ㄱ) 2s후 이 물체의 운동에네르기와 자리에네르기는 각각 얼마인가?

ㄴ) 운동에네르기와 자리에네르기가 같아지는 높이와 시간은 얼마인가?

풀이. 여기서 자리에네르기는 땅에서 령이라고 보고있다. t=0인 순

간에 물체의 자리에네르기는 mgh=1 470J이다.

ㄱ) t_1=2s동안에 내려온 높이는 $4.9t_1^2 = 19.6m$이며 속도는 9.8t_1= 19.6(㎧)이므로 다음과 같이 구한다.

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = 960.4J,\ U = 1\ 470 - 960.4 = 509.6(J)$$

ㄴ) K=U로 되면 U=735J이므로 높이는 15m이다. 15m만큼 내려오는데 걸리는 시간을 t라고 하면 다음과 같다.

$$4.9t^2 = 15,\ t = \sqrt{\frac{15}{4.9}} = 1.75(s)$$

답. ㄱ) 960.4J, 509.6J, ㄴ) 15m, 1.75s

16. 수평면과 60°의 각으로 질량이 200g인 공을 처음속도 15㎧로 던졌다. 공기의 저항을 무시하고 던진 후 1s가 되는 순간에 공의 운동에네르기와 자리에네르기를 구하여라.

풀이. $x = 7.5t$, $v_x = 7.5$㎧, $y = 7.5\cdot\sqrt{3}t - 4.9t^2$, $v_y = 7.5\sqrt{3} - 9.8t$ 이므로

$$K = \frac{0.2}{2}\times\left[7.5^2 + (7.5\times1.732 - 9.8)^2\right] = 6.642\ 6(J)$$

$$U = 7.5\times1.732 - 4.9 = 15.856\ 4(J)$$

답. 6.64J, 15.86J

17. 웃끝을 고정한 용수철에 질량이 500g, 1㎏인 추를 달았을 때 용수철의 길이는 각각 20㎝, 25㎝이다. 용수철을 18㎝로부터 28㎝까지 늘이려면 얼마만한 일을 하여야 하는가?

풀이. 짐을 매달지 않았을 때 용수철의 길이를 ℓ_0이라고 하면

$$0.5\times9.8 = k(0.2 - \ell_0),$$
$$1\times9.8 = k(0.25 - \ell_0)$$

이며 이로부터 $\ell_0 = 0.15m = 15$ ㎝이고 k=98N/m이다. $x_1 = 0.03m$, $x_2 = 0.13m$라고 하면 구하려는 일은 다음과 같다.

$$A = \frac{k}{2}(x_2^2 - x_1^2) = 0.778J$$

답. 0.778J

18. 질량이 400g인 추를 단 고무줄을 쥔 사람이 0.5s^{-1}의 회전수로

돌아가는 원판우에 있다. 고무줄의 튐성결수는 10N/m이고 회전축으로부터 추까지의 거리는 x=3.5m이다. 고무줄의 튐성에네르기를 구하여라. (그림 8−14)

풀이. $\omega=2\pi\times0.5s^{-1}=\pi s^{-1}$이고 관성원심력은 $F_{원}=m\omega^2 x$이며 중력은 $F_{중}$=mg이다. 합력의 방향은 고무줄의 방향과 같고 합력의 크기 F는 다음과 같다.

$$F=\sqrt{F_{원}^2+F_{중}^2}=m\sqrt{\omega^4 x^2+g^2}$$

고무줄이 늘어난 길이를 $\Delta\ell$이라고 하면 $F=k\Delta\ell$이고 고무줄의 튐성에네르기 U는 다음과 같다.

$$U=\frac{k}{2}(\Delta\ell)^2=\frac{m^2}{2k}(\omega^4x^2+g^2)$$

그림 8−14. 고무줄의 튐성에네르기

값을 구하면 U=10.3J이다.

답. 10.3J

19. 웃끝을 고정한 용수철에 질량이 m인 추를 달면 $\Delta\ell$만큼 용수철이 늘어난다. 이때의 추의 자리를 기준으로 하고 추를 x만큼 아래로 더 당겼을 때 튐성에네르기와 중력의 자리에네르기의 합을 구하여라.

풀이. 용수철이 늘어난 전체 길이는 $\Delta\ell+x$이다. 그리고 중력의 자리에네르기는 mgx만큼 줄어들었다. 그러므로 구하려는 값은 다음과 같다.

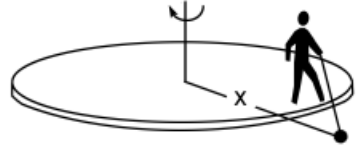
$$U=\frac{k}{2}\left(\Delta\ell+x\right)^2-\frac{k}{2}\left(\Delta\ell\right)^2-mgx$$

그런데 용수철이 $\Delta\ell$만큼 늘어났을 때 $k\Delta\ell=mg$이므로 U는 다음과 같이 된다.

$$U=\frac{k}{2}x^2=\frac{mgx^2}{2\Delta\ell}$$

답. $mgx^2/\left(2\cdot\Delta\ell\right)$

20. 웃끝을 고정시킨 용수철의 아래끝에 어떤 물체를 매달아 용수철이 드림선방향으로 드리우게 하였다. 물체를 아래로 당겨 용수철이 더 늘어나게 한 다음 그것을 가만히 놓아주어 흔들리게 하였다. 평형자리를 지나가는 순간에 물체의 속도가 v_0=6㎧이라면 물체가 최대변위의 가운데점을 지나가는 순간의 속도 v는 얼마인가? 공기의 저항은 무시한다.

풀이. 물체의 질량을 m, 처음에 늘어난 길이를 $\Delta\ell$, 더 늘어난 길

이를 x라고 하면 k△ℓ=mg이다. 에네르기보존법칙은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{mv_0^{\ 2}}{2}+\frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2=\frac{1}{2}(\Delta\ell+x)^2-mgx$$

이로부터 $kx^2=mv_0^2$을 얻는다. 변위가 $x/2$인 점에서 에네르기보존법칙은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{k}{2}\left(\Delta\ell+\frac{x}{2}\right)^2-mg\times\frac{x}{2}=\frac{mv_0^2}{2}+\frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2$$

이로부터 $kx^2=mv_0^2$, k△ℓ=mg라는것을 고려하면 v는 다음과 같이 된다.

$$v^2=\frac{3}{4}v_0^2,\ \ v=\frac{\sqrt{3}}{2}v_0=5.196\ ㎧$$

답. 5. 196㎧

21. 길이가 ℓ인 흔들이가 드리워져있을 때 추를 수평방향으로 쳐서 어떤 속도를 주면 추가 드림평면에서 돌아가겠는가?

풀이. 꼭두점에서의 선속도를 v라고 하면 에네르기보존법칙에 의하여

$$\frac{1}{2}mv_0^2=2mg\ell+\frac{1}{2}mv^2$$

으로 된다. 추가 아래로 떨어지지 않게 하자면 원심력이 중력보다 작지 말아야 하므로

$$\frac{mv^2}{R}\geqq \mathrm{mg},\ \ v^2\geqq \mathrm{gR}$$

로 되여야 하는데 여기서 R=ℓ이다.

그러므로 다음과 같아야 한다.

$$v_0^{\ 2}\geqq 5\mathrm{g}\ell,\ \ v_0\geqq\sqrt{5gR}$$

답. $v_0\geqq\sqrt{5gR}$

22. 양수기가 1min동안에 50㎥의 물을 8m높이에 퍼올린다.

관의 웃끝에서 물이 1㎧의 속도로 흘러나간다면 양수기의 일능률(유효일능률)은 얼마인가?

풀이. t=60s동안에 한 일은

$$A = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = 394\ \ 500J$$

이다. 이것을 t로 나누면 일능률은 다음과 같다.

$$N = \frac{394\ 500}{60}W = 65.75kW$$

답. 65. 75kW

23. 경사길로 내려온 구가 원을 따라 돌아간다. 마찰을 무시하고 다음의 물음에 대답하여라. (그림 8−15)

ㄱ) H=2r인 높이에서 내려온 구는 원을 따라 돌아가다가 어떤 높이에서 원으로부터 벗어나겠는가?

ㄴ) 구가 원을 따라 완전히 돌아가게 하자면 어떤 높이에서 내려오게 해야 하는가?

그림 8−15. 구의 운동

ㄷ) 구가 원을 따라 돌 때 A, B점에서 원둘레를 누르는 힘은 얼마인가?

풀이. ㄱ) 에네르기보존법칙에 의하여 h만한 높이에서의 속도를 v라고 하면

$$mgH = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

로 된다. 거기에서 구가 아래로 떨어지지 않자면 원심력이 중력의 법선성분보다 커야 한다.

$$\frac{mv^2}{r} \geqq mg\cos\alpha$$

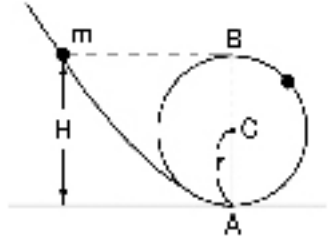
한편 그림 8−16으로부터 $\cos\alpha = (h-r)/r$이다. 그러므로

$$v^2 \geqq g(h-r)$$

이라야 한다. 즉

$$H \geqq \frac{1}{2}(h-r) + h = \frac{3}{2}h - \frac{r}{2}$$

이라야 한다. H=2r이므로 이로부터

$$h \leqq \frac{5}{3}r$$

라는 결론이 나온다.

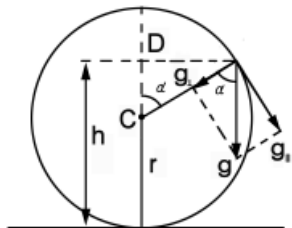



그림 8−16. 구에 작용하는 힘

ㄴ) 앞의 방정식에서 h=2r라고 하면 $H=\frac{5}{2}r$를 얻는다.

ㄷ) H=2.5r인 경우에 A점을 누르는 힘은 중력과 원심력의 합과 같다.

$$F_A = mg + \frac{mv^2}{r} = mg + \frac{2}{r}\frac{mv^2}{2}$$

에네르기보존법칙에 의하여

$$\frac{mv^2}{2} = mgH = \frac{5mg}{2}\cdot r$$

이므로 F_A≧6mg이다. B에서는 F_B≧0이라야 한다.

답. ㄱ) $\frac{5}{3}r$, ㄴ) $\frac{5}{2}r$, ㄷ) F_A≧6mg, F_B≧0

24. 그림 8-17과 같이 도르래에 걸쳐놓은 줄의 두끝에 추들이 달려있고 추 B의 질량은 A의 질량의 1.5배이다. B가 1.2m의 높이에서부터 내려온다면 추 A는 어떤 높이까지 올라가겠는가? 마찰과 도르래의 질량은 무시한다.

그림 8-17. 추 A의 운동

풀이. 추 B가 내려오는 가속도를 a, 줄에 걸리는 장력을 T라고 하면

$$m_B a = m_B g - T,\ \ m_A a = T - m_A g$$ 이며 이로부터

$$a = \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} g = \frac{g}{5}$$

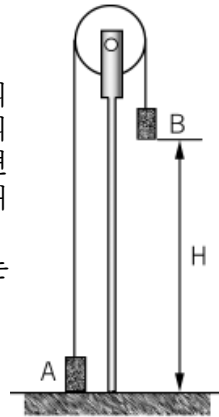
이다. B가 H만한 거리를 내려오는데 걸리는 시간을 t_1라고 하면

$$\frac{at_1^{\ 2}}{2} = H,\ \ v = at_1 = \sqrt{\frac{2gH}{5}}$$

이다. 이 v가 A가 H만큼 올라간 순간의 속도이다. 그것을 v_0이라고 하면 추 A가 최대높이까지 올라가는데 걸리는 시간을 t라고 할 때

$$S = v_0 t - \frac{g}{2}t^2,\ \ v = v_0 - gt = 0$$

이다. 이로부터

$$S = \frac{v_0^{\ 2}}{2g} = \frac{1}{5}H = 0.2H$$

이다. A가 올라간 높이는 1.2H=1.44m이다.

답. 1.44m

25. 길이가 ℓ인 흔들이의 실이 수평상태로 되게 하였다가 놓아주어 흔들이가 평형자리를 지나는 순간에 실의 웃끝으로부터 ℓ/3되는 자리가 못 C에 걸리게 하면 추는 C로부터 어떤 높이까지 올라가겠는가? (그림 8-18)

풀이. 그림에서 보여준것처럼 추가 C로부터 올라간 높이는 h+△h와 같다. 여기서 B점에서 추가 원자리길로부터 리탈된다.

먼저 h는 다음과 같이 구할수 있다. 에네르기보존법칙으로부터 다음과 같이 쓸수 있다.

$$mg\ell = mg\left(\frac{2}{3}\ell + h\right) + \frac{m}{2}v^2$$

∠ACB=α로 표시하면 B에서

$$\frac{v^2}{r} = g\cos\alpha \left(r = \frac{2}{3}\ell\right)$$

이며 이것을 고려하면

$$\frac{\ell}{3}\cos\alpha + \frac{2}{3}\ell + h = \ell,$$

$$h = \frac{1}{3}\ell - \frac{\ell}{3}\cos\alpha$$

를 얻는다. 그런데 $r\cos\alpha = h$이므로

$$h = \frac{1}{3}\ell - \frac{1}{2}h,$$

$$h = \frac{2}{9}\ell$$

로 된다. B에서 v의 값을 v_0으로 표시하면 그것은 다음과 같다.

$$v_0{}^2 = rg\cos\alpha = \frac{2}{3}\ell g \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}g\ell$$

여기서 $\cos\alpha = \frac{1}{3}$이라는것을 고려하였다. 이것은

$$h = \frac{2}{3}\ell\cos\alpha = \frac{2}{9}\ell$$

이라는데로부터 알수 있다.

다음으로 △h를 구하자. B점을 자리표원점으로 잡고 왼쪽방향을

x축, 우로 향하는 방향을 y축으로 취하면

$$v_{x0} = v_0 \cos\alpha, \quad v_{y0} = v_0 \sin\alpha,$$

$$x = v_0 t \cos\alpha,$$

$$y = v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2,$$

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt$$

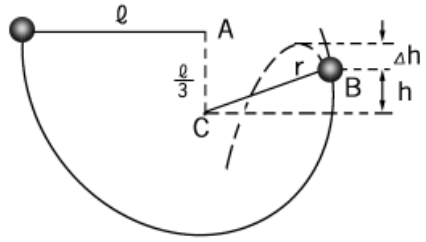



그림 8-18. 추의 운동

로 된다. 최고점에서 v_y =0이므로

$$t = v_0 \sin\alpha / g$$

$$\Delta h = y = \frac{1}{2g} {v_0}^2 \sin^2\alpha$$

로 된다. 여기에 ${v_0}^2 = {2g\ell}/{9}$, $\sin^2\alpha = 8/9$ 을 넣으면 △h=8ℓ/81이며

$$h + \Delta h = \left(\frac{2}{9} + \frac{8}{81}\right)\ell = \frac{26}{81}\ell$$

로 된다.

답. 26ℓ/81≈0. 321ℓ

26. 경사각이 30°인 경사면우에 질량이 2㎏인 물체를 놓고 경사면을 따라 우로 50N의 힘으로 0. 1s동안 밀어주면 물체는 어떤 높이까지 올라가겠는가? 경사면과 물체사이의 마찰결수는 0. 1이다.

풀이. 물체의 가속도를 a라고 하면

$$ma_1 = F - \frac{mg}{2}(1 + \sqrt{3}\mu)$$

이며 이로부터 a =19. 25㎨이다. 올라간 높이 S_1는 다음과 같다.

$$S_1 = \frac{a_1}{2} {t_1}^2 = 0.096m$$

힘을 주지 않는 상태에서도 물체는 일정한 시간동안 우로 올라간다. 이때 처음속도는 $v_0 = a_1 t_1 = 1.925$㎧이고 가속도는 $a_2 = -g(1 + \sqrt{3}\mu)/2$㎨이다.

$$v = v_0 + a_2 t_2$$

$$S_2 = v_0 t_2 + \frac{1}{2} a_2 {t_2}^2$$

에서 v =0으로 놓으면

$$S_2 = \frac{v_0^{\ 2}}{(1+\sqrt{3}\mu)g} = 0.322m$$

이며 따라서 $S_1 + S_2$ =0.418m이다.

답. 0.418m

27. 도르래에 걸쳐있는 줄의 두끝에 질량이 같은 물체 A, B가 달려있다. 물체 A는 경사각의 탕겐스가 3/4인 경사면우에 있고 B는 땅으로부터 2m높이에 있다. (그림 8－19)

ㄱ) 경사면과 물체 A사이의 마찰결수 μ가 어떤 값을 가질 때 물체들이 움직이겠는가?

ㄴ) μ=0이면 물체 A는 어떤 높이까지 올라가겠는가?

ㄷ) μ=0.2이면 물체 A가 어떤 높이까지 올라가겠는가?

풀이. ㄱ) $\sin\alpha$=3/5, $\cos\alpha$=4/5이다. 마찰력은 $\mu \cdot mg\cos\alpha$이고 경사면 아래방향으로 작용하는 중력은 $mg\sin\alpha$이다. 이것들의 합이 B의 중력 mg와 같게 될 때 물체는 움직이기 시작한다. 그러므로 물체들이 움직이자면

$$\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\mu \leqq 1, \quad \mu \leqq 0.5$$

이라야 한다.

ㄴ) B가 땅에 닿기 전까지는 가속도가

$$2ma = \left(1-\frac{3}{5}\right)mg = \frac{2}{5}mg$$

로부터 결정되며 $a = g/5 = 1.96$ ㎨이다. $at_1^{\ 2}/2 = 2(m)$로부터 $t_1 = 1.43s$ 이고

$$v_1 = at_1 = 2.8 \text{ ㎧이다.}$$

그 다음은 가속도가 $a_2 = -3g/5$ ㎨이며 멎을 때까지 가는 시간은

$v_1 - \frac{3}{5}gt_2 = 0$ 으로부터 $t_2 = \frac{5v_1}{3g}$ 이고 그 사이에 올라간 거리는

$$S_2 = \frac{v_1^{\ 2}}{2|a_2|} = \frac{2}{3}(m)$$

이다. 따라서 경사면을 따라 올라간 거리는 $2+\frac{2}{3}=\frac{8}{3}(m)$ 이다.

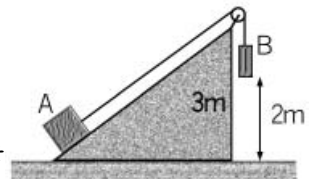



그림 8－19. 두 물체의 운동

여기에 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$을 곱하면 A가 올라간 높이는 8/5=1.6(m)이다.

ㄷ) 마찰결수가 μ인 경우에는 물체 B가 땅에 닿는 순간을 t_1라고 하면

$$\frac{1}{2}at_1^{\ 2}=H \quad (H=2m)$$

$$2ma=mg\left(1-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}\mu\right)$$

$$a=\frac{1-2\mu}{5}g$$

이다. 이로부터

$$t_1=\sqrt{\frac{2H}{a}}=\sqrt{\frac{10H}{(1-2\mu)g}}$$

$$v_1=at_1=\sqrt{2aH}=\sqrt{\frac{2-4\mu}{5}Hg}$$

다음은 가속도가

$$|a_2|=(\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\mu)g$$

와 같은 절대값을 가지는 등감속운동이며 이때 v_1는 처음속도이다. 물체 A가 멎을 때까지 올라간 거리는

$$S_2=\frac{v_1^{\ 2}}{2|a_2|}=\frac{1-2\mu}{3+4\mu}H$$

이다. 그러므로 A가 올라간 전체 거리는

$$H+S_2=\frac{4+2\mu}{3+4\mu}H$$

와 같고 올라간 높이는

$$h=\frac{3}{5}\cdot\frac{4+2\mu}{3+4\mu}H$$

와 같다. μ＝0.2, H＝2m이면 h＝1.39m를 얻는다.

답. ㄱ) μ＜0.5 ㄴ) 1.6m ㄷ) 1.39m

28. 경사각이 30°인 경사면을 따라 어떤 물체를 올려보낸다. 첫 순간의 속도가 15㎧이고 마찰결수가 0.1이라면 물체는 얼마만한 거리에

서 몇초후에 멎겠는가?

풀이. 아래방향으로 향하는 가속도가

$$a = g\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times 0.1\right)$$

이므로 멎을 때까지 운동하는 시간 t는 다음과 같다.

$$t = \frac{v_0}{a} = 2.61(s)$$

멎을 때까지 올라간 거리는 다음과 같다.

$$S = \frac{v_0}{2}t = 19.6m$$

답. 19.6m, 2.61s

29. 질량이 M인 렬차와 질량이 m인 자동차가 같은 속도 v로 수평길을 따라 같은 방향으로 운동한다. 어떤 순간에 렬차와 자동차가 동시에 발동을 끈다면 마찰때문에 등감속운동을 한다. 만일 마찰곁수가 같다면 어느것이 더 멀리 가겠는가?

답. 마찰력은 질량에 비례하므로 마찰력에 의한 감속도는 질량에 관계되지 않는다. 처음속도도 같으면 같은 거리에 가서 멎는다.

30. 질량이 m인 추를 매단 길이가 ℓ인 흔들이가 있다. 흔들이를 수평으로 되게 하였다가 가만히 놓았을 때 실이 수평면과 각 θ만큼 기울어진 자리에서의 추의 속도, 가속도 및 실의 장력을 구하여라.

풀이. 그림 8-20에 흔들이를 보여주었다.

에네르기보존법칙으로부터

$$mg\ell = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

인데 $\ell - h = \ell \cdot \sin\theta$이므로 $v^2 = 2g\ell\sin\theta$이다. 접선가속도는 $a_t = g\cos\theta$이고 법선가속도는 향심가속도와 같으므로 $a_n = v^2/\ell = 2g\sin\theta$이다. 가속도의 크기는

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = g\sqrt{1 + 3\sin^2\theta}$$

이다. 실의 장력은

$$T = mg\sin\theta + \frac{mv^2}{\ell} = 3mg\sin\theta$$

와 같다.

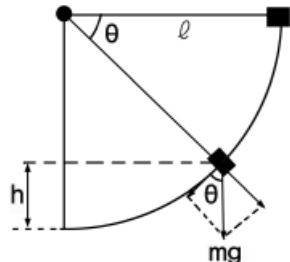



그림 8-20. 흔들이

답. $v=\sqrt{2g\ell\sin\theta}$, $a=g\sqrt{1+3\sin^2\theta}$, $T=3mg\sin\theta$

31. 드림선방향으로 비가 세게 내리는 속으로 속도 v_0으로 뻐스가 수평으로 달린다. 비방울의 질량은 m이고 단위체적속에 있는 비방울의 수는 n이라면 유리가 받는 압력은 얼마인가? 유리에 맞는 비방울은 튀여나지 않고 흘러내린다.

풀이. 면적이 S인 유리와 △t시간동안에 부딪치는 물방울의 수는 nS v_0△t이다. 한 물방울의 운동량은 mv_0과 같은데 그것이 그대로 유리에 전달된다. 그러므로 △t시간동안에 유리가 받는 운동량은 △p=nm v_0^2S△t이다. 뉴톤의 운동방정식 △P/△t=F에 의하여 유리가 받는 힘은 F=nmv_0^2S이며 단위면적이 받는 힘 즉 압력은 P=nmv_0^2과 같다.

답. P=nmv_0^2

32. 1㎏짜리 진흙덩이를 실로 천정에 매달았다. 여기에 500g짜리 진흙덩이를 던졌더니 둘이 붙어서 3㎧의 속도로 움직였다. 던진 진흙덩이의 속도는 얼마인가?

풀이. 이것은 완전비탄성충돌에 대한 문제이다. 비탄성충돌에서도 운동량은 보존된다. m_1=0.5㎏, m=1㎏, v=3㎧라고 하고 던진 진흙덩이의 속도를 v_1라고 하면 다음과 같다.

$$m_1v_1=(m+m_1)v,\quad v_1=\frac{m+m_1}{m_1}v=9\ \text{㎧}$$

답. 9㎧

33. 질량이 M인 총에서 질량이 m인 탄알을 쏘았더니 탄알의 처음속도가 v였다. 이때 화약이 낸 에네르기는 얼마인가? 폭발할 때 생긴 에네르기는 모두 총과 탄알의 운동에네르기로 넘어간다고 보아라.

풀이. 총이 뒤로 운동하는 속도를 V라고 하면 MV=mv이고 전체 운동에네르기는 다음과 같다. 즉 화약이 낸 에네르기는 이것과 같다.

$$E=\frac{1}{2}\left(MV^2+mv^2\right)=\frac{1}{2}\frac{m(M+m)}{M}v^2$$

답. $E=\frac{m}{2M}(M+m)v^2$

34. 질량이 M인 포에서 질량이 m인 포탄을 수평방향으로 쏜다. 포가 자유롭게 뒤로 물러날수 있게 한 경우와 포를 고정한 경우에 포탄의 처음속도의 비는 얼마인가?

풀이. 첫 경우에 포가 뒤로 밀려나는 속도를 V라고 하면 MV=m$v_{자}$이고 화약이 낸 에네르기는

$$E=\frac{m}{2M}(M+m)v_{자}^2$$

과 같다. 둘째 경우에는

$$E=\frac{m}{2}v_{고}^2$$

이다. 두 경우에 E는 같으므로 비는 다음과 같다.

$$\frac{v_{자}}{v_{고}}=\sqrt{\frac{M}{M+m}}$$

답. $\frac{v_{자}}{v_{고}}=\sqrt{\frac{M}{M+m}}$

35. 질량이 M인 그릇이 수평방향으로 V의 속도로 운동하고있다. 매끈한 아낙면의 가장 낮은 곳에 질량이 m인 물체를 가만히 놓으면 그릇의 아낙면을 따라 물체가 얼마나 올라가겠는가?

풀이. 처음에 물체의 에네르기는 MV²/2과 같다. 질량이 m인 물체를 놓은 다음의 속도를 v라고 하면 (M+m)v=MV이라야 하므로

$$v=\frac{M}{M+m}\cdot V$$

이다. 질량이 m인 물체가 h만큼 올라가서 멎는다면 그 순간에 에네르기는

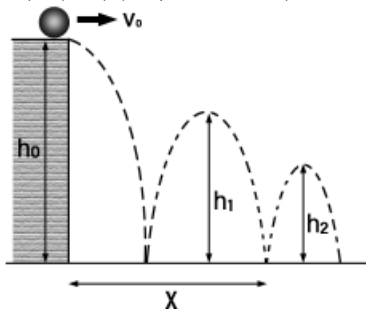
$$E=\frac{M+m}{2}\cdot v^2+mgh=\frac{M^2V^2}{2(M+m)}+mgh$$

인데 이것은 MV²/2과 같아야 한다. 이로부터 다음식을 얻는다.

$$h=\frac{MV^2}{2(M+m)g}$$

답. $h=\frac{MV^2}{2(M+m)g}$

그림 8-21

36. 그림 8-21에서와 같이 h_0만한 높이에서 수평방향으로 v_0의 속도로 구를 던졌다. 구는 미끄러운 수평바닥과 여러번 부딪치면서 튀여난다.

ㄱ) 첫 충돌후 구가 올라가는 최고높이가 h_1이라면 충돌결수 e는 얼

마인가?

ㄴ) 두번째 충돌후 구가 올라가는 최고높이 h_2을 e와 h_0을 통하여 표시하라.

ㄷ) 두번째 충돌할 때까지 구가 수평방향으로 움직여간 거리 x를 구하여라.

풀이. ㄱ) 첫 충돌이 일어나기 직전에 수직방향의 속도를 $v_\perp$라고 하고 충돌직후의 수직방향의 속도를 v_1라고 하면

$$\frac{m{v_\perp}^2}{2}=mgh_0, \quad v_\perp \approx \sqrt{2gh_0}$$

이다. 그리고 $e=v_1/v_\perp$이다. 한편

$$\frac{m{v_1}^2}{2}=mgh_1, \quad v_1=\sqrt{2gh_1}$$

이므로 e는 다음과 같다.

$$e=\sqrt{\frac{h_1}{h_0}}$$

ㄴ) 같은 방법으로 $e=\sqrt{h_2/h_1}$이므로 $h_2=e^4h_0$을 얻는다.

ㄷ) 첫 충돌이 있을 때까지 날아간 시간을 t_1, 첫 충돌후 h_1의 높이까지 올라가는 시간을 t_2, 첫 충돌후 수평방향의 속도를 v_2이라고 하자. 그러면

$$x=v_0t_1+2v_2t_2$$

로 된다. $h_0=gt_1^2/2$이므로 $t_1=\sqrt{2h_0/g}$이다. 마찬가지로

$$t_2=\sqrt{2h_1/g}=et_1$$

이다. $v_2=v_0$이므로 x는 다음과 같다.

$$x=(1+2e)v_0\sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

답. ㄱ) $e=\sqrt{\frac{h_1}{h_0}}$ ㄴ) $h_2=e^4h_0$ ㄷ) $x=(1+2e)v_0\sqrt{\frac{2h_0}{g}}$

37. 그림 8−22와 같은 모양을 가진 멎어있는 밀차에서 작은 구가 v_0의 속도로 운동하고있다. 구가 오른쪽 끝에서 튀여날 때 구의 속도와 밀차의 속도를 구하여라. 구의 질량은 밀차의 질량과 같으며 마찰은 무시한다.

풀이. ㄱ) 구가 밀차의 오른쪽 끝에서 튀여나는 순간에 구의 속도를

v, 밀차의 속도를 V라고 하면

$$mv_0 = mv + mV, \quad v_0 = v + V,$$

$$\frac{mv_0^{\ 2}}{2} + mgh = \frac{mv^{\ 2}}{2} + \frac{mV^2}{2}$$

$$v_0^2 + 2gh = v^2 + V^2$$

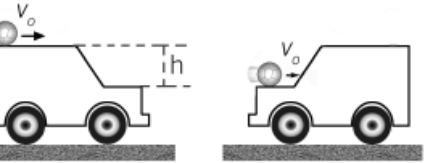
으로 된다. $v_0 = v + V$ 로부터

$$v_0^2 = v^2 + V^2 + 2vV$$

이므로 다음식을 얻는다.

$$2vV = -2gh$$

그림 8-22. 밀차와 구의 운동

이상의 결과로부터

$$(v - V)^2 = v_0^{\ 2} + 4gh, \quad v - V = \sqrt{v_0^2 + 4gh}$$

를 얻는다. 이것과 $v + V = v_0$ 을 련립하여 풀면 다음의 공식을 얻는다.

$$v = \frac{1}{2}\left(v_0 + \sqrt{v_0^2 + 4gh}\right), \quad V = \frac{1}{2}\left(v_0 - \sqrt{v_0^2 + 4gh}\right)$$

ㄴ) 앞에서 얻은 공식에서 h를 −h로 바꾸면 된다.

답. ㄱ) $v = \frac{1}{2}\left(v_0 + \sqrt{v_0^2 + 4gh}\right), \quad V = \frac{1}{2}\left(v_0 - \sqrt{v_0^2 + 4gh}\right)$

ㄴ) $v = \frac{1}{2}\left(v_0 + \sqrt{v_0^2 - 4gh}\right), \quad V = \frac{1}{2}\left(v_0 - \sqrt{v_0^2 - 4gh}\right)$

38. 수평대우에 있는 질량이 M인 물체에 질량이 m인 물체가 속도 v로 완전비탄성충돌을 한 다음 ℓ만큼 옮겨갔다. 마찰결수는 얼마인가?

풀이. 충돌직후의 속도를 V라고 하면

$$mv = (M + m)V, \quad V = \frac{mv}{M + m}$$

이다. $a = \mu g$ 라고 하면 멎을 때까지 걸린 시간 t는 $V = at$ 로부터 구해진다. 그동안에 이동한 거리 ℓ은

$$Vt - \frac{a}{2}t^2 = \frac{1}{2}Vt = \ell$$

과 같다. 이로부터 μ는 다음과 같다.

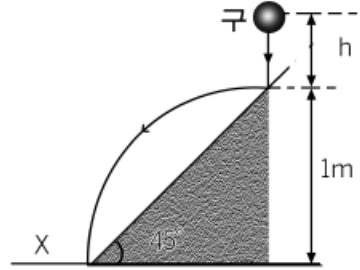
$$\mu=\frac{V^2}{2g\ell}=\frac{1}{2gl}\left(\frac{mv}{M+m}\right)^2$$

39. 마루바닥에 45° 로 기울어진 평판이 고정되여있다. 구를 떨구었더니 마루바닥에서 1m되는 높이에서 튐성충돌을 한 다음 마루바닥과 평판의 이음점에 떨어졌다. 구를 바닥으로부터 얼마만한 높이에서 떨구었겠는가?

풀이. 그림 8－23에 구가 운동하는 모양을 보여주었다. 여기서 h를 구해야 한다. 구가 평판과 부딪친 다음의 속도는 그림에서 x축방향으로 향하며 그 값은 $v_0=\sqrt{2gh}$이다. H＝1m라고 하면

그림 8－23. 구의 충돌

$$v_x=v_0,\quad v_y=gt,$$

$$y=H-\frac{1}{2}gt^2$$

이며 $y=0$인 순간은 $t=\sqrt{2H/g}$이고 그때 $v_0t=H$이다. 이로부터

h＝H/4＝0. 25m이며 전체 높이는 1. 25m이다.

40. 수평면에 질량이 각각 M이고 경사각이 45° 인 두개의 쐐기가 있다. 높이가 H인 곳에서 질량이 m(＜M)인 튐성구를 떨구면 두 경사면에서 부딪친 다음 얼마만큼 튀여오르겠는가? (그림 8－24) 쐐기와 평면사이의 마찰은 무시한다.

풀이. 구가 왼쪽의 쐐기와 부딪치기 직전의 속도 v는 $v=\sqrt{2gH}$이다. 첫 충돌이 있은 다음 m의 속도를 v_1, 왼쪽 쐐기가 왼쪽으로 가는 속도를 V_1로 표시하면

$$MV_1=mv_1,\quad \frac{mv^2}{2}=\frac{mv_1^2}{2}+\frac{MV_1^2}{2}$$

이라야 하며 이로부터 다음과 같이 된다.

$$v_1^2=\frac{M}{M+m}\cdot v^2=\frac{2MgH}{M+m}$$

오른쪽 쐐기와 충돌한 직후에 구의 속도가 v_2이고 구가 올라간 높이가 h라면 $v_2^2=2gh$로 된다. 이제 v_2과 v_1사이의 관계를 구하자. 구 m이 수평으로 날아가는 거리는 짧으므로 그동안에 드림선방향으로 좀 내려가는것을 무시하겠다. 오른쪽 쐐기와 부딪친 후에 오른쪽 쐐기의 속도를 V_2이라고 하면 $MV_2=mv_1$로 되며 에네르기보존법칙으로부터

$$\frac{mv_1^{\,2}}{2} = \frac{mv_2^{\,2}}{2} + \frac{MV_2^{\,2}}{2}$$

으로 된다. 이로부터

$$\left(1 - \frac{m}{M}\right)v_1^2 = v_2^2 = 2gh$$

를 얻는다. v_1에 대한 공식을 넣으면

$$h = \frac{M-m}{M+m}H$$

를 얻는다. M>m이라야 h>0으로 된다.

그림 8－24.
튐성구의 운동

답. $h = \dfrac{M-m}{M+m}H$

41. 그림 8－25와 같이 미끄러운 수직벽으로부터 ℓ만큼 떨어지고 바닥으로부터 h만한 높이에 있는 점 A에서 질량이 m인 구를 수평방향으로 v_0의 속도로 던졌다. 구는 벽우의 점 B에서 튀여난 다음 바닥우의 점 C에 떨어졌다. 벽과 구의 충돌결수를 e라고 하고 다음 물음에 대답하여라.

ㄱ) 벽에 충돌하기 전에 구의 속도는 얼마인가?

ㄴ) 구가 벽에 주는 힘덩이의 크기를 구하여라.

ㄷ) 바닥으로부터 B점까지의 높이를 구하여라.

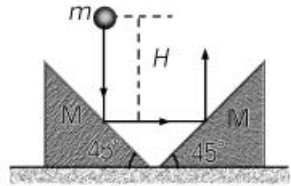
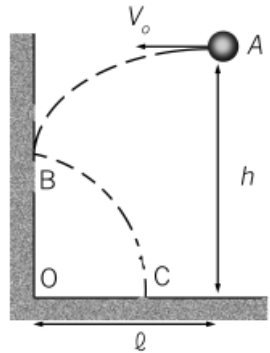
ㄹ) 벽으로부터 C점까지의 거리를 구하여라.

그림 8－25.
구의 비튐성부딪침

풀이. ㄱ) A점을 자리표원점으로 취하고 왼쪽 방향을 x축, 드림선아래방향을 y축으로 취하자. A로부터 B까지 가는데 걸리는 시간을 t_1라고 하면 $t_1 = \ell / v_0$이고 $v_y = gt_1 = g\ell / v_0$이다. 따라서 $V = \sqrt{v_0^{\,2} + (g\ell/v_0)^2}$ 이다.

ㄴ) 수직방향의 속도가 v_0으로부터 $-ev_0$으로 넘어가므로 벽이 받는 운동량은 (1+e)mv_0이며 이것이 벽이 받는 힘덩이와 같다.

ㄷ) 바닥으로부터 B점까지의 높이는 다음과 같다.

$$h - \frac{1}{2}g\left(\frac{\ell}{v_0}\right)^2 = h - \frac{g\ell^2}{2v_0^2}$$

ㄹ) B의 높이를 H라고 하면 t만한 시간동안에 내려온 거리가 H와 같으므로

$$\frac{g\ell}{v_0}t+\frac{1}{2}gt^2=H=h-\frac{g\ell^2}{2v_0{}^2}$$

이라야 한다. 이로부터 t를 구하면

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}-\frac{\ell}{v_0}$$

이다. 이때 수평방향의 속도는 ev_0과 같으므로 OC는 다음과 같다.

$$OC=ev_0\left(\sqrt{\frac{2h}{g}}-\frac{\ell}{v_0}\right)$$

답. ㄱ) $\sqrt{v_0{}^2+(g\ell/v_0)^2}$ ㄴ) $(1+e)mv_0$ ㄷ) $h-\frac{g\ell^2}{2v_0{}^2}$

ㄹ) $ev_0\left(\sqrt{\frac{2h}{g}}-\frac{\ell}{v_0}\right)$

42. 그림 8－26과 같이 질량이 m인 구 A가 v의 속도로 운동하다가 질량이 2m인 멎어있는 구 B와 충돌하였다. 충돌후 구 B는 튀여나고 구 A는 처음의 운동방향과 60°의 방향으로 $v/2$의 속도로 튀여났다.

ㄱ) 충돌후 구 B의 속도 V를 구하여라.

ㄴ) 충돌할 때 A가 B로부터 받는 힘덩이 및 B가 A로부터 받는 힘덩이의 크기와 방향을 구하여라.

ㄷ) 충돌과정에 구 A의 운동에네르기가 얼마만큼 줄어들었는가?

풀이. 여기서 론의하는 충돌은 비튐성충돌이다. 그것은 충돌후 A의 속도의 크기와 방향이 주어진것을 보고 알수 있다. 그러므로 에네르기보존법칙은 적용할수 없다.

그러나 운동량은 보존된다.

ㄱ) 운동량보존법칙을 성분별로 쓰자.

충돌후 B의 운동방향이 충돌전의 A의 운동방향과 이루는 각을 α라고 하면

$$mv=m\cdot\frac{v}{2}\cdot\frac{1}{2}+2mV\cos\alpha,$$

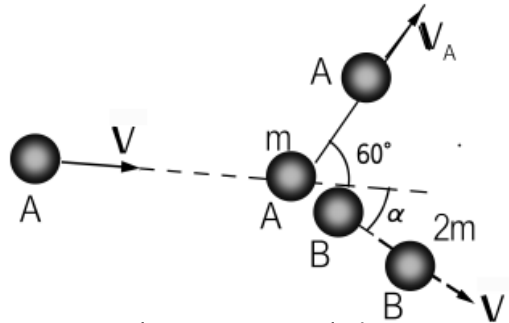



그림 8－26. 두 구의 충돌

$$m\cdot\frac{v}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=2mV\sin\alpha$$

로 된다. 이것을 다음과 같이 쓰자.

$$V\cos\alpha=\frac{3}{8}v,\quad V\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{8}v$$

이로부터 V, α는 다음과 같다.

$$V=\frac{\sqrt{3}}{4}v,\quad \tan\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}},\quad \alpha=30^\circ$$

ㄴ) 구 B가 받는 힘덩이의 방향은 그것의 운동방향과 같으며 크기는

$$2mV=\frac{\sqrt{3}}{2}mv$$

와 같다. A는 B와 반대방향으로 같은 크기의 힘덩이를 받는다. 이것은 뉴톤의 제3법칙으로부터 알수 있다.

ㄷ) 운동에네르기의 줄어든 몫은 다음과 같다.

$$\Delta K=\frac{m}{2}v^2-\frac{m}{2}\left(\frac{v}{2}\right)^2-\frac{2m}{2}V^2$$

이것을 계산하면 다음과 같다.

$$\Delta K=\frac{3}{16}mv^2$$

답. ㄱ) $V=\frac{\sqrt{3}}{4}v,\quad 30^\circ$ ㄴ) $F\Delta t=\sqrt{3}mv/2$ ㄷ) $\Delta K=\frac{3}{16}mv^2$

43. 그림 8－27과 같이 α=45°인 경사면우의 한 점 O에 드림선우에서 구를 처음속도없이 떨군다. 구와 경사면은 튐성충돌을 한다. OA=h일 때 A점에서 떨구면 구는 두번 충돌하고 Q점에 이른다. 이제 OB의 거리가 h의 몇배이면 B에서 떨군 구가 O점에서 충돌한 다음에 직접 Q점에 가닿겠는가?

풀이. A에서 떨군 물체가 O에서 가지는 속도를 v라고 하면 $v=\sqrt{2gh}$이다. O에서 튀여나올 때 수평방향의 속도의 크기는 v와 같다. 그것이 P까지 가는데 걸리는 시간을 t라고 하면

$$vt=\frac{1}{2}gt^2,\quad t=\frac{2v}{g}=\sqrt{\frac{8h}{g}}$$

이며 $vt=4h,\quad OP=4\sqrt{2}h$이다.

P에서 튀여나올 때의 속도를 v'라고 하면 그림 8－28에서 알수 있는것처럼

$$v'_x = v\sin\alpha = v_y,\ v'_y = v\cos\alpha = v_x$$

이다. P에서 Q까지 가는데 걸리는 시간 t는

$$v\sin\alpha \cdot t = v\cos\alpha \cdot t + \frac{1}{2}gt^2,$$

$$t = \frac{2v}{g}\cdot(\sin\alpha - \cos\alpha)$$

에 의하여 결정되며

그림 8－27. 구의 튐성충돌

$$PQ = \sqrt{2}v\sin\alpha \cdot t = \frac{2\sqrt{2}v^2}{g}\cdot\sin\alpha\cdot(\sin\alpha - \cos\alpha)$$

이다. 그런데 $\sin\alpha = 2/\sqrt{5},\quad \cos\alpha = 1/\sqrt{5}$ 이므로

$$PQ = \frac{4\sqrt{2}}{5g}v^2$$

이다. 여기서 v는 P점에 떨어질 때의 속도이다. $v^2 = 5v_x{}^2 = 5v_0{}^2 = 10gh$ 이므로 $PQ = 8\sqrt{2}h$ 이다. 따라서

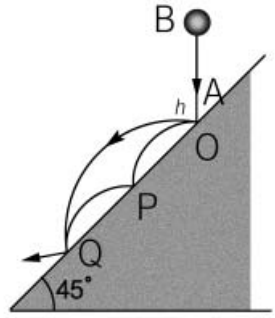
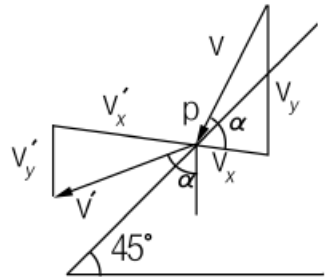
$$OQ = OP + PQ = 12\sqrt{2}h$$

그림 8－28. P에서 속도의 변화

이다. 만일 OB＝H라고 하면 B에서 떨어진 구는 단번에 Q에 가게 된다. 앞에서 얻은 공식 OP＝$4\sqrt{2}h$ 대신에 OQ＝$4\sqrt{2}$ H라고 쓸수 있다. 두 값이 같자면 H＝3h라야 한다.

답. 3배

44. 그림 8－29와 같이 질량이 꼭같은 3개의 구가 한직선으로 매끈한 수평면우에 놓여있다. 구 A가 처음속도 v_0으로 B와 충돌한다. 매 구의 충돌결수가 1/2이라면 충돌이 끝났을 때 3개 구의 마지막속도는 각각 얼마인가? 구들은 언제나 한직선을 따라 운동한다고 가정한다.

풀이. 먼저 A가 B와 충돌한 다음에 A, B의 속도를 각각 v_A, v_B라고 표시하면 운동량보존법칙에 의하여 $v_A + v_B = v_0$으로 된다. $e = 1/2$이라고 하면 $v_A - v_B = -ev_0$으로 된다. 이로부터 다음값을 얻는다.

$$v_A=\frac{1}{2}(1-e)v_0, \quad v_B=\frac{1}{2}(1+e)v_0$$

다음은 구 B가 C와 충돌하는데 이때에는 v_B가 v_0과 같은 역할을 논다. 그러므로 B가 C와 충돌한 다음 B, C의 속도를 각각 v_B', v_c라고 하면

$$v_B'=\frac{1}{2}(1-e)v_B=\frac{1}{4}(1-e^2)v_0$$

$$v_C=\frac{1}{2}(1+e)v_B=\frac{1}{4}(1+e)^2 v_0$$

으로 된다. e의 값을 넣으면 $v_B'=3v_0/16$, $v_c=9v_0/16$으로 된다.

그런데 $v_A=v_0/4>v_B'$이므로 A는 다시 B와 충돌한다. 이 충돌이 끝났을 때 A, B의 속도를 각각 v_A'', v_B''라고 하면

$$v_A''-v_B''=-\frac{1}{2}(v_A-v_B')=-\frac{1}{32}v_0$$

$$v_A''+v_B''=v_A+v_B'=\frac{7}{16}v_0$$

이다. 이로부터 다음의 값을 얻는다.

$$v_A''=\frac{13}{64}v_0, \quad v_B''=\frac{15}{64}v_0$$

답. 최종적인 속도는 다음과 같다.

$v_A=\frac{13}{64}v_0$, $v_B=\frac{15}{64}v_0$, $v_C=\frac{9}{16}v_0$, $v_A<v_B<v_c$이다.

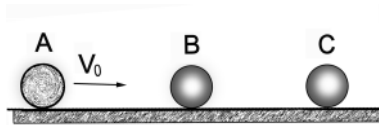



그림 8-29. 3개 튐성구의 직선충돌

제9장 기체의 성질

물질의 상태에는 기체, 액체, 고체 및 플라즈마의 네가지가 있다. 그가운데서 제일먼저 구체적으로 연구된것이 기체이다. 기체의 상태라는것을 어떤 방법으로 특징짓는가 하는것을 살펴보고 상태량들을 정의한 다음에 상태량들사이에 존재하는 관계를 따져보겠다. 그에 기초하여 리상기체의 개념과 리상기체의 상태방정식을 살펴보겠다.

제1절 리상기체의 상태와 상태량

보통 기체의 상태라고 하는것은 평형상태를 의미한다. 평형상태라는것은 한마디로 기체의 상태가 시간에 따라 변하지 않는 상태이다. 여기서 말하는 기체의 상태란 온도, 체적, 압력, 질량과 같은 물리적량으로 표시되는 상태를 의미한다. 기체가 평형상태에 있다는것은 이러한 물리적량들의 값이 시간에 따라 변하지 않는다는것을 의미한다.

그릇의 모양이 변하지 않으면 기체의 체적은 일정한 값을 가진다. 기체의 압력은 높이에 따라 다를수 있다. 기체의 압력이 시간에 따라 변하지 않는다는것은 기체가 차지하고있는 그릇의 매 부분에서 기체의 압력이 시간에 따라 변하지 않는다는것을 의미한다.

평형상태에 있는 기체에서는 모든 곳에서 온도가 같다. 온도의 이러한 성질은 온도의 값을 재는 온도계에서 리용된다. 그릇이 닫겨있으면 그릇안에 있는 기체의 질량은 일정하다. 이 장에서는 기체의 질량이 일정한 경우에 대해서만 살펴본다. 기체의 질량, 체적, 압력, 온도가 주어지면 기체의 상태가 주어졌다고 말하며 기체의 상태를 특징짓는 량들인 질량, 체적, 압력, 온도와 같은 량들을 기체의 상태량이라고 부른다. 그러므로 평형상태란 상태량들의 값이 시간에 따라 변하지 않는 상태라고 말할수 있다.

기체의 상태량들가운데서 하나라도 달라지면 그것은 기체의 상태가 달라진다는것을 의미한다.

만일 기체의 상태가 아주 더디게 변한다면 매 순간에 기체는 평형상태에 있다고 볼수 있다. 앞으로 기체의 어떤 상태량이 변할 때 다른 상태량들이 어떻게 변하는가 하는것을 따질 때에는 이와 같이 상태가 충분히 천천히 변하며 따라서 매 순간에 기체가 평형상태에 있다고 보

아도 된다고 가정하겠다.

기체의 상태량들의 값이 꼭같은 두 기체를 섞은 다음 그것들이 평형상태에 이른다면 혼합된 기체의 압력과 온도는 혼합하기 전에 매 기체가 가지고있던 압력, 온도와 같다. 여기서 높이에 따라 압력이 달라지는것을 무시할수 있다고 보았다. 그러나 혼합된 기체의 질량과 체적은 처음에 매 기체가 가지고있던 질량 또는 체적의 합과 같다.

온도와 압력과 같이 섞인 다음에도 그 값이 그대로 있는 량을 세기량이라고 부르고 질량, 체적과 같이 섞으면 그 값이 더해지는 량을 체적량이라고 부른다. 기체의 상태량들은 서로 다른것과 관계없이 변하는것이 아니라 밀접히 련관되여있다.

그리하여 어느 한가지 상태량의 값이 변하면 적어도 다른 한가지 상태량의 값이 반드시 변한다. 그 련관이 어떤것인가 하는것을 공식의 모양으로 적은것을 기체의 상태방정식이라고 부른다. 기체의 상태방정식을 연구한 과정을 력사적으로 더듬어보면 처음에는 온도, 압력, 체적이 각각 일정한 경우에 대한 상태방정식들이 얻어졌으며 그러한 방정식들에 기초하여 가장 일반적인 상태방정식이 얻어졌다. 특히 이러한 연구과정에 리상기체라는 개념이 나오게 되였고 리상기체상태방정식이 얻어졌다.

그후 현실적으로 존재하는 기체의 상태방정식에 대한 연구가 많이 진행되였는데 그가운데서 가장 성공적인것은 1873년에 네데를란드물리학자인 요한네스 디데리끄 반 데르 왈스(1837년－1923년)가 제기한 반데르 왈스상태방정식이다.

기체들의 상태방정식을 연구하는 과정에 어떤 기체든지 아주 희박하면 같은 모양의 상태방정식을 가진다는것을 알게 되였다. 이로부터 추상적인 기체를 생각하게 되였으며 그것을 리상기체라고 부르게 되였다. 그후 모든 기체는 분자들로 이루어져있다는것이 밝혀지고 분자들사이의 호상작용에 의하여 기체의 성질을 설명하는 기체분자운동론이 나왔다.

기체분자운동론의 견지에서 보면 리상기체라는것은 기체의 평형상태의 성질에 분자들사이의 호상작용이 영향을 주지 않는다고 볼수 있을정도로 희박한 기체라고 말할수 있다. 그러나 리상기체에서는 분자들사이의 호상작용을 완전히 무시해도 된다고 생각하면 그것은 틀린 생각이다. 기체가 평형상태에 이르는것은 바로 기체를 이루고있는 분자들사이에 존재하는 호상작용때문이다. 다만 그러한 호상작용이 상대적으로 드물게 일어나며 그것이 평형상태에 있는 기체의 성질에 주는 영향을 무시할수 있을뿐이다.

기체분자들사이의 호상작용은 두 분자가 부딪치는 순간에만 일어난다고 볼수 있다. 매우 성긴 기체에서는 분자들사이의 충돌이 드물게 일어난다.

제2절 온도의 개념과 온도의 측정

온도라는 개념이 어떻게 물리학의 개념으로 정립되게 되였는가 하는 력사적과정을 돌이켜보자.

사람마다 조건에 따라 같은 온도를 더운것으로 느낄수도 있고 찬것으로 느낄수도 있다. 때문에 사람의 느낌에 의하여 온도를 판단하는것은 객관적인것이 되지 못한다. 그러므로 사람이 느끼는것과 관계없이 온도를 보여주는 기구를 만들어야 한다는것이 명백하다. 온도를 객관적으로 재는 기구를 온도계라고 부른다. 온도계를 만들자면 온도가 변하는데 따라 그 값이 변하는 어떤 물리적현상을 리용해야 한다.

온도계를 제일 처음으로 만든 학자는 이딸리아물리학자 갈릴레오 갈릴레이였다. 그는 1593년에 첫 온도계를 만들었다. 그가 온도계를 만든 목적은 사람들의 체온을 재기 위해서였다.

갈릴레이가 만든 온도계는 실용적가치는 별로 없었지만 그것을 계기로 하여 그이후에 여러가지 온도계들이 나왔다는것을 고려할 때 갈릴레이의 공로는 크다고 보아야 할것이다. 1620년에는 베콘의 온도계가 나왔고 1641년에는 갈릴레이의 제자인 또리첼리가 알콜온도계를 만들었으며 1672년에는 게리케가 만든 온도계가 나왔다. 온도계와 함께 온도눈금에 대한 문제는 18세기에 들어와서 깊이 연구되기 시작하였다.

1714년에 뽈스까태생의 도이췰란드물리학자 다니엘 화렌화이트가 수은온도계를 만들었다. 그는 온도계를 만들었을뿐아니라 온도눈금도 새롭게 정하였다. 그는 북아일랜드가 제일 추운 지방이라고 생각하고있었으므로 추운 겨울날에 북아일랜드에서 수은온도계의 눈금이 가리킨 값을 0°F로 정하였다. 그리고 자기 안해의 체온을 100°F로 정하였다. 이것을 0°F, 100°F라고 적는다. 그 두 온도에 대응하는 수은기둥의 두 점사이를 100으로 등분하고 한 눈금간격을 1°F라고 정하였다. 그러나 그가 온도정점으로 정한 온도는 아무데서나 얻을수 있는것이 아니였으므로 불편하였다. 그러므로 온도정점을 누구나 쉽게 얻을수 있는 값으로 정할 필요가 제기되였다.

1742년에 스웨리예천문학자이며 물리학자인 쎌시우스가 새로운 온도정점을 제기하였다. 그는 물이 끓는 온도를 0℃로 보고 물이 어는 온도를 100℃로 본 다음 그 구간을 100등분하였다. 그의 제의대로 하면 더운 물체의 온도가 찬 물체의 온도보다 낮은 값으로 된다. 이러한 불합리성을 없애기 위하여 몇해 지나서 다른 물리학자가 얼음이 녹는 온도(물이 어는 온도)를 0℃로 보고 물이 끓는 온도를 100℃로 볼것을 제기하였다. 그때부터 이러한 눈금새김이 널리 쓰이기 시작하였다. 이

눈금은 쎌시우스가 처음에 내놓은것과 다르지만 기본착상 즉 물이 끓는 온도와 얼음이 녹는 온도의 차를 100℃로 볼데 대한 착상은 쎌시우스가 내놓았으므로 이러한 온도눈금을 쎌시우스온도눈금이라고 하며 0℃, 100℃ 등으로 표시한다. 쎌시우스온도와 화렌화이트온도사이의 관계는 다음과 같다.

$$\frac{5}{9}(t_F - 32) = t_C$$

물리학에서는 절대온도라는것을 널리 쓰고있다. 그것을 켈빈온도라고 부르며 K로 표시한다. $t_C = t_K - 273.15$이다. 실례로 0℃=273. 15K이고 100℃=373. 15K이다. 절대온도는 T로 표시한다.

그러므로 T=t(℃)+273. 15이다. 절대온도의 개념은 리상기체의 상태방정식으로부터 자연스럽게 얻어진다. 가정에서 흔히 쓰는 알콜온도계나 수은온도계는 액체의 열팽창현상에 기초하여 만든 온도계이며 액체가 얼거나 기체로 넘어가는 온도에서는 그것을 리용할수 없다. 기체온도계로서는 기체의 압력을 일정한것으로 유지하는 정압기체온도계와 기체의 체적을 일정한 값으로 유지하는 정적기체온도계가 있다. 고체온도계로서는 고체의 열팽창특성을 리용하여 만든 쌍금속온도계가 있다. 전기적성질을 리용한 온도계로서는 열전대온도계, 금속저항온도계, 반도체저항온도계가 있다. 반도체저항온도계는 체적이 작고 동작속도가 빠르므로 식물의 잎사귀의 매 부분의 온도를 순식간에 잴수 있다. 높은 온도를 측정할 때에는 복사고온계, 적외선온도계를 리용한다. 모든 온도계는 온도를 재는데 일정한 시간이 필요하다. 지금은 수자처리기술이 매우 발전하였으므로 온도를 온도계의 눈금에 의하여 판단하는것이 아니라 수자로 표시한다. 반도체온도계는 반도체의 저항이 온도에 아주 예민하다는것을 리용하여 반도체의 저항을 측정하고 그에 기초하여 −100℃로부터 +120℃의 범위에 있는 온도를 수천분의 1℃까지의 높은 정확도로 순간에 잴수 있다.

별의 온도는 별로부터 지구에까지 온 빛의 스펙트르를 분석하는 방법으로 알수 있다. 이 경우에는 온도를 결정한다고 하는것이 더 적중할것이다.

제3절 기체법칙

기체의 상태가 어떤 법칙에 따라 변하는가 하는것을 처음에는 기체의 질량이 주어지고 온도가 일정할 때 기체의 압력과 체적사이에 어떤 관계가 있는가 하는 측면에서 연구하였다. 그후 질량과 체적이 일

정할 때 기체의 압력과 온도사이의 관계가 밝혀졌다. 마지막으로 질량과 압력이 일정할 때 온도에 따르는 체적의 변화에 대한 법칙이 발견되였다. 이러한 결과에 기초하여 기체의 질량, 체적, 압력, 온도사이의 관계를 밝히는 리상기체상태방정식이 얻어졌다. 먼저 질량과 온도가 일정할 때 기체의 체적과 압력사이에 어떤 관계가 있는가 하는것을 살펴보자.

기체의 체적과 압력사이에 어떤 관계가 있다는것은 1662년에 영국의 화학자이며 물리학자인 로버트 보일이 실험에 의하여 밝혔으며 그후 1676년에 프랑스물리학자 에듬 마리오뜨가 그것을 일반화하였다. 그래서 이와 관련된 법칙을 보일—마리오뜨의 법칙이라고 부른다. 보일과 마리오뜨는 자기들이 발견한 법칙이 어떤 조건에서 만족되는가 하는것을 밝히지 못하였다. 이 문제는 1702년에 프랑스물리학자 길리옴 아몬똔이 밝혔다. 그는 보일—마리오뜨의 법칙이 온도가 일정한 값으로 유지될 때에만 맞는다는것을 밝혔다. 그래서 보일—마리오뜨의 법칙을 등온법칙이라고도 부른다. 기체가 일정한 질량을 가지도록 하기 위해서는 기체를 닫긴 그릇안에 가두어두어야 한다. 실례로 피스톤밑에 있는 원통형그릇에 기체가 있다면 기체의 체적은 원통형그릇의 체적과 같다. 그리고 기체가 받는 압력은 피스톤이 내리누르는 힘을 피스톤의 면적으로 나눈것과 같다. 그만한 압력으로 기체는 피스톤을 우로 올리민다. 그러므로 그 압력이자 곧 기체의 압력이라고 볼수 있다. 기체의 압력을 변화시키자면 피스톤우에 어떤 질량을 가진 물체를 올려놓으면 된다. 이렇게 압력을 변화시키면서 체적이 변하는것을 관찰해보면 기체의 압력과 체적사이의 관계를 알아낼수 있다. 기체의 압력과 체적사이의 관계는 그림 9—1에서 보여준것과 같은 장치를 리용하여 알아낼수 있다. 두개의 관 A와 B가 있는데 A의 꼭대기는 막혀있고 B의 웃부분은 열려있다. 따라서 B의 웃부분에 작용하는 압력은 대기압과 같다. 두 관은 고무줄로 련결되여 있고 두 관에는 수은이 차있다. 처음에 두 관에서 수은기둥의 높이는 같다. 이때 A의 웃부분에 갇혀있는 기체의 압력은 대기압과 같다. 다음은 관 B를 우로 들어올린다. 그러면 A와 B에서 수은기둥의 높이가 달라진다. 높이차는 자로 쉽게 알아낼수 있다. 이때 A의 웃부분에 있는 기체가 수은기둥에 주는 압력은 대기압에 수은기둥의 높이차와 관련된 압력을 더한것과 같다. 수은기둥의 높이차를 h로 표시하면 그와 관련된 보충적인 압력은 ρgh와

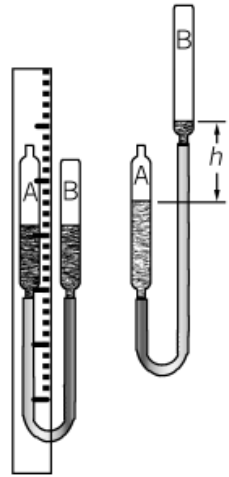



그림 9—1. 기체의 압력과 체적사이의 관계를 보여주는 그림

갈다. 여기서 ρ는 수은의 밀도이고 지구중력가속도를 g로 표시하였다. A의 웃부분에 있는 기체의 체적은 쉽게 구할수 있다. 이런 실험에 의하여 얻어진 결과를 그림 9−2에 보여주었다. 그림에 보여준것은 기체를 리상기체라고 볼수 있을 정도로 기체가 희박한 경우의 등온선이다. 압력을 재는 단위는 1Pa(파스칼)이다. 그것의 값은 1Pa＝1N/1㎡＝1N/㎡이다. 즉 1㎡의 면적에 1N의 힘을 줄 때의 압력이 1Pa이다. 대기압은 대략 10^5 Pa＝0.1MPa과 같다. 압력의 단위를 파스칼이라고 부르는것은 기체와 액체에서 압력이 전달되는 법칙을 발견한 프랑스수학자, 물리학자인 블래즈 파스칼(1623년−1662년)의 성에서 따온것이다. 그림 9−2에 보여준 등온선은

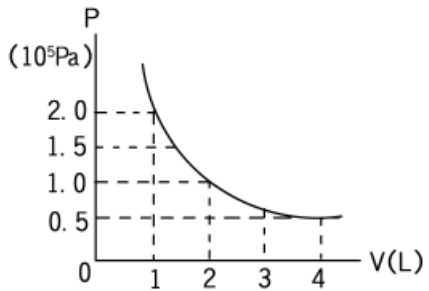



그림 9−2. 리상기체의 등온선

PV＝일정 (t＝일정일 때)

이라고 쓸수 있다. 즉 기체의 압력이 변하면 온도가 일정한 조건에서는 기체의 체적이 압력에 거꿀비례하여 변한다. 이것이 보일−마리오뜨의 법칙(등온법칙)의 내용이다.

다음으로 기체의 체적을 일정하게 유지하면서 기체의 온도를 변화시키면 압력이 어떻게 변하는가를 보자. 이러한 변화법칙을 알아내기 위하여 그림 9-3에 보여준것과 같은 실험을 한다. 기체의 온도는 플라스크안에 있는 온도계를 리용하여 측정하며 압력은 련통관에 있는 액체기둥의 높이차 h에 의하여 측정한다. 련통관의 웃끝은 열려있으므로 거기서 압력은 대기압과 같다. 먼저 0℃일 때 플라스크안에 있는 기체의 압력이 대기압과 같게 한다. 그런 다음 기체가 들어있는 플라스크의 온도를 점차 높이면서 기체의 온도와 압력이 변하는 과정을 연구한다. 0℃일 때의 압력을 P_0, t℃일 때의 압력을 P_t로 표

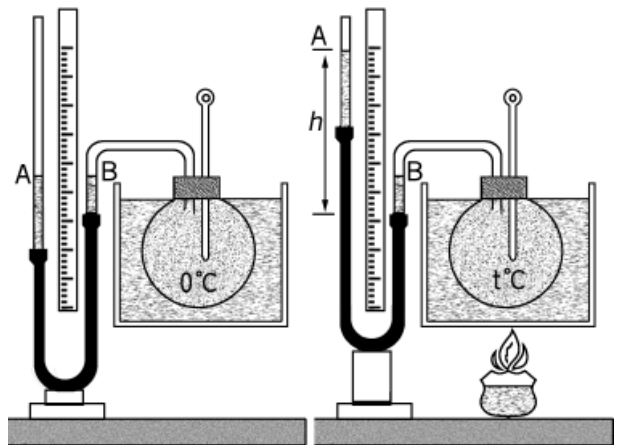



그림 9−3. 등적변화에 대한 실험

시하면 $P_t - P_0$은 P_0에도 비례하고 t에도 비례하는데 이것을 다음과 같이 쓸수 있다.

$$P_t - P_0 = \alpha P_0 t, \quad P_t = P_0(1+\alpha t)$$

실험에 의하여 $\alpha = \frac{1}{273}$이 얻어졌다. α의 단위는 $(℃)^{-1}$이다.

이 법칙은 프랑스학자 샬이 1787년에 실험에 의하여 얻었으므로 샬의 법칙 또는 등적법칙이라고 부른다. 이 법칙도 역시 리상기체로 볼수 있는 기체에 대하여 적용된다. 샬의 법칙으로부터 온도를 쎌시우스온도눈금으로 재는것보다 절대온도로 재는것이 좋다는 결론이 나온다. 절대온도를 T로, 쎌시우스온도를 t로 표시하면

$$T = 273.15 + t$$

의 관계가 있다. 이때 샬의 법칙은

$$P = \alpha P_0 T$$

$$\frac{P}{T} = \text{일정} \ (V = \text{일정일 때})$$

이라고 쓸수 있다. 즉 리상기체의 체적이 일정한 값으로 유지될 때 압력은 절대온도에 비례한다.

절대온도는 1848년에 영국물리학자 윌리암 톰손이 처음으로 받아들였다. 그는 유럽대륙으로부터 북아메리카대륙까지 련결하는 해저케블을 설치하는 사업을 지도한 공로로 하여 경이라는 높은 귀족칭호를 받게 되면서 켈빈이라는 이름을 달게 되였다. 그의 업적을 길이 전하기 위하여 절대온도를 켈빈이라고 부르며 K로 표시한다. 같은 온도를 쎌시우스온도로 표시한것과 켈빈으로 표시한 값은 다르지만 두 온도의 차는 같다. 그러므로 α의 값은

$$\alpha = \frac{1}{273.15°C} = \frac{1}{273.15} K^{-1}$$

이라고 쓸수 있다. 절대온도는 쎌시우스온도눈금보다 더 깊은 물리적 내용을 가지고있다. 그것은 등적법칙에서 알수 있는것처럼 절대온도는 부의 값을 가지지 않는다는것을 보고도 알수 있다. T=0K을 절대령도라고 부르는데 절대령도보다 낮은 온도는 있을수 없으며 절대령도에 얼마든지 가까운 온도까지는 내려갈수 있지만 절대령도와 같은 온도에는 도달할수 없다.

샬의 법칙을 기계적으로 적용하면 절대령도에서는 기체의 압력이 령으로 된다는 허황한 결론이 나온다. 실지에 있어서는 절대령도에 가까운 온도에서는 어떤 물질도 기체상태에 있을수 없고 대부분의 물질

은 고체상태로 넘어간다. 유일한 례외로 되는것은 헬리움인데 헬리움은 절대령도에서도 어지간한 압력에서는 고체로 되지 않고 액체상태로 남아있는다.

헬리움을 고체로 만들자면 절대령도에서도 그것이 받는 압력을 25기압이상으로 높여야 한다. 이것은 절대온도가 깊은 물리적의미를 가진다는것을 보여준다.

끝으로 등압법칙에 대하여 보자. 등압법칙이라는것은 압력을 일정한 값으로 유지하면서 온도를 변화시킬 때 기체의 체적이 어떻게 변하는가 하는것을 밝히는 법칙이다.

기체의 압력을 일정한 값으로 유지하기 위하여 그림 9-4에 보여준것과 같은 실험장치를 리용한다.

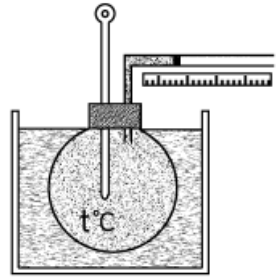



그림 9-4. 등압법칙을 연구하는 실험장치

플라스크안에 연구하는 기체가 들어있고 거기에 온도계와 수평유리관이 꽂혀있다. 수평유리관에는 수평방향으로 자유롭게 이동할수 있는 수은방울이 있고 수은방울의 위치를 알수 있게 하는 자가 붙어있다. 자의 눈금을 보면 플라스크안에 들어있는 기체의 체적이 변하는것을 알수 있다.

수평유리관의 끝은 열려있으므로 거기서의 압력은 바깥공기의 압력과 같으며 일정한 값으로 유지된다. 그 값은 기체가 수은방울에 주는 압력과 같으므로 기체의 압력이 일정한 값으로 유지된다. 이제 플라스크가 잠겨있는 액체의 온도를 천천히 변화시키면 플라스크안에 있는 기체의 온도가 천천히 변한다.

0℃일 때의 체적을 V_0으로, t℃일 때의 체적을 V_t로 표시하면 실험결과는 다음과 같이 표시할수 있다.

$$V_t = V_0\left(1+\frac{t}{273}\right)$$

이 법칙은 1802년에 프랑스물리학자 개 뤼싸크가 발견하였으므로 개 뤼싸크법칙 또는 등압법칙이라고 부른다. 절대온도를 통하여 표시하면

$$\frac{V}{T}=\text{일정}\ (P=\text{일정일 때})$$

라고 쓸수 있다. 즉 기체의 압력이 일정할 때 기체의 체적과 절대온도의 비는 일정하다.

제4절 리상기체의 상태방정식

등온법칙, 등적법칙, 등압법칙을 표시하는 공식에는 리상기체의 량을 특징짓는 기체의 질량이 들어있지 않으며 기체가 구체적으로 어떤 분자들로 이루어져있는가 하는것을 나타내는 량도 들어있지 않다. 그런데 산소와 질소 또는 수소로 이루어진 리상기체의 성질이 같을수 없다는것은 명백하다. 그러므로 리상기체의 상태방정식을 얻기 위해서는 리상기체의 체적, 압력이 온도에 따라 어떻게 변하는가 하는것뿐아니라 기체의 종류와 질량에 어떻게 관계되는가 하는것도 밝혀야 한다. 그리고 모든 상태량들을 다 변화시킬 때 그것들사이에 어떤 관계가 있는가 하는것도 밝혀야 한다. 이런것을 다 밝혀야 리상기체의 상태방정식을 얻을수 있는것이다. 지금까지 얻은 법칙들을 종합해보면

$$\frac{PV}{T} = \text{일정}$$

이라는것을 알수 있다. 그런데 이것은 기체의 질량이 주어진 경우에 얻은것이다. 그러므로 질량이 변하면 상수값도 변하리라고 생각할수 있다. 그래서 압력과 밀도의 비를 온도의 함수로 그려보았다. 그랬더니 그림 9－5와 같은 결과가 얻어졌다.

압력과 밀도의 비는 PV/m이라고 쓸수 있다. 여기서 m은 기체의 질량이며 m/V은 밀도이다. 그라프에서 알수 있는것처럼 기체의 종류에 따라 압력과 밀도의 비가 온도에 따라 변하는 모양이 다르다. 괄호안에 있는 수는 몰질량이다. 그라프로부터

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \qquad (4.1)$$

그림 9－5. 몇가지 기체에 대한 압력, 밀도, 온도사이의 관계

라고 쓸수 있다는것을 알수 있다. 여기서 μ가 기체의 몰질량인데 그것의 단위는 1kg/kmol＝1g/mol이다. 실례로 수소기체는 H_2분자들로 이루어져있으며 수소기체의 몰질량은 2g/mol이다. R는 기체상수라고 부르는 상수인데 그것은 기체의 종류에 관계되지 않으며 그 값은 다음과 같다. R＝8.314 4J/(mol·K)

1830년대에 클라뻬롱은 리상기체에 대한 선행연구결과를 종합하여

$$PV = R(267 + t)$$

와 같은 상태방정식을 제기하였다. 원소주기계의 발견자인 로씨야화학자 데. 이. 멘델레예브는 이런 모양의 방정식은 리상기체 1㏖에 대해서만 맞는다는것을 밝히고 일반적인 경우에는 리상기체의 상태방정식이 (4.1)식과 같이 되여야 한다는것을 보여주었다. 그래서 지금은 (4.1)식을 클라뻬롱-멘델레예브상태방정식 또는 리상기체의 상태방정식이라고 부른다. 그후 분자운동론에 기초하여 리상기체의 상태방정식을 리론적으로 얻는 과정에 그것을 다음과 같이 쓸수 있다는것이 밝혀졌다.

$$PV=NkT \qquad (4.2)$$

여기서 N은 그릇안에 들어있는 분자의 수이고 $k=1.38\times10^{-23}$ J/K은 볼쯔만상수라고 부르는 상수로서 기체의 종류에 관계되지 않는다.

리상기체란 상태방정식이 (4.2)식과 같이 주어지는 기체라고 볼수 있다.

리상기체의 상태방정식을 (4.2)식과 같이 쓰면 그로부터 돌턴의 분압법칙이 곧 나온다. 분압법칙에 의하면 어떤 기체가 몇가지 종류의 기체로 이루어졌을 때 기체의 압력은 매 종류의 기체의 압력(분압)들의 합과 같다. 사실 매 종류의 기체의 분자수를 N_α 라고 하고 그것의 분압을 P_α 라고 하면 모든 종류의 기체가 다 같은 체적을 차지하고있으므로 $P_\alpha V=N_\alpha kT$로 되며 전체 기체의 압력은 P_α 들의 합과 같고 분자의 수는 N_α 들의 합과 같으므로 (4.2)식이 얻어진다. 어떤 경우에 기체를 리상기체라고 볼수 있는가? 보통 우리가 대상하는 기체의 압력은 1기압정도이고 온도는 수백K정도이다. 이런 경우에는 대부분의 기체를 리상기체로 보아도 된다. 실례로 수소기체를 보자. 수소기체 1㏖안에는 6×10^{23}개정도의 분자가 있는데 $P=10^5$ ㎩(1대기압), T=300K일 때 1㏖의 체적은 $22.4\ell=22.4\times10^{-3}$ ㎥이다. 이때 한개 분자에 차례지는 체적은 $22.4\times10^{-3}/(6\times10^{23})$ ㎥$=3.73\times10^{-26}$ ㎥이다. 이것은 이때 분자들사이의 평균거리가 3.35×10^{-9} m정도라는것을 의미한다. 수소분자의 직경을 2×10^{-10} m로 보면 분자들사이의 평균거리는 한개 분자의 직경의 16배이상이라는것을 알수 있다. 이것은 충분히 희박하다고 볼수 있으며 따라서 보통상태에서는 대부분의 기체를 리상기체로 볼수 있다.

제5절 열의 본질에 대한 견해의 발전

열에 대한 연구에서 중요한 역할을 논것은 온도계를 개량하기 위한 연구였다. 18세기에 온도계를 완성하는 문제는 주로 기상학과 화학에서 온도를 정확히 측정해야 할 필요가 제기된것과 관련하여 제기되고

있었다. 특히 화학반응에서 나오는 열량을 정확히 측정하는것이 중요한 문제로 나서고있었다. 그러나 초기에는 열량과 온도를 명백하게 갈라보지 못하였다. 온도계의 눈금을 새기는 문제를 연구하는 과정에 점차 온도와 열량은 서로 다른 량이라는것을 인식하기 시작하였다. 물 1㎏의 온도를 30℃ 더 올리는데 드는 열량과 물 3㎏의 온도를 30℃ 더 올리는데 드는 열량이 다르다는것은 명백하다. 이것은 온도와 열량은 서로 다른 물리적량이라는것을 보여준다. 온도가 t_1인 물질의 질량이 m_1이고 온도가 t_2인 같은 물질의 질량이 m_2이라면 그것들을 섞은 다음 평형상태로 되였을 때의 온도 t는

$$t = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}$$

과 같이 된다는것을 1744년에 로씨야물리학자 리흐만이 리론적으로 예언하였는데 그후 실험에서 실지로 그렇게 된다는것이 확증되였다.

그런데 서로 다른 물질을 섞으면 온도가 어떤 값을 가지겠는가 하는것은 오래동안 밝히지 못하고있었다. 이 문제를 푸는데서 영국화학자 블래크의 연구가 큰 의의를 가지였다. 그는 물과 얼음을 섞는 경우에는 리흐만의 공식이 맞지 않는다는것을 발견하였다. 그는 얼음을 녹이자면 일정한 크기의 열량이 필요하며 얼음이 다 녹을 때까지는 물의 온도가 0℃로 남아있는다는것을 발견하고 그때에 필요한 열량을 잠열(녹음열)이라고 불렀다. 그는 자기의 결과를 잡지에 발표하지 않고 강의에서만 이야기하였기때문에 그가 얻은 이 중요한 결과는 1770년대에 이르러서야 알려지게 되였다.

잠열의 개념이 서게 된 다음에야 비로소 각이한 물체들을 섞을 때 평형온도가 어떤 값을 가지는가 하는 문제를 풀수 있었으며 그 과정에 물체의 열용량과 비열에 대한 개념이 서게 되였다. 질량이 m인 물체의 온도를 t_1로부터 t_2까지 올리자면 $Q=mc(t_2-t_1)$만한 열량을 그 물체에 주어야 한다. 여기서 c를 그 물체를 이루는 물질의 비열이라고 부르며 mc를 열용량이라고 부른다. 열용량은 물체의 온도를 1℃만큼 높이는데 필요한 열량을 특징짓는 물리적량이다. 물질의 성질을 규정하는것은 그 물질의 비열이다. 거꾸로 높은 온도 t_1에 있던 물체의 온도가 낮은 온도 t_2로 넘어가는 경우에는 $Q=mc(t_1-t_2)$만한 크기의 열량을 내보낸다. 이러한 결과를 얻을수 있은것은 열량을 측정하는 방법들이 완성되였기때문이였다. 그 결과에 열과 관련된 문제들을 정량적으로 연구할수 있게 되였던것이다. 1780년대에 이르러 열과 관련된 학설의 기본개념들이 확고히 서게 되였다.

열량측정방법이 발전하게 되면서 열전달에 관한 연구에서도 성과들이 이룩되였다. 열전달과 관련된 첫 법칙은 1701년에 뉴톤이 발견하였다. 그는 단위시간동안에 물체가 바깥으로 내보내는 열량은 그 물체의

온도와 바깥온도의 차에 비례한다는것을 발견하였는데 이 법칙을 열전달에 관한 뉴톤의 법칙이라고 부른다. 18세기에 열팽창에 대한 문제도 체계적으로 연구되였다. 기체와 액체의 열팽창에 대한 문제는 온도계를 완성하는 문제와 깊이 련관되여있었다. 1780년대초에 프랑스화학자 라부아지에와 프랑스천문학자, 수학자 및 물리학자인 라쁠라스가 고체의 열팽창을 높은 정확도로 측정할수 있는 기구를 만들었다. 이때부터 여러가지 물질의 열팽창을 높은 정확도로 연구할수 있게 되였다.

프랑스물리학자 아몬똔(1663년－1705년)은 온도계를 개선하기 위하여 여러가지 기체의 열팽창현상을 체계적으로 연구하였다. 그때까지 온도계는 온도가 높아질 때 액체의 체적이 커지는 현상에 기초하여 만들고있었는데 온도가 변할 때 체적이 변하는것이 액체마다 다르며 체적변화가 온도변화에 정확히 비례하지 않는다. 18세기말에 산소, 질소를 비롯한 여러가지 기체가 발견되였으며 그것들의 열팽창결수를 측정하는 문제가 제기되였다. 1802년에 프랑스의 물리학자이며 화학자인 개 뤼싸끄와 영국화학자 돌턴은 모든 기체의 열팽창결수가 같다는것을 발견하였다. 물체의 열팽창에 대한 문제는 1820년대에 프랑스의 물리학자들인 듈롱과 프티에 의하여 전면적으로 연구되였다. 그들은 고체와 액체에서는 열팽창결수가 물질에 따라 다르며 온도에 따라서도 약간씩 달라지지만 모든 기체에서 열팽창결수가 온도에 관계없이 같은 값을 가진다는것을 밝혔다. 이로부터 기준온도계는 기체를 리용하여 만들어야 한다는것이 명백하게 되였다. 나아가서 이것은 리상기체의 개념을 생각할수 있는 근거로 되였다. 이와 같이 열과 관련된 여러가지 문제가 밝혀지는데 따라 열의 본질이 무엇인가 하는 문제도 깊이있게 밝혀지게 되였다. 처음에 열은 열소(플로기스톤)라는 물질이 이동하는것이라고 생각하고있었다. 열소가 많이 들어있으면 물체는 더워지고 열소가 적게 들어있으면 물체는 차게 된다고 보았다. 그런데 뜨거운 물체의 질량은 찬 물체의 질량과 같다는것이 측정에 의하여 밝혀졌다. 그렇다면 열소라는 물질은 질량이 없는 물질이라는 결론이 나오는데 그때까지 질량이 없는 물질이란 있을수 없다고 생각하고있었으므로 실지로 열소라는 물질이 있는가 하는것은 믿기 어려웠다. 그러나 열소리론은 열과 관련된 여러가지 현상들을 그럴듯하게 설명하였으므로 오래동안 열과 관련된 문제를 설명하는데 리용되여왔다. 심지어 유명한 화학자 라부아지에는 열소를 하나의 화학원소라고까지 생각하였다. 과학적으로 맞지 않는 열소리론은 거의 두세기동안이나 열과 관련한 문제를 설명하는데 쓰이고있었다. 여기에는 여러가지 원인이 있는데 그것은 첫째로, 열소리론을 리용하여 여러가지 열현상들을 그럴듯하게 설명할수 있었고 둘째로, 열현상을 다른 물리적현상들과 련관시켜보지 못한데 있었다. 미국출신의 프랑스물리학자 럼퍼드는 1798년에 병기공장에서 포신을 깎을 때 많은 열량이 나오는것을 보고 열은 력학

적운동과 관련되여있는것이며 결코 열소의 이동과 관련된것이 아니라는 견해를 내놓았다. 그러나 비과학적인 열소리론은 19세기 중엽까지 열현상을 설명하는데 리용되였다. 열소리론의 비과학성이 최종적으로 밝혀진것은 1840년대에 에네르기전환 및 보존의 법칙이 발견된 다음이였다. 열이 물질을 이루고있는 원자 및 분자들의 무질서한 운동과 련관되여있다고 보는 리론을 분자운동론이라고 부른다. 분자운동론은 기체에 대하여 제일먼저 적용되였다. 그것은 기체의 성질을 분자운동론으로 설명하는것은 고체나 액체의 성질을 설명하는것보다 쉽기때문이였다. 기체분자운동론이 나오게 된것은 원자, 분자의 개념이 등장한 다음이였다. 과학에서 원자의 개념이 등장한것은 영국물리학자이며 화학자인 죤 돌턴(1766년−1844년)때부터이다. 그는 1801년에 분압법칙을 발견하였으며 1803년에 원자량의 개념을 받아들이고 원자들을 기호로 표시하기 시작하였다. 그러나 돌턴은 원자와 분자를 정확히 가려보지 못하였다. 1811년에 이딸리아물리학자이며 화학자인 아메데오 아보가드로(1776년−1856년)가 처음으로 분자의 개념을 받아들였다.

19세기 중엽부터 원자설이 활기를 띠고 발전하기 시작하였다. 1856년에 도이췰란드물리학자 크뢰니흐(1822년−1879년)는 기체가 구모양의 원자들로 이루어져있으며 이 원자들이 기체가 담겨있는 그릇속에서 무질서한 운동을 한다고 보고 압력에 대한 공식

$$P=\frac{1}{6}\ \frac{mv^2}{V}$$

을 얻었다. 여기서 V는 그릇의 체적이고 m, v는 각각 기체분자의 질량 및 속도이다. 1857년에 뽈스까태생의 도이췰란드물리학자 루돌프 에마누엘 클라우지우스(1822년−1888년)는 열현상을 원자 및 분자들의 무질서한 운동에 기초하여 설명하는데 성공하였다. 1860년에 영국물리학자 제임즈 클라크 막스웰(1831년−1879년)은 기체에서 분자들의 속도가 어떤 법칙에 따라 분포되는가를 밝히는 속도분포공식을 얻음으로써 기체운동론을 한계단 올려세웠다. 기체운동론을 발전시키는데 크게 기여한 학자로서는 네데를란드물리학자 반 데르 왈스를 들수 있다. 그는 1877년에 리상기체가 아니라 현실적으로 존재하는 실제기체의 상태방정식을 리론적으로 얻어내였는데 그것을 반 데르 왈스의 상태방정식이라고 부른다. 그것은 기체 1㏖의 경우에 다음과 같다.

$$(P+\frac{a}{V^2})\ (V-b)=RT$$

만일 여기서 a와 b가 들어간 마디를 무시할수 있다면 리상기체상태방정식을 얻는다.

제6절 기체분자운동론의 기본내용

분자에 대한 개념을 처음으로 명백히 제기한 사람은 아보가드로였다. 1827년에 영국식물학자 로버트 브라운은 액체나 기체속에 있는 작은 립자는 끊임없이 운동한다는것을 현미경을 통하여 발견하였다. 이것을 브라운운동이라고 부른다. 브라운운동이 왜 일어나는가 하는것은 1905년에 와서야 비로소 밝혀졌다. 즉 1905년에 아인슈타인이 브라운운동은 기체나 액체가 분자들로 이루어져있다고 보면 그 분자들의 무질서한 운동의 결과에 나타나는 현상이라는것을 밝혔던것이다. 그보다 한해전에 뽈스까물리학자 스몰루홉스끼도 브라운운동에 대한 리론을 내놓았다. 1907년에 프랑스물리학자 빼랭이 실험에 의하여 아인슈타인의 리론에서 나온 결론들이 옳다는것을 증명하였다. 그전까지는 물질이 분자들로 이루어졌다는것이 물리학자들속에서 공인되지 못하고 있었는데 빼랭의 실험이 있은 다음부터는 누구도 분자가 존재한다는것을 부인하지 못하게 되였다. 여러가지 화학법칙들은 원자, 분자의 개념을 쓰지 않고서는 도저히 설명할수 없었다. 화학자들은 여러가지 화학반응에서 반응에 참가하는 물질들의 질량이 언제나 반드시 일정한 비례관계에 있다는것을 알고있었다. 이로부터 그들은 여러가지 원자들의 질량의 상대적값을 알수 있었다. 따라서 어느 한가지 원자의 질량을 알면 다른 원자들의 질량을 구할수 있다. 현재 원자들의 질량을 표시하는 단위로서는 탄소의 동위원소 ${}^{12}_{6}C$ 의 질량을 12로 나눈것을 쓰는데 그것을 원자질량단위라고 부르며 m_A 로 표시한다.

$$m_A = (1.660\ 43 \pm 0.000\ 31) \times 10^{-24}\ g$$

이제 천연산소 16g을 취하면 그안에 들어있는 원자의 수는 다음과 같이 구할수 있다.

$$N_A = \frac{16g}{16m_A} = 6.022\ 1 \times 10^{23}$$

이것은 1㏖안에 들어있는 원자의 수인데 그것을 아보가드로수라고 부른다. 기체가 분자들로 이루어져있다는데 기초하여 리상기체의 상태방정식을 얻어보자. 그러기 위하여 기체가 벽에 주는 압력을 기체분자들의 운동과 결부시켜보자. 리상기체의 분자들은 주로 벽과 충돌한다고 가정하겠다. 그리고 분자가 벽에 수직인 방향으로 날아가다가 벽과 부딪치면 튐성충돌을 한다고 보면 처음에 $\vec{v}$만한 속도를 가지고 날아가던 분자는 벽과 부딪친 다음에는 $-\vec{v}$의 속도로 날아간다. 따라서

분자의 운동량은 $-2m\vec{v}$ 만큼 변하는데 이것은 분자가 벽에 $2m\vec{v}$만한 운동량을 준다는것을 의미한다. 이제 한개 분자가 벽에 주는 힘의 평균값을 구하자. 뉴톤의 제2법칙에 의하면 벽이 받는 힘은 운동량의 변화를 시간으로 나눈것과 같다. 분자가 벽과 한번 부딪친 다음 반대쪽 벽까지 갔다가 다시 처음벽과 부딪칠 때까지 걸린 시간을 t_1로 표시하면 $vt_1=2\ell$로 되여야 한다. 이로부터 $t_1=2\ell/v$로 된다. t만한 시간동안에 한개 벽과 부딪치는 수는

$$n=\frac{t}{t_1}=\frac{vt}{2\ell}$$

와 같고 이때 벽이 받는 운동량은

$$n\cdot 2mv=2mv\cdot\frac{vt}{2\ell}=\frac{mv^2t}{\ell}$$

와 같다. 이것을 t로 나누면 벽이 받는 힘의 평균값은 다음과 같다.

$$f=\frac{mv^2}{\ell}$$

이것은 한개 분자가 벽에 주는 힘의 평균값이다. 그릇안에 있는 기체분자의 수를 N이라고 하고 N/3개 분자가 우리가 생각하는 벽에 수직인 방향에서 운동한다고 하자. 그러면 벽이 받는 힘의 평균값은 다음과 같다.

$$\frac{N}{3}\frac{mv^2}{\ell}$$

이것을 벽의 면적 S로 나누면 벽이 받는 압력이 얻어진다.

$$P=\frac{N}{3}\frac{mv^2}{S\ell}$$

그런데 $S\ell=V$는 기체가 들어있는 그릇의 체적이므로 다음과 같이 쓸수 있다.

$$PV=\frac{N}{3}mv^2$$

이것을 리상기체의 상태방정식 PV=NkT와 비교하면

$$\frac{mv^2}{2}=\frac{3}{2}kT$$

라는 결론이 나온다. 이 공식에서 왼쪽에 있는것은 한개 분자의 운동에네르기이며 더 정확히 말하면 한개 기체분자의 평균운동에네르기이

다. 그러므로 이 공식은 분자의 평균운동에네르기와 절대온도사이에 비례관계가 있다는것을 보여준다. 이것은 온도가 분자들의 운동과 련관되여있으며 따라서 열소라는 신비한 립자를 생각할 필요가 없다는 것을 보여준다. 나아가서 이것은 열과 관련된 현상들을 분자들의 무질서한 운동에 의하여 리해할수 있다는것을 보여준다. 이와 같이 기체의 성질을 기체분자들의 무질서한 운동에 기초하여 설명하는 리론을 기체분자운동론 또는 간단히 기체운동론이라고 부른다. 그리고 기체분자들의 무질서한 운동을 열운동이라고 부른다. 열운동은 실례로 바람이 불때에 일어나는 기체의 질서있는 운동과는 다르다.

보통상태에서 기체분자들의 열운동속도가 얼마나 큰가 하는것을 보기 위하여 T＝300K일 때 산소분자의 열운동속도를 계산해보자. 산소분자의 분자량은 32이므로 산소 1㏖의 질량은 32g이다. 그것은 6.02×10^{23}개 산소분자의 질량이므로 한개 산소분자의 질량은 다음과 같다.

$$m=\frac{32g}{6.02\times10^{23}}=5.31\times10^{-23}g$$

즉 $m=5.31\times10^{-26}$kg이며 산소분자의 평균속도는 다음과 같다.

$$v=\sqrt{\frac{3\times1.38\times10^{-23}\times300J}{5.31\times10^{-26}kg}}=480\,\mathrm{m/s}$$

이것이 공기분자들의 열운동속도이다.

문제와 풀이

1. 체적이 1ℓ인 그릇속에 압력이 2×10^{6}Pa인 기체가 들어있다. 마개를 열고 온도가 변하지 않는 조건에서 기체가 퍼지게 한다면 기체는 얼마만한 체적을 차지하겠는가? 기체가 다 퍼지면 기체의 압력은 표준대기압과 같아진다.

풀이. 처음에 기체의 체적은 V_1＝10ℓ＝10^2㎥이고 압력은 P_1＝2×10^{6}Pa이였다. 온도가 변하지 않았으므로 $P_2V_2=P_1V_1$로 되는데 $P_2=10^5$Pa이다. 그러므로

$$V_2=\frac{P_1}{P_2}\cdot V_1=200\ell$$

로 된다. 대기압을 $P_2=1.013\times10^5$Pa로 보면 $V_2=197.4\ell$가 얻어진다. 이것은 V_1의 거의 20배이다.

2. 무더운 여름에 자전거바퀴에 공기를 지나치게 넣으면 내피가 저

절로 터질수 있으므로 공기를 적당히 넣는것이 좋다. 왜 그런가?

풀이. 무더운 여름에는 내피안에 있는 공기의 온도가 올라가므로 내피안에 있는 공기의 압력이 커진다. 게다가 자전거가 달리면 내피와 그안에 있는 공기의 온도가 더 올라가기때문에 내피안의 공기의 압력이 더 커진다. 사람이 자전거를 타면 사람의 몸무게때문에 바깥압력이 커지고 내피의 체적이 줄어들므로 압력이 더 커진다. 그 결과에 내피가 터질수 있다.

3. 체적이 일정한 밀폐된 그릇안에 있는 기체의 온도가 올라가는것을 보고 다음과 같이 말하였다. 옳은가, 틀리는가?

ㄱ) 밀도와 압력이 모두 커진다.

ㄴ) 밀도만 커지고 압력은 변하지 않는다.

ㄷ) 밀도는 변하지 않고 압력만 커진다.

ㄹ) 절대온도는 더 많이 올라가고 쎌시우스온도는 더 적게 올라간다.

풀이. 체적이 일정할 때 기체의 압력과 온도사이의 관계는 샬의 법칙에 의하여 다음과 같다.

$$P = P_0\left(1+\frac{t}{273}\right) = \frac{P_0 T}{273}$$

이것은 압력이 절대온도에 비례한다는것을 보여준다. 온도가 올라간다고 하였으므로 압력이 커진다.

ㄱ)는 틀린다. 밀도는 변하지 않고 압력은 커진다. 밀도는 기체의 전체 질량을 체적으로 나눈것과 같은데 질량은 변하지 않았고 체적도 일정하게 유지되므로 밀도는 변하지 않는다.

ㄴ)는 틀리고 ㄷ)는 옳다. ㄹ)는 틀린다. 절대온도와 쎌시우스온도는 값은 다르지만 변화되는 크기는 같으므로 다 같이 올라간다.

4. 체적이 $2m^3$인 기체탕크에 1℃의 기체를 5×10^5 Pa의 압력으로 채웠다. 기체의 압력이 10^5 Pa, 온도가 20℃로 되면 체적은 얼마로 되겠는가?

풀이. $V_1 = 2m^3$, $T_1 = 274K$, $P_1 = 5\times10^5$ Pa, $P_2 = 10^5$Pa, $T_2 = 293K$

이므로

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$$

로부터 V_2은 다음과 같다.

$$V_2 = \frac{T_2}{T_1}\cdot\frac{P_1}{P_2}V_1 = 10.69\ m^3$$

답. $V_2 = 10.69m^3$

5. 자전거뽐프의 고무관을 손으로 꽉 막고 피스톤을 내려누를 때와 우로 당길 때 뽐프안에 있는 공기의 상태가 어떻게 변하는가?

답. 자전거뽐프의 고무관을 손으로 막으면 뽐프안에 있는 기체의 량은 변하지 않으므로 리상기체의 상태방정식을

$$\frac{P_2V_2}{T_2}=\frac{P_1V_1}{T_1}$$

와 같이 쓸수 있다. 피스톤을 빨리 움직이면 공기의 온도가 변할수 있다. 그 변화를 무시할수 있다면 $P_2V_2=P_1V_1$이라고 볼수 있다. 피스톤을 내려누르면 체적은 줄어들고 뽐프안에 있는 공기의 압력은 커진다. 피스톤을 우로 당기면 뽐프안에 있는 공기의 체적은 커지고 압력은 낮아진다.

6. 일정한 온도에서 기체의 체적이 0.15㎥로부터 0.10㎥까지 줄어들었을 때 압력은 처음값보다 2×10^5 Pa만큼 커졌다. 이 기체의 처음압력을 구하여라.

풀이. 이 경우에는 $P_2V_2=P_1V_1$라는것을 리용해야 한다.

$P_2=P_1+2\times10^5$ Pa이므로 P_1는 다음과 같이 구한다.

$$\frac{P_2}{P_1}=1+\frac{2\times10^5}{P_1}=\frac{V_1}{V_2}=1.5,\quad P_1=4\times10^5\ \text{Pa}$$

답. $P_1=4\times10^5$ Pa

7. 산소공장에서 체적이 40L인 강철통안에 1.5×10^7 Pa의 압력으로 산소를 압축하여 넣는다. 이 통안에 표준상태에 있는 산소 몇㎥가 들어가겠는가?

풀이. 40L$=4\times10^{-2}$ ㎥안에 $P_1=1.5\times10^7$ Pa의 압력으로 들어있는 산소의 압력을 $P_2=10^5$ Pa로 낮추면 산소가 차지하는 체적이 몇㎥로 되겠는가 하는것을 구해야 한다. 온도가 일정하다고 보면 $V_1=4\times10^{-2}$ ㎥이므로

$$V_2=\frac{P_1}{P_2}V_1=6\ \text{m}^3$$

로 된다.

답. $V_2=6$ ㎥

8. 공장에서 전등을 만드는데 전등안에 20℃의 질소가스를 76㎪만한 압력으로 넣는다. 전등에 전류가 흐를 때 질소가스의 압력은 100㎪

을 넘지 말아야 한다. 전등안의 질소가스의 온도는 얼마로 되여야 하는가?

풀이. 이 경우에는 전등안의 체적이 곧 질소가스의 체적이므로 그것은 일정하며 따라서 공식

$$\frac{P_2}{T_2}=\frac{P_1}{T_1}$$

를 리용하여야 한다. 이로부터

$$T_2=\frac{P_2}{P_1}T_1=\frac{100}{76}\times 293K=385.5K$$

즉 t_2=112.5℃이다. 이것보다 온도가 높지 말아야 한다.

답. 약 112℃

9. 온도가 0℃일 때 자동차바퀴에 있는 공기의 압력은 750㎪이다. 자동차가 달릴 때 바퀴의 온도가 35℃까지 올라갔다. 이때 공기의 압력은 얼마로 되였겠는가? 바퀴안에 있는 공기의 체적은 일정하다고 보아라.

풀이. $V_2=V_1$이므로 P_2은 다음과 같이 구한다.

$$\frac{P_2}{T_2}=\frac{P_1}{T_1},\quad P_2=\frac{T_2}{T_1}P_1=846.15\text{㎪}$$

답. 약 846㎪

10. 자동차바퀴안의 공기의 압력이 온도가 −30℃인 겨울날에도 500㎪이 되게 하기 위해서는 온도가 15℃인 차고안에서 자동차바퀴안의 공기의 압력을 얼마로 되게 하여야 하겠는가?

풀이. $V_2=V_1$이라고 보면 다음값을 얻는다.

$$P_2=\frac{T_2}{T_1}P_1=592.6\text{㎪}$$

답. 온도가 15℃인 차고안에서 자동차바퀴안에 있는 공기의 압력이 약 593㎪로 되게 하여야 한다.

11. 온도가 15℃, 압력이 10^5Pa인 공기의 체적이 2L이다. 이 공기의 체적이 4L로 불어나고 온도가 20℃까지 높아졌다면 압력은 얼마로 되였겠는가?

풀이. 여기서는 P, V, T가 다 변하므로 P_2은 다음과 같이 구한다.

$$P_2=\frac{V_1T_2}{V_2T_1}P_1=50\,868(\text{Pa})$$

답. 약 51㎪

12. 15L의 체적을 가진 그릇속에 산소가 들어있다. 이 산소의 압력은 70㎪이고 온도는 20℃이였다. 표준상태에서는 이 산소가 얼마만한 체적을 차지하겠는가?

풀이. 리상기체의 상태방정식으로부터 다음과 같다.

$$V_2 = \frac{P_1 T_2}{P_2 T_1} V_1 = 9.78L$$

답. 9.78L

13. 15℃일 때 기체의 압력이 80㎪이였다. 이 기체의 상태가 표준상태(0℃, 10^5 Pa)로 변하였을 때 기체의 체적은 얼마로 되겠는가? 기체의 처음체적은 2㎥였다.

풀이. T_1＝288K, P_1＝80㎪, V_1＝2㎥이고 T_2＝273K, P_2＝100㎪이므로 V_2은 다음과 같다.

$$V_2 = \frac{P_1 T_2}{P_2 T_1} V_1 = 1.517 \text{ m}^3$$

답. 약 1.5㎥

14. 기체의 절대온도를 2배로 높였더니 압력이 25%만큼 더 커졌다. 체적은 몇배로 되였겠는가?

풀이. 문제에서 주어진것은 다음과 같다.

$$\frac{T_2}{T_1} = 2, \quad \frac{P_2}{P_1} = 1.25$$

이로부터 V_2 / V_1의 값을 구해야 한다.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} \frac{T_2}{T_1} = 1.6$$

답. 1.6배로 커졌다.

15. 압력이 100㎪인 일정한 량의 공기를 압축하여 체적을 $\frac{1}{10}$로 되게 줄였더니 공기의 온도가 23℃로부터 37℃로 높아졌다. 압축된 공기의 압력은 얼마로 되였겠는가?

풀이. 문제에서 주어진것은 다음과 같다. P_1＝100㎪, $V_2 = V_1 / 10$, T_1＝296K, T_2＝310K. 이것을 리용하여 P_2을 구해야 한다.

$$P_2 = \frac{V_1 T_2 P_1}{V_2 T_1} = 1\ 047.3\text{kPa}$$

답. 약 1 047kPa

16. 10m깊이의 물속에 있던 7℃의 공기방울이 물결면에 떠오르면 공기방울의 체적이 몇배로 커지겠는가? 물결면에서의 대기압은 10^5 Pa이고 공기의 온도는 27℃이다.

풀이. 이 문제를 풀자면 먼저 10m깊이의 물속에서의 압력 P_1를 구해야 한다. 그것은 대기압인 100kPa에 10m만한 높이의 물기둥의 압력 ρgh를 더한것과 같다. $\rho = 10^3 \text{kg/m}^3$, $g = 9.8\text{m/s}^2$, $h = 10\text{m}$를 넣으면 $\rho gh = 98\text{kPa}$로 된다. 따라서 $P_1 = 198\text{kPa}$이다. $T_1 = 280\text{K}$, $T_2 = 300\text{K}$, $P_2 = 100\text{kPa}$을 넣으면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2 P_1}{T_1 P_2} = 2.121$$

답. 물결면에 떠오르면 공기방울의 체적은 약 2.12배로 커진다.

17. 체적이 200m^3인 가스탕크안에 압력이 1.2×10^5 Pa인 수소기체가 들어있다. 이 수소기체를 체적이 40L인 강철통안에 150×10^5 Pa의 압력으로 압축하여 넣으려고 한다. 강철통이 몇개이면 다 넣을수 있겠는가? 온도는 일정하게 유지된다고 본다.

풀이. 실지에 있어서는 공기를 압축할 때 공기의 온도가 좀 올라간다. 그러나 절대온도의 값은 크게 변하지 않으므로 그 변화를 무시할수 있다. 그러므로 보일－마리오뜨의 법칙에 의하여 $P_2 V_2 = P_1 V_1$로 된다. 이로부터

$$V_2 = \frac{1.2 \times 10^5}{150 \times 10^5} \times 200m^3 = 1.6m^3 = 1\ 600L$$

$V_2 = 40 \times 40\text{L}$이므로 강철통이 40개 필요하다.

답. 40개

제10장 액체와 고체의 성질

액체와 고체의 성질에서 액체와 고체를 이루는 분자들의 열운동과 관련된 현상들이 중요한 자리를 차지한다. 이와 함께 액체의 겉면장력과 관련된 여러가지 문제도 액체와 관련하여 알아야 할것들이다. 이 장에서는 이러한 문제들을 취급한다.

제1절 원자와 분자

모든 물질은 원자와 분자로 이루어져있는것만큼 액체와 고체의 성질을 리해하자면 먼저 원자와 분자에 대하여 알아야 한다.

원자는 핵과 그 주위를 돌고있는 전자들로 이루어져있다. 핵은 양전기를 띠고있고 전자는 음전기를 띠고있다. 원자에서 전자들은 층을 이루면서 분포되여있는데 그러한 층을 전자각이라고 부른다. 핵에 가까운 전자각에 있는 전자들은 핵과 세게 결합되여있으며 화학결합에 참가하지 않는다. 화학결합에는 주로 핵으로부터 멀리 떨어져있는 전자들이 참가한다. 그런 전자들이 있는 전자각을 바깥전자각이라고 부른다.

원자들이 어떻게 분자로 결합되며 여기서 전자들이 노는 역할이 무엇인가 하는데 대한 표상을 가지기 위하여 제일 단순한 분자인 수소분자 H_2을 생각하자. 그것은 두개 수소원자로 이루어져있다. 핵은 전체 원자에서 극히 작은 체적을 차지한다. 원자의 직경은 10^{-10}m정도이지만 핵의 직경은 10^{-15}m로부터 10^{-14}m정도까지의 범위에 있다. 원자가 직경이 10m인 구라고 하면 핵은 직경이 1㎜ 또는 0.1㎜밖에 안되는 먼지알과 비슷하다. 그러나 원자의 질량의 대부분은 핵이 가지고있다. 수소분자에서 전자구름의 모양은 대략적으로 그림 10－1과 같다. 원자나 분자에서 전자는 질점으로 볼수 없으며 구름과 비슷하다. 그래서 전자구름이라는 말을 쓴다. 그림에서 알수 있는것처럼 두 핵사이에 전자구름이 많이 들어있다. 바로 이 전자구름이 량쪽에 있는 핵들을 끌어당기

그림 10－1. 수소분자에서 전자구름의 모양

며 그 결과에 두 수소원자가 굳게 결합되는것이다. 그런데 전자는 두개까지는 가까이 있을수 있지만 세개의 전자는 가까이 있을수 없다. 그래서 수소분자는 두개 수소원자로 이루어져있는것이다.

몇가지 분자의 모양을 보자. 분자의 모양에 대하여 말할 때에는 전자구름에 대해서는 이야기하지 않고 주로 핵이 놓여있는 자리 또는 더 정확히 말하면 원자심에 대하여 말한다. 원자심이라는것은 바깥전자각에 있는 전자들을 제외한 나머지 부분들을 념두에 둔다. 이산화탄소 CO_2분자에서는 탄소원자가 가운데에 있고 그 량쪽에 산소원자가 하나씩 있으며 평형상태에서 그것들은 멎어있다고 보아도 된다. 실지는 원자들이 평형자리를 중심으로 하여 작은 범위에서 운동하는데 그러한 운동을 분자의 진동이라고 부른다. 물분자 H_2O에서는 산소원자로부터 105.5°정도의 각을 가진 두 방향에 수소원자가 놓여있으며 이 원자들이 평형자리가까이에서 진동한다. (그림 10－2)

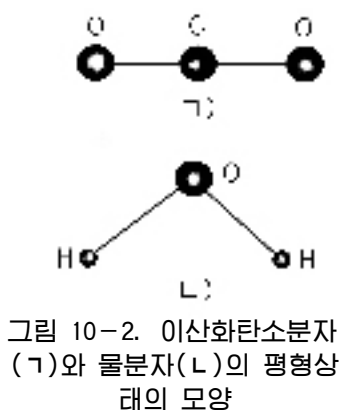



그림 10－2. 이산화탄소분자(ㄱ)와 물분자(ㄴ)의 평형상태의 모양

벤졸분자 C_6H_6에는 6개 탄소원자와 6개 수소원자가 있는데 그것들은 그림 10－3과 같이 놓여있다. 12개 원자가 평형상태에서는 한평면에 놓여있다. 이와 달리 메탄분자 CH_4에서는 탄소원자가 중심에 놓여있고 그로부터 서로서로 109°28′의 각을 이루는 네개 방향에 수소원자가 놓여있다. (그림 10－4)

보통 한개 분자안에서 원자들은 매우 세게 결합되여있지만 분자들사이의 결합은 그에 비하면 상대적으로 약하다.

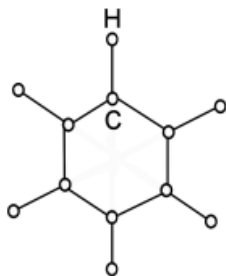



그림 10－3. 벤졸분자

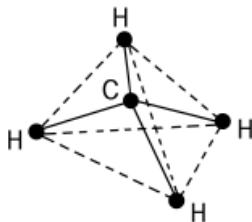



그림 10－4. 메탄분자

제2절 고체의 구조와 고체에서 분자들의 열운동

고체에는 결정체와 무정형체의 두가지가 있다. 결정체는 깨여져도 모가 나게 깨여지지만 무정형체는 깨여지면 아무런 형태로나 다될수 있다. 고체에서는 매개 원자가 평형자리에서 조금밖에 벗어나지 못하며 이 점에서 액체나 기체와 차이난다. 고체를 이루는 기본단위는 원자, 분자 또는 이온이다. 그것들은 평형자리에 있는데 그자리에서 약간 벗어나면 다시 평형자리로 떠미는 힘을 받는다. 그러므로 평형자리를 중심으로 하여 작은 범위에서 진동한다. 그것은 용수철에 매단 물체가 진동하는 것과 비슷하다.

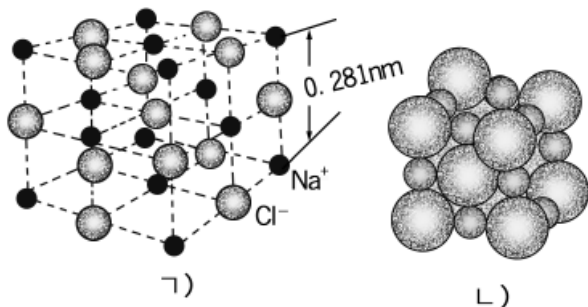



그림 10-5. 소금결정의 구조

결정체의 실례로 소금결정을 들수 있는데 그것은 화학식으로 NaCl과 같이 쓴다. 소금결정은 Na^{+}이온과 Cl^{-}이온들이 규칙적으로 놓여있는 결정이다. 그림 10-5에 그것을 보여주었다. 여기서 ㄱ)는 도식이고 ㄴ)는 모형이다. 도식과 모형에서 염소이온은 크게 그리고 나트리움이온은 작게 그렸다. 소금결정의 겉면을 보면 모가 나있는데 그것은 결정안에서 이온들이 규칙적으로 배렬되여있는 결과이다. 매개 Na^{+}이온가까이에는 Cl^{-}이온들이 있고 매개 Cl^{-}이온가까이에는 Na^{+}이온들이 있다. 이온들사이에는 센 끌

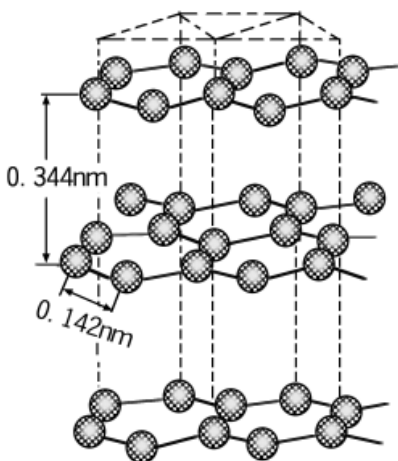



그림 10-6. 흑연결정의 구조

힘이 작용하기때문에 결합이 강하다.

그림 10－6에 흑연결정의 구조를 보여주었다. 흑연은 탄소원자들이 층을 이루면서 층들이 평행으로 놓여있다. 연필은 흑연으로 만든다. 글을 쓸 때에는 한개 층씩 떨어져서 종이에 붙으면서 글자로 된다. 그것은 한개 층에 있는 탄소원자들은 세게 결합되여있어서 쉽게 갈라지지 않지만 서로 다른 층에 있는 탄소원자들은 약하게 결합되여있으므로 쉽게 그 결합이 끊어지기때문이다. 같은 탄소원자들로 이루어진 금강석은 대단히 굳은 물질로 알려져있다. 그것은 금강석에서 탄소원자들이 매우 센 결합을 이루고있는것과 관련되여있다. 이와 같이 물질의 성질은 그것이 어떤 원자들로 이루어져있는가 하는것에만 관계되는것이 아니라 원자들이 서로 어떻게 결합되여있는가 하는것에도 크게 관계된다.

유리와 같은 고체는 깨여지면 그 어떤 규칙성도 찾아볼수 없다. 유리에서는 분자들이 규칙적으로 놓여있지 않고 질서없이 놓여있다. 이런 물체를 무정형체라고 부른다. 고체에 열을 주면 고체를 이루는 립자들의 열운동이 더 세게 일어난다. 절대령도에서는 헬리움만이 액체상태로 남아있고 다른 물질은 모두 고체로 된다. 그리고 절대령도에서는 고체를 이루는 립자들이 모두 멎어있는다고 생각할수 있는데 사실은 그렇지 않다. 열운동은 없어지지만 절대령도에서도 고체를 이루는 립자들은 완전히 멎어버리지 않는다. 그것들은 평형자리가까이에서 《령점진동》이라고 부르는 진동을 한다.

고체에 열을 주어 고체의 온도가 높아지면 립자들의 열운동이 더 세차게 일어난다. 이때 매개 립자는 평형자리에서 멀리 달아나지 못하고 좁은 범위에서 운동한다. 그 운동은 기체를 이루는 분자들의 운동과 다르다. 기체분자들은 아주 드물게 서로 부딪치고 나머지 시간은 자유롭게 운동하지만 고체를 이루는 립자들은 다른 립자들로 둘러싸여있으므로 그것들과 끊임없이 호상작용하며 그 결과에 평형자리가까이에서 진동한다. 온도가 매우 높으면 진동이 대단히 세게 일어나므로 질서가 헝클어지게 된다. 그렇게 되면 고체는 녹아서 액체로 된다.

제3절 액체의 구조와 액체에서 분자들의 열운동

액체라고 하면 물을 먼저 생각하게 된다. 물의 성질에 대해서는 지금까지 많이 연구하여왔지만 아직도 모르는것이 많다. 액체의 실례로서는 물과 함께 기름, 글리세린, 알콜, 수은 등을 들수 있다. 액체의

성질가운데서 어떤것은 고체의 성질에 가깝고 어떤것은 기체의 성질에 가깝다. 실례로 상당히 큰 압력을 주어도 액체의 체적은 거의 변하지 않는데 이것은 고체의 성질과 비슷하다. 온도가 올라가면 액체의 체적은 일반적으로 불어나는데 기체에서처럼 크게 불어나지 않고 고체와 비슷한 정도로 불어난다. 액체는 쉽게 흐르며 그릇의 모양에 따라 그 모양이 변하는데 이런것은 기체의 성질에 가깝다. 이와 같이 액체의 성질은 고체의 성질과 기체의 성질의 중간에 있다고 볼수 있다. 어떤 물질이 기체인가, 액체인가 또는 고체인가 하는것을 말할 때에는 보통상태 즉 압력이 0.1㎫(1대기압)이고 온도가 300K정도일 때 그 물질이 어떤 상태에 있는가 하는것을 념두에 둔다. 이제 액체의 성질을 좀더 구체적으로 보자.

액체는 쉽게 흐른다. 그래서 액체와 기체를 통털어서 류체라고 부른다. 액체의 웃면은 수평면으로 되는데 그것은 지구중력이 작용하기때문이다. 액체가 쉽게 흐르는것은 액체에서 분자들사이의 결합이 약하기때문이다. 액체의 모양은 쉽게 변하지만 체적은 거의 변하지 않는다. 그 원인은 액체겉면에 있는 액체분자들이 액체를 굉장히 큰 힘으로 내리누르고있다는데 있다.

액체가 증발하거나 끓으면서 기체로 되면 체적이 1 000배정도로 커지지만 응축되여 고체로 되면 체적이 몇%밖에 달라지지 않는다. 이것은 물을 보아도 잘 알수 있다. 물이 100℃에서 끓어서 수증기로 넘어갈 때에는 1㎤의 물이 1.25L의 수증기로 넘어간다.

이것은 액체로부터 기체로 넘어갈 때 체적이 1 250배로 커진다는것을 의미한다. 그러나 0℃에서 물이 얼음으로 넘어갈 때에는 체적이 9%밖에 커지지 않는다. 대부분의 액체는 고체로 넘어갈 때 체적이 줄어들지만 물은 반대로 체적이 커진다. 물의 밀도는 4℃에서 가장 크고 물이 얼음으로 되면 밀도가 작아진다. 겨울에 강물이 얼어도 그밑에서는 물이 흐르는데 그것은 바로 4℃의 물이 제일 무겁기때문이다. 얼음도 온도가 서로 다를수 있다. 북방의 추운 지대에서는 밤에 얼음이 갈라터지는 소리를 들을수 있는데 그것은 얼음의 온도가 내려가면서 밀도가 작아지기때문이다. 그 결과에 얼음의 체적이 커지면서 터지는것이다.

액체에서 분자들이 어떻게 놓여있는가 하는것은 1940년대초에 이전 쏘련의 리론물리학자 야꼬브 일리이치 프렝켈이 밝혔다. 그때까지는 액체가 기체에 가깝다고 생각하고있었는데 프렝켈은 액체에서 분자들이 놓여있는 모양이 고체에서와 비슷하리라고 생각하였다. 그렇게 생각하게 된것은 액체의 밀도가 고체의 밀도에 가까우며 큰 압력을 주어도 액체의 체적이 거의 변하지 않기때문이였다. 결정에서 원자들은 규칙적으로 배치되여있으며 그러한 질서가 먼곳까지도 유지된다. 액체에서도 가까운 거리에서는 원자들이 일정한 질서를 가지고있지만 먼 거리

까지 그 질서가 유지되지 못한다. 프렝켈의 이러한 예견은 그후 직접적인 관측에 의하여 확증되였다. 그리하여 지금은 액체의 구조가 기체보다 고체에 훨씬 더 가깝다고 보고있다. 프렝켈의 리론에 의하면 액체에서 분자는 한 자리에서 몇백만번 떨다가 다른 자리로 옮겨가군 한다. 그러나 100만번 떠는데 걸리는 시간은 10^{-6}초정도밖에 걸리지 않는다. 그러므로 우리가 볼 때에는 액체가 쉽게 흐르는것으로 보인다.

액체의 체적이 고체의 체적과 크게 차이나지 않는것은 액체에서 분자들사이의 거리가 매우 작기때문이다. 액체에서 분자들은 너무 가까이 접근하면 배척하지만 너무 멀리 떨어지면 끌어당긴다. 그리하여 어떤 적당한 거리에 있게 된다. 액체의 온도가 올라가서 액체분자들의 열운동속도가 커지면 분자들사이의 평균거리가 커지며 따라서 액체의 체적이 커진다. 이런 현상을 액체의 열팽창이라고 부른다. 그러나 액체에서 열팽창은 기체와는 크게 차이나며 고체의 열팽창과 비슷하다. 이것도 역시 액체의 구조가 고체의 구조에 가까운 결과이다.

제4절 열에 의한 고체의 팽창

고체가 열을 받아 온도가 높아지면 길이가 늘어나는데 이것을 열에 의한 고체의 길이팽창이라고 부른다. 길이팽창은 건설에서 반드시 고려해야 할 중요한 현상이다. 몇가지 실례를 들어보자.

공중에 있는 전선줄을 보면 겨울에는 팽팽하게 당겨진 상태에 있지만 여름에는 길게 늘어져있다.

철길을 보면 레루들사이에 짬이 있는것을 볼수 있다. 그러한 짬을 두는것은 더운 여름날에 레루의 길이가 늘어나는것을 고려하였기때문이다. 긴 다리를 보면 일정한 간격으로 짬을 만들어놓은것을 볼수 있다. 이것도 역시 다리를 이루고있는 고체의 길이가 늘어나는것을 고려한것이다. 전기철도에서 전류가 흐르는 줄이 늘어나면 안되기때문에 여름에도 전선줄이 빳빳하게 되도록 해야 한다. 이러한 목적으로 일정한 거리마다 전선줄의 끄트머리에 무거운 짐을 매달아놓았다.

이런것들을 잘 고려하자면 온도가 높아지거나 낮아질 때 고체의 길이가 어떤 법칙에 따라 변하는가 하는것을 잘 알아야 한다. 0℃일 때 고체의 길이를 ℓ_0, t℃일 때의 길이를 ℓ_t로 표시하면 $\ell_t - \ell_0$은 늘어난 길이를 의미한다. 실험에 의하면 그것은 ℓ_0에 비례하고 t에도 비례한다. 그러므로 $\ell_t - \ell_0 = \alpha \ell_0 t$라고 쓸수 있다. 또는 $\ell_t = \ell_0(1+\alpha t)$라고 쓸수 있다. α는 t에 관계되지 않는 상수라고 볼수 있는데 그것을 고체의 길이팽창결수라고 부른다. α의 단위는 $1℃^{-1}$이라고도 쓰고 $1K^{-1}$이라고도 쓰는데 그 값은 같다. 지금은 $1K^{-1}$로 쓰는 경우가 많다.

표 10-1에 몇가지 고체의 길이팽창결수의 값을 주었다.

표 10-1 고체의 길이팽창결수의 값

물질	$\alpha(K^{-1})$	물질	$\alpha(K^{-1})$
알루미니움	2.5×10^{-5}	유리	0.85×10^{-5}
월프람	4×10^{-6}	아연	2.6×10^{-5}
철	1.2×10^{-5}	강철	1.1×10^{-5}
인바르	0.9×10^{-6}	백금	0.9×10^{-5}
동	1.7×10^{-5}	벽돌	0.55×10^{-5}
연	2.9×10^{-5}	석영유리	5×10^{-7}

표에서 보는것처럼 대부분의 고체의 길이팽창결수의 값은 $10^{-5}\,K^{-1}$정도이다. 이것은 고체의 온도가 1 000℃일 때 그것의 길이는 0℃일 때의 길이의 100분의 1정도밖에 변하지 않는다는것을 의미한다. 인바르는 길이팽창결수가 작게 만든 특수합금이다.

길이팽창을 고려하는 실례를 들어보자.

전선줄의 길이를 얼마로 되게 해야 하는가를 타산해보자. 두 전주사이의 거리가 50m라고 하고 가장 추울 때의 온도가 −40℃이고 가장 더운 때의 온도가 +40℃이라면 −40℃일 때의 길이를 ℓ_{-40}, +40℃일 때의 길이를 ℓ_{40}이라고 할 때

$$\frac{\ell_{40}}{\ell_{-40}}=\frac{1+40\alpha}{1-40\alpha}$$

이다. $\alpha=2\times10^{-5}K^{-1}$이라면 $\ell_{40}=(1+1.6\times10^{-3})\ell_{-40}$을 얻는다. $\ell_{-40}=50m$라면 $\ell_{40}=50.08m$이다. 그러므로 40℃일 때 전선줄의 길이는 50m보다 8㎝만큼 더 길게 된다.

철길레루의 길이가 10m라면 철의 길이팽창결수가 $1.1\times10^{-5}\,K^{-1}$이라는것을 고려할 때 같은 조건에서 $\ell_{40}-\ell_{-40}=8.8$㎜ 즉 거의 1㎝라는것을 알수 있다. 이것은 레루들사이의 짬을 1㎝정도로 두어야 한다는것을 의미한다. 0℃일 때 레루의 길이가 10m이라면 40℃일 때 그 길이는 4.4㎜정도로 늘어나므로 두 레루사이의 짬은 4.4㎜이면 된다.

용접할 때에도 열팽창성질을 고려해야 한다.

고체가 열팽창할 때 길이가 늘어난다고 하면 한쪽방향으로만 늘어난다고 생각할수도 있는데 실지는 그런것이 아니라 모든 방향에서 같은 비률로 늘어난다. 그러므로 0℃에서의 체적을 V_0, t℃에서의 체적을 V_t로 표시하면 다음과 같이 된다.

$$V_t=V_0(1+\alpha t)^3$$

고체에서 αt의 절대값은 1보다 훨씬 작으므로 $(1+\alpha t)^3=1+3\alpha t$라

고 볼수 있으며 따라서 $\beta=3\alpha$라고 하면

$$V_t = V_0(1+\beta t)$$

로 된다. β를 고체의 체적팽창결수라고 부른다. $\beta=3\alpha$이므로 고체에 대해서는 길이팽창결수만 알면 체적팽창결수는 쉽게 구할수 있다.

여기서 얼음의 체적팽창에 대하여 간단히 이야기하겠다. 대부분의 고체는 온도가 낮아지면 체적이 줄어드는데 얼음은 온도가 낮아지면 체적이 커진다. 실례로 유리병안에 물을 가득 부어넣고 마개를 막아서 추운 겨울날에 바깥에 두면 얼음이 팽창하면서 유리병이 깨여진다. 이때 얼음이 유리에 주는 압력은 대단히 크다. 강철통안에 물을 가득 채워서 추운 겨울날에 바깥에 두어도 강철통이 터진다.

온도가 높아질 때 고체의 체적이 커지는것은 고체를 이루는 원자 또는 분자들의 열운동으로 설명할수 있다. 분자의 열운동속도의 평균값은 $\sqrt{T}$에 비례하며 따라서 온도가 높아지면 원자, 분자들의 열운동속도가 커진다. 그 결과에 그것들사이의 평형거리가 커지며 그리하여 고체의 길이와 체적이 커진다.

제5절 액체의 열팽창

액체에서는 길이라는것을 생각할수 없기때문에 액체의 열팽창이라고 하면 그것은 체적팽창을 의미한다. 즉 액체의 온도가 높아지면 액체의 체적이 커진다. 이것은 온도가 높으면 액체의 밀도가 작아진다는것을 의미한다. 기체의 체적팽창결수는 $\frac{1}{273}K^{-1}=0.003\ \ 7K^{-1}$정도이지만 액체의 체적팽창결수는 $10^{-4}K^{-1}$정도이다. 0℃일 때 액체의 체적이 V_0이고 t℃일 때 그것이 V_t라면

$$V_t=V_0(1+\beta t)$$

이며 β를 액체의 체적팽창결수라고 부른다. 표 10－2에 몇가지 액체의 체적팽창결수의 값을 주었다.

표 10－2　　몇가지 액체의 체적팽창결수의 값

물질	$\beta(K^{-1})$	물질	$\beta(K^{-1})$
물(5～10℃)	0.000 053	석 유	0.000 9
물(10～20℃)	0.000 15	알 콜	0.001 1
물(20～40℃)	0.000 302	수 은	0.000 18

액체의 체적팽창은 다음과 같은 간단한 방법으로 알아낼수 있다. 그림 10－7에서 왼쪽에 있는 그릇의 웃부분은 막혀있고 깔때기와 련결된 유리관의 굽은 부분까지 액체를 채운다. 그런 다음 가열하면 일부 액체가 유리관을 통하여 바깥으로 나온다. 넘쳐난 액체의 체적을 알면 그릇속에 있는 액체의 체적이 얼마나 불어났는가를 알수 있다. 이때 유리의 체적도 커진다는것을 고려하면 $V_t - V_0$의 값을 구할수 있다. 표에서 알수 있는것처럼 액체의 체적팽창결수는 고체의 체적팽창결수에 비하여 10배정도 크고 기체의 체적팽창결수에 비하면 10분의 1정도이다. 그러므로 열팽창의 견지에서 보아도 액체는 기체와 고체의 사이에 있다는것을 알수 있다.

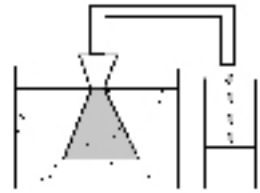
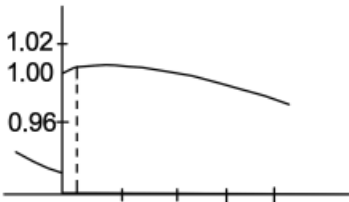
그림 10－7. 액체의 열팽창을 연구하는 실험

액체들가운데서 물의 체적팽창성질은 특이하다. 이것을 고려하여 표에서는 물의 체적팽창결수를 몇가지 온도구간에서 주었다. 물의 밀도는 4℃일 때 제일 크고 그와 다른 온도에서는 그것보다 작다. 실지에 있어서는 온도에 따라 물의 밀도가 변하는것이 그림 10－8과 같다. 그림에는 온도가 0℃보다 낮을 때 얼음의 밀도가 온도에 따라 변하는 모양도 보여주었다. 물의 체적이 온도에 따라 변하는 모양을 좀더 구체적으로 그리면 그림 10－9와 같이 된다. 그림에서 $\triangle V = V_t - V_0$은 체적의 변화이고 V_4는 4℃일 때의 체적이다. 그림에서 보는것처럼 4℃일 때 체적이 최소로 되는데 이것은 4℃에서 물의 밀도가 최대로 된다는것을 보여준다. 북극에 있는 얼음산이 녹을 때 큰 얼음덩어리가 바다물속에 들어가는 경우가 있다. 그것은 산이라고 볼수 있을 정도로 큰데 물우에 나타나있는것은 전체 얼음산(빙산)의 체적의 10%정도밖에 안되고 90%는 물속에 잠겨있다. 이로부터 《빙산일각》이라는 말이 생겨났다. 가정에서 흔히 보게 되는 온도계는 액체온도계이다. 알콜이 올라간 높이가 잘 보이도록 하기 위하여 물감을 섞어서 만든다. 액체의 체적은 작게 변하기때문에 온도계의 아래부분에는 비교적 많은 액체가 들

그림 10－8. 온도에 따르는 물의 밀도의 변화

그림 10－9. 물의 체적팽창특성

어있게 하고 우로 올라간 가는 관에서 액체의 높이를 보고 온도를 알수 있게 되여있다.

제6절 액체의 겉면장력

비방울과 같은 작은 물방울은 구의 모양을 가지고있다. 체적이 주어졌을 때 겉면의 면적이 가장 작은것이 구이다. 그러므로 물방울이 구의 모양을 가지는것을 보고 물의 겉면은 그 면적이 될수록 작아지려고 한다는것을 알수 있다. 그러면 왜 그릇에 담은 물의 겉면은 평면으로 되는가? 그것은 물에 지구중력이 작용하고있기때문이다. 만일 중력이 없다면 큰 물덩어리도 구의 모양을 가질것이다. 실지로 인공지구위성안에서는 그렇게 된다. 물론 인공지구위성안에 있는 물체에도 중력이 작용한다. 그러나 그것은 관성원심력과 비기기때문에 물체에 작용하는 중력과 관성원심력의 합력은 령으로 된다. 그 결과에 물체는 마치도 아무런 힘도 받지 않는것처럼 되는것이다. 액체의 이러한 성질은 액체가 분자들로 이루어져있다는것을 생각하면 쉽게 리해할수 있다. 매개 분자는 가까이에 있는 다른 분자들을 끌어당긴다. 그런데 매개 분자의 주위에는 모든 방향에 다 분자들이 있다. 그것들이 고찰하는 분자를 끌어당기는 힘들의 합력은 령으로 된다. 그리하여 분자들은 평형상태에 있게 된다. 물론 그런 평형상태에서 가만히 있는것이 아니라 평형상태를 중심으로 하여 진동한다.

그런데 액체겉면에 있는 분자들의 경우에는 사정이 다르다. 그것들은 액체속에 있는 분자들에 의하여 안쪽으로 향하는 힘을 받고있지만 바깥쪽으로는 힘을 받지 않는다. 따라서 액체겉면에 있는 분자들은 액체안쪽으로 향하는 센 힘을 받는다. 한개 분자에 대해서는 이 힘이 크지 않지만 액체겉면에 있는 분자의 수가 대단히 많으므로 총체적으로 액체겉면이 받는 힘은 매우 크다. 액체에 어지간한 압력을 주어서는 액체의 체적이 그다지 크게 변하지 않는것은 이미 액체가 큰 압력을 받고있기때문이다. 이와 같이 액체의 겉면의 면적이 가장 작게 되도록 액체분자들이 서로 끌어당기는 힘을 액체의 겉면장력이라고 부른다.

겉면장력이 있다는것은 비누막에 대한 실험에 의하여 알수 있다. 쇠줄로 만든 테에 실로 만든 고리를 비끄러매고 그것을 비누물속에 잠그었다

그림 10-10. 비누막에 대한 실험

가 천천히 끌어내면 쇠줄테에는 비누막이 생기고 거기에 실로 만든 고리가 놓이게 된다. (그림 10－10 ㄱ))

이제 실고리의 가운데에 있는 어떤 곳을 바늘이나 송곳끝으로 찌르면 실고리안에 있던 비누막은 터져서 없어지고 실고리는 둥그런 원둘레의 모양을 가지게 된다. (그림 10－10 ㄴ)) 이것은 겉면장력이 겉면이 놓여있는 평면에서 실고리에 수직인 방향으로 겉면적을 줄이는 방향으로 작용한다는것을 보여준다. 겉면장력의 크기는 액체막의 가장자리의 길이에 비례한다. 그 길이를 ℓ, 겉면장력을 F로 표시하면 다음과 같이 된다.

$$F = \sigma \cdot \ell$$

여기서 σ를 액체의 겉면장력결수라고 부른다. σ의 단위는 1N/m이다. σ는 액체겉면의 단위길이에 작용하는 장력의 크기를 특징짓는 량이다. 겉면장력결수의 값은 온도에 관계되는데 온도가 높아지면 σ의 값은 약간 작아진다. 물의 경우에 0℃에서는 $\sigma = 7.56 \times 10^{-2}$N/m이고 30℃에서는 $\sigma = 7.12 \times 10^{-2}$N/m이다.

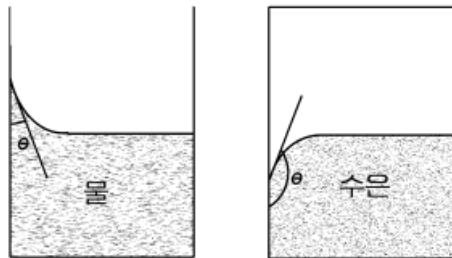
제7절 적심현상과 실관현상

유리판대기우에 물방울을 떨구면 물방울은 둥그렇게 되는것이 아니라 유리판대기를 따라 퍼져나가면서 반구의 모양을 가진다. 이와 반대로 유리판대기우에 수은방울을 떨구면 약간 납작해진 둥그런 구의 모양으로 된다. 왜 그렇게 되는가? 그것은 물은 유리를 적시지만 수은은 유리를 적시지 않기때문이다.

유리판대기를 물이 담겨져있는 그릇에 수직으로 넣어보면 유리가까이에 있는 물은 약간 우로 올라가는것을 볼수 있다. 수은이 담겨져있는 그릇에 유리판대기를 수직으로 넣어보면 유리가까이에 있는 수은은 약간 아래로 내려간다. (그림 10－11)

액체겉면이 유리와 닿는 곳에서 액체겉면에 대한 접선과 유리면사이의 각을 적심각이라고 부른다. 적심각이 작을수록 액체는 유리를 잘 적신다. 적심각을 θ라고 하면 $\theta < 90°$인 경우는 액체가 유리를 적시는 경우이고 $\theta > 90°$인 경우는 액체가 유리를 적시지 않는 경우이다.

그림 10－11 적심각

액체가 유리를 적시는 경우

에 가는 유리관을 액체속에 넣으면 유리관속에 있는 액체기둥의 높이가 유리관밖에 있는 액체면의 높이보다 더 높다. 반대로 수은과 같이 유리를 적시지 않는 액체의 경우에는 유리관안에서 액체의 높이가 유리관밖에 있는 액체면의 높이보다 더 낮다. 가는 관을 실관이라고 부르며 실관안에서 액체가 우로 올라가거나 아래로 내려가는 현상을 실관현상이라고 부른다.

적심현상이 생기는 원인은 분자들사이의 호상작용힘과 관련되여있다. 유리분자와 물분자사이의 끌힘은 물분자들사이의 끌힘보다 더 크며 그 결과에 물분자들은 유리에 더 세게 끌리우게 된다.

이때 물은 유리를 적신다. 이와 반대로 수은분자와 물분자사이의 끌힘은 물분자들사이의 끌힘보다 약하다. 이런 경우에 수은은 유리를 적시지 않는다.

실관현상이 생기는것은 적심현상과 밀접히 련관되여있다. 실관에서 물이 우로 올라가는것은 물이 유리를 적시기때문이다.

수은이 실관에서 아래로 내려가는것은 수은이 유리를 적시지 않기때문이다. 유리대신에 다른 고체로 된 실관의 경우에도 유리의 경우와 같은 실관현상이 일어난다. 이제 실관의 높이가 무엇에 관계되는가를 따져보자.

실관에서 물이 우로 올라가는것은 겉면장력때문이다. 즉 겉면장력은 물을 우로 끌어올리려고 한다. 그런데 물기둥의 높이가 높아지면 물기둥에 작용하는 중력이 커진다. 그리하여 중력과 겉면장력이 비기는 높이까지 물기둥이 올라가게 된다. 실관이 반경이 r인 원둘레를 가진 원기둥의 모양으로 되여있다면 실관에서 겉면장력이 작용하는 부분의 길이는 $\ell=2\pi r$이며 따라서 물을 우로 끌어올리는 힘은 $F=2\pi\sigma r$와 같다.

한편 물기둥의 높이를 h라고 하면 그것의 체적은 $V=\pi r^2h$와 같고 그러한 물기둥이 받는 중력은 $P=mg=\pi\rho r^2hg$와 같다. 여기서 ρ는 물의 밀도이다. F=P라는데로부터 h는 다음과 같다.

$$h=\frac{2\sigma}{\rho gr}$$

실례로 물의 경우에 $\sigma=7.3\times10^{-2}$N/m라고 보고 $\rho=10^3$kg/㎥, g=9.8㎨이라는것을 고려하면 r=1㎜일 때 h=1.5㎝이고 r=0.1㎜이면 h=15㎝로 된다. 이것은 실관의 반경이 작을 때 실관작용이 잘 일어난다는것을 보여준다. 실관현상은 식물의 생존과 깊이 련관되여있다. 땅속에 있는 물이 우로 올라오는것은 실관현상때문이다.

가물때에 김을 매주는것은 땅에 있는 실관들을 파괴하자는데 중요한 한가지 목적이 있다.

식물의 뿌리를 통하여 식물은 땅속에 있는 물을 빨아올리는데 이

때 물에 용해되여있는 영양물질도 물과 함께 식물안으로 들어가게 된다. 식물의 줄기를 따라 물이 우로 올라가는것도 실관현상과 관련되여있다.

제8절 삼투현상

삼투현상은 동물과 식물의 생존에서 매우 중요한 역할을 논다. 삼투현상은 용액과 관련되여있으므로 먼저 용액과 관련된 몇가지 기본개념을 설명하겠다. 실례로 물에 사탕이 풀려있는것이 사탕용액이다. 이때 물을 용매라고 부르며 사탕을 용질이라고 부른다. 사탕물에서 물이 많이 증발하면 물의 량이 적어지고 사탕의 량이 많아지지만 이때에도 여전히 물을 용매라고 부른다. 즉 용매속에 용질이 풀려있는것이 용액이다. 용매는 용질이 풀리게 하는 액체이고 용질은 용매속에 풀리는 고체이다.

식물의 열매껍질은 물을 잘 통과시키지만 물속에 풀려있는 유용성분들은 잘 통과시키지 않는다. 즉 식물의 열매껍질은 용매는 통과시키지만 용질은 통과시키지 않는다. 식물열매를 말리우면 물기(수분)는 빠지지만 유용성분은 그대로 남아있게 된다. 이런 성질을 가지는 막을 반투막이라고 부른다. 열매껍질뿐아니라 동물의 방광막이나 세포의 막도 많은 경우에 반투막이다. 이제 반투막을 통하여 물질이 어떻게 이동하는가를 보자.

관의 밑부분에 반투막을 씌워놓고 관속에 사탕물을 부어넣은 다음 관을 물속에 넣어보면 일정한 시간이 지난 다음에 관속에서 물의 높이가 그릇속에 있는 물의 높이보다 높아진다. 이것은 반투막을 통하여 물이 관속으로 스며들었다는것을 보여준다. 관속에 있는 용액의 높이가 일정한 값에 이르면 그 액체기둥이 내리누르는 압력때문에 물이 더는 관속으로 스며들지 못하고 평형이 이루어진다. 이때 관속에 있는 액면과 그릇속에 있는 액면의 차에 해당한 압력이 반투막에 작용하는데 그것을 삼투압이라고 부른다.

문제와 풀이

1. 고체분자들사이에 끌힘과 밀힘이 작용한다는것을 어떻게 알수 있는가?

풀이. 두 연판대기의 마주 닿는 부분을 잘 닦아서 평면으로 되게 하고 맞붙여놓으면 그것들을 떼여놓기가 매우 어렵다. 유리판대기의 경우에도 마찬가지이다. 이것은 고체분자들사이에 매우 센 끌힘이 작용한다는것을 보여준다. 그런데 그러한 끌힘은 분자들사이의 거리가

10^{-9}m정도로 아주 가까울 때에만 나타난다. 그러므로 두 고체의 닿는 면들을 잘 닦아야 그것을 알수 있다. 고체를 압축시키자면 굉장히 큰 힘이 필요한데 그것은 고체를 이루고있는 분자들사이에 매우 큰 밀힘이 작용하고있다는것을 보여준다.

2. 액체분자구조의 특성을 고체와 대비하여 설명하여라.

풀이. 어떤 물질의 성질에 대하여 말할 때 첫째로는 그것이 어떤 원자 또는 분자로 이루어졌는가 하는것을 따져야 하고 둘째로는 그것들이 어떤 방법으로 결합되여있는가 하는것을 따져야 한다.

물은 H_2O분자들로 이루어져있다. 그런데 물분자들사이의 결합은 여러가지가 있을수 있다. 평균적으로 몇개 물분자가 모여있는가 하는데 따라 물의 성질이 크게 차이날수 있다는것이 최근에 밝혀졌다.

고체에는 결정과 무정형체가 있다. 결정에서는 원자들이 매우 규칙적으로 놓여있지만 무정형체에서는 가까운 거리에서만 약간의 규칙성이 있고 멀리 가면 규칙성이 전혀 없다. 액체에서 분자들의 배치는 무정형체에 가깝다. 최근에는 액정이라는 물질이 널리 쓰이고있다. 액정이라는 말은 액체결정이라는 말을 줄인것이다. 액정의 구조와 성질은 고체결정과 액체의 구조와 성질의 가운데에 있다고 말할수 있다. 그것은 액체라고 볼수 있지만 성질에서는 고체결정에서만 찾아볼수 있는 성질을 가지고있다. 액정의 성질에서 결정의 성질과 비슷한것은 방향에 따라서 그 성질이 서로 다른것이다. 특히 전기마당을 걸어주면 액정의 성질은 크게 달라진다. 액정의 이러한 성질로 하여 액정은 콤퓨터나 전자시계의 액정수자표시판과 온도가 변하면 색이 변하는 액정온도계를 만드는데 쓰인다. 지금은 거울처럼 벽에 붙여놓고 볼수 있는 액정TV도 널리 리용되고있다.

3. 0℃일 때 길이가 1m이고 100℃일 때 길이가 1 000.9mm인 금속선이 있다. 이 금속의 길이팽창결수는 얼마이며 그것은 무슨 금속인가?

풀이. $\Delta\ell = \ell_0 \alpha t$ 에서 ℓ_0 =1 000mm이고 t=100℃, ℓ =1 000.9mm이므로 $\Delta\ell$ =0.9mm이다. 이로부터 α는 다음과 같다.

$$\alpha = \frac{\Delta\ell}{\ell_0 t} = 0.9\times10^{-5} K^{-1}$$

답. α =0.9×10^{-5} k^{-1}. 백금

4. 수은과 알콜은 같은 조건에서 어느것이 더 잘 팽창되는가? 이로부터 알콜온도계를 쓰면 수은온도계를 쓰는것보다 무엇이 더 좋은가?

풀이. 알콜은 수은보다 체적팽창결수가 6.1배나 된다. 그러므로 같은 온도변화에 대하여 알콜의 체적변화는 수은의 체적변화의 6.1배로 된다. 액체온도계는 온도가 변할 때 체적변화가 될수록 큰 액체를 써서 만드는것이 유리하다. 그래야 온도변화를 더 높은 정확도로 알아

낼수 있다. 따라서 수은이 아니라 알콜을 리용하여 온도계를 만드는 것이 유리하다. 또한 수은보다 알콜은 값이 눅으며 더우기 수은은 독성물질이므로 온도계가 파손되는 경우에 수은온도계는 사람들의 건강에 매우 위험하다.

5. 왜 비를 맞으면 머리카락이 뭉치는가?

풀이. 물은 머리카락을 적신다. 물은 그것이 차지하는 구역의 겉면의 면적이 최소로 될 때 겉면장력이 최소값을 가진다. 그러므로 물은 머리카락과 함께 한덩어리로 뭉치게 된다.

6. 그릇에 물을 담고 그 물면우에 기름을 바른 바늘을 가만히 올려놓으면 바늘이 가라앉지 않고 떠있는다. 왜 그런가?

풀이. 그 원인은 한마디로 겉면장력에 있다. 기름은 물보다 가벼우므로 기름과 물을 섞으면 기름은 물우에 뜬다. 기름방울을 물우에 떨구면 동그랗게 된다. 바늘에 기름이 묻으면 물이 바늘을 적시지 않게 된다. 물우에 기름을 바른 바늘을 조심스럽게 올려놓으면 물과 바늘이 닿는 곳에서 바늘을 우로 올리미는 겉면장력이 작용한다. 그 힘은 바늘의 무게를 보상하고도 남는다. 그리하여 기름을 바른 바늘은 물우에 떠있게 된다.

7. 물의 겉면장력결수를 재기 위하여 가로 a, 세로 b인 알루미니움테를 물면에 띄우고 측력계로 당긴다. 알루미니움테가 물면으로부터 떨어지는 순간에 측력계가 가리키는 힘이 F라는것을 알고 겉면장력결수 σ를 구하기 위한 공식을 이끌어내여라.

풀이. 겉면장력결수 σ는 액체겉면에 있는 고체의 단위길이에 작용하는 힘을 나타내는 량이다. 길이가 ℓ인 고체가 액체겉면에 있으면 거기에 작용하는 겉면장력은 $F=\sigma\cdot\ell$이다. 알루미니움테의 전체 길이는 $\ell=2(a+b)$이므로 그것이 물겉면에 있을 때 받는 장력은 $F=2\sigma(a+b)$와 같다. 이만한 크기의 힘을 주어야 알루미니움테가 물면으로부터 떨어져나갈수 있다. 이로부터 다음과 같이 된다.

$$\sigma=\frac{F}{2(a+b)}$$

답. $\sigma=\frac{F}{2(a+b)}$

8. 기름이 묻은 종이에는 펜으로 글을 쓸수 없다. 왜 그런가?

풀이. 종이에 글을 쓸수 있는것은 잉크가 종이를 적시기때문이다. 그것은 또한 종이에 눈으로는 볼수 없는 미세한 짬들이 있는것과도 관련되여있다. 그런데 종이에 기름이 묻으면 그러한 짬들에 기름이 스며들므로 물이 스며들수 없게 된다. 그러므로 기름이 묻은 종이에는 펜으로 글을 쓸수 없다.

9. 실관을 따라 오르내리는 액체기둥의 높이는 온도가 높아지면 어

떻게 되겠는가?

풀이. 실관의 반경을 r, 액체의 밀도를 ρ, 중력가속도를 g, 겉면장력결수를 σ로 표시하면 액체가 실관속에서 우로 올라가는 높이 h는 다음과 같다.

$$h=\frac{2\sigma}{\rho gr}$$

오른쪽에 있는 량들가운데서 온도에 따라 가장 크게 변하는것은 σ이다. 온도가 높아지면 σ는 작아지며 따라서 h도 작아진다. 따라서 온도가 높아질 때 실관속에서 올라가거나 내려가는 액체기둥의 높이는 작아진다. 실례로 물의 겉면장력결수가 온도에 따라 변하는것은 표 10－3과 같다.

표 10－3 온도에 따르는 물의 겉면장력결수의 변화

온도(℃)	σ (10^{-2}N/m)	온도(℃)	σ (10^{-2}N/m)
0	7.56	21	7.26
5	7.48	22	7.24
10	7.42	23	7.23
15	7.35	24	7.21
16	7.33	25	7.19
18	7.31	26	7.18
20	7.28	28	7.15

10. 관이나 틈이 좁을수록 실관현상이 더 잘 일어나는 원인은 무엇인가?

풀이. 실관현상이 좁은 관이나 좁은 틈에서 더 잘 일어나는것은 겉면장력은 액체면과 벽이 닿는 부분의 길이에 비례하지만 중력은 올라간(내려간) 액체기둥의 체적에 비례하기때문이다. 관이 가늘면 액체기둥의 체적이 작으므로 중력이 작게 되고 따라서 겉면장력이 중력을 더 잘 이겨낼수 있다. 그러므로 액체기둥의 높이가 충분히 커야 겉면장력과 중력이 비긴다.

11. 삼투현상을 관찰해보면 사탕물속에 있는 물분자들가운데서 일부는 반투막을 통하여 관밖으로 나온다. 왜 그런가? 어느쪽으로 흐르는 물분자들이 더 많은가?

풀이. 반투막은 물분자를 한쪽으로만 통과시키는것이 아니다. 다만 사탕물이 들어있는 관쪽으로 같은 시간동안에 들어가는 물분자의 수가 반대쪽으로 나가는 물분자의 수보다 많을뿐이다. 평형이 이루어지면 반투막을 단위시간동안에 지나가는 물분자의 수가 량쪽방향에서 같으며 따라서 사탕물의 농도는 일정하게 유지된다.

12. 식물의 뿌리가 땅속에 있는 물을 빨아들이는 리치를 삼투현상에 기초하여 설명하여라.

풀이. 식물의 뿌리는 수많은 세포들로 이루어져있고 세포안과 세포바깥사이에 물질교환은 세포를 둘러싸고있는 세포막을 거쳐서 일어난다. 세포막은 반투막으로 되여있다. 반투막은 용매는 통과시키지만 용질은 통과시키지 않는다. 땅속에서는 물이 용매이고 여러가지 영양물질은 용질이다. 용매분자인 물분자들이 세포막을 뚫고 세포안으로 들어가면 세포안에서 물의 압력이 점점 높아진다. 그것이 외부에 있는 물의 압력과 같아지면 반투막을 서로 반대방향으로 지나가는 물분자들의 수가 같아지며 이때 평형이 이루어진다. 이러한 방법으로 수많은 세포들로 이루어진 뿌리는 땅속에 있는 물을 빨아들인다.

13. 피를 많이 흘린 다음 물을 많이 마시면 생명이 위험하다. 왜 그런가?

풀이. 사람의 몸에서 물은 질량으로 따지면 80%정도나 된다. 사람이 밥을 먹지 않고서는 며칠동안 살수 있지만 물을 마시지 않고서는 하루이상 견딜수 없다. 그러므로 단식을 할 때에도 물은 마신다.

사람의 피에는 많은 물이 들어있다. 피를 많이 흘리면 몸안에 있는 물의 량이 줄어들기때문에 심한 갈증을 느끼게 된다. 그런데 갈증이 난다고 하여 물을 너무 많이 마시면 생명이 위태롭게 된다. 적혈구의 세포막은 반투막이므로 삼투현상에 의하여 세포막을 통하여 물이 세포안으로 자꾸 들어가 나중에는 적혈구자체를 파괴시키기때문이다.

14. 기차바퀴에 바퀴테를 씌울 때 테의 내경이 바퀴의 외경보다 1㎜만큼 더 크게 하려면 테를 몇℃까지 달구어야 하겠는가? 바퀴의 온도는 20℃이고 외경은 1 370㎜이며 바퀴와 테를 이루는 강철의 길이팽창결수는 1.1×10^{-5} ℃$^{-1}$이다. 0℃일 때 바퀴의 외경과 테의 내경이 같다고 보아라.

풀이. 먼저 왜 이런 문제가 제기되는가 하는것을 알아야 한다. 기차바퀴에서 바퀴테는 레루와의 마찰에 의하여 마모되기때문에 일정한 기간 쓴 다음에는 다른 바퀴테로 바꾸어야 한다. 그런데 바퀴의 외경보다 바퀴테의 내경이 좀 작아야 테가 바퀴에 단단하게 고정될수 있다. 그러므로 바퀴테의 내경은 바퀴의 외경보다 1㎜정도 더 작게 만든다. 그런데 이렇게 하면 테를 그대로는 바퀴에 씌울수 없다. 그래서 바퀴테를 가열하여 그것의 내경이 바퀴의 외경보다 약간 더 크게 한 다음 테를 바퀴에 씌운다. 그러면 온도가 낮아졌을 때 테가 바퀴를 꽉 조이게 된다.

0℃일 때 바퀴의 외경을 r_0이라고 하면 20℃일 때 바퀴의 외경은

$$r_1 = r_0(1+20\times1.1\times10^{-5}) = 1\ 370\text{㎜}$$

와 같다. 테의 온도가 t℃일 때 테의 내경은

$$r_2 = r_0(1+1.1\times10^{-5}t)$$

와 같다. 문제에서는 $r_2=r_1+1$㎜로 되게 할것을 요구한다. 이로부터 t를 구하기 위한 방정식은 다음과 같다.

$$r_0(1+1.1\times10^{-5}t)=r_1+1\text{㎜}=1\ 371\text{㎜}$$

여기서

$$r_0=\frac{1370}{1+20\times1.1\times10^{-5}}\text{㎜}$$

라는것을 고려하면 t=86.4℃를 얻는다.

답. 바퀴테를 86.4℃까지 달구어야 한다.

15. 어떤 액체우에 물체가 떠있는데 이 물체와 액체의 온도는 같이 변한다. 이제 온도가 높아지면 물체는 액체속에 더 깊이 잠기고 온도가 낮아지면 처음보다 더 많이 뜬다. 고체와 액체의 체적팽창결수의 크기를 비교하여라.

풀이. 온도가 높아지면 물체가 액체속에 더 깊이 잠긴다고 하였는데 이것은 온도가 높아지면 물체의 밀도가 액체의 밀도보다 더 빨리 커진다는것을 의미한다. 따라서 온도가 높아질 때 액체의 체적과 고체의 체적의 비가 커진다. 즉

$$\frac{V_{액}}{V_{고}}=\frac{V_{액,0}}{V_{고,0}}\frac{1+\beta_{액}t}{1+\beta_{고}t}>\frac{V_{액,0}}{V_{고,0}}$$

이다. 이것은 t>0℃일 때 $1+\beta_{액}t>1+\beta_{고}t$라는것을 의미한다. 즉 $\beta_{액}>\beta_{고}$이다.

답. $\beta_{액}>\beta_{고}$

16. 온도 0℃에서 막대기의 길이는 1 000㎜이고 100℃에서는 1 002㎜이다. 빨갛게 가열된 온도에서 막대기의 길이가 1 011.6㎜이라면 그 온도는 얼마이겠는가?

풀이. ℓ_0=1 000㎜라고 하면 t_1=100℃일때 $\ell_0\alpha t_1$=2㎜이고 온도가 t℃일 때에는 $\ell_0\alpha t$=11.6㎜이다. 두 식의 비를 취하면 다음과 같다.

$$\frac{t}{t_1}=\frac{11.6}{2}=5.8,\quad t=580\ ℃$$

답. 580℃

17. 0℃에서 기관차바퀴의 직경은 1m이다. 겨울과 여름에 온도가 각각 −25℃ 및 +25℃라면 1시간동안에 기차가 달린 거리는 얼마나 차이나는가? 두 경우에 발동기는 1분동안에 480회 돌아가며 철의 길이팽창결수는 1.1×10^{-5} ℃$^{-1}$이다.

풀이. 0℃일 때 바퀴의 둘레의 길이는 πd=3.141 6m이다. 1시간동안에 지나가는 거리는 0℃일 때 60×480×3.141 6m이다. 여름

과 겨울의 온도차는 50℃이므로 달린 거리의 차는 $60\times480\times3.1416\times50\times1.2\times10^{-5}m=54.24$m이다.

답. 54.24m

18. 20℃일 때 반경이 6㎝인 알루미니움구를 320℃까지 가열하면 그 겉면적과 체적이 각각 얼마나 더 불어나겠는가?

풀이. 알루미니움의 길이팽창결수는 $\alpha=2.5\times10^{-5}$ ℃$^{-1}$이다. 온도차는 300℃이다. 겉면적은 $4\pi r^2$인데 온도차가 300℃일 때 겉면적이 불어난 값은

$$4\pi r^2\times300\times2\times2.5\times10^{-5}=6.78(\text{㎠})$$

이고 체적이 불어난 값은 다음과 같다.

$$\frac{4\pi}{3}r^3\times3at=20.39\text{㎤}$$

답. 약 6.8㎠. 약 20.4㎤

19. 가는 목이 달린 플라스크에 목의 가운데까지 석유를 부어넣었다. 이 플라스크를 더운 물속에 넣으면 처음에는 석유의 높이가 내려가고 잠시후부터 올라가기 시작한다. 왜 그런가?

풀이. 플라스크를 더운 물속에 넣으면 먼저 플라스크가 가열되면서 팽창되고 석유는 미처 가열되지 않았으므로 처음에는 석유의 체적이 거의 변하지 않고 플라스크의 용적이 커진다. 그래서 처음에는 석유의 높이가 내려간다. 플라스크의 목이 가늘고 석유가 목의 가운데까지 차있어야 이것이 뚜렷하게 나타난다. 시간이 지나면 석유의 온도가 올라가면서 그것의 체적이 불어나기 시작한다. 석유의 체적팽창결수가 유리의 체적팽창결수보다 크기때문에 석유의 높이가 올라간다.

20. 콩크리트로 포장한 길은 왜 일정한 거리마다 간격을 띄워야 하는가?

풀이. 콩크리트는 겨울에는 줄어들고 여름에는 불어난다. 만일 길을 콩크리트로 간격이 없이 포장하면 여름에 그것이 불어나면서 길이 못쓰게 될것이다. 다리를 콩크리트로 포장하는 경우에도 역시 일정한 거리마다 간격을 띄운다.

21. 0℃일 때 온도계안의 수은의 체적은 175㎣이고 수은구에 달려있는 가는 유리관의 반경은 0.1㎜이다. 이 수은온도계의 1℃눈금은 몇㎜ 간격으로 그어야 하는가?

풀이. 수은의 체적팽창결수는 $\beta=1.82\times10^{-4}$k^{-1}이다. 그러므로 175㎣의 수은의 체적은 온도가 1℃만큼 높아질 때 $175\times1.82\times10^{-4}$㎣$=3.1856\times10^{-2}$㎣만큼 커진다. 유리관의 반경이 0.1㎜이면 자름면적은 0.0314㎟이다. 그러므로 온도가 1℃만큼 높아질 때 수은기둥이 올라가는 높이는 다음과 같다.

$$\frac{3.185\,6}{3.141\,6}=1.014\text{㎜}$$

답. 약 1㎜

22. 강철구를 0℃에서 800℃까지 가열하였더니 그것의 겉면적이 1㎠만큼 넓어졌다. 20℃일 때 구의 반경을 구하여라. 철의 길이팽창결수는 1.2×10^{-5} ℃$^{-1}$이다.

풀이. 0℃일 때 강철구의 직경을 d_0이라고 하면 그때 강철구의 겉면적은 πd_0^2이다. 800℃일 때 겉면적은 $\pi d_0^2(1+800\times1.2\times10^{-5})^2$과 같다. 이로부터 πd_0^2을 던것이 1㎠이므로 다음과 같이 된다.

$$\pi d_0^2(1+2\times800\times1.2\times10^{-5}-1)=1\text{㎠}$$

이로부터 d_0을 구하면 $d_0=4.07$㎝이다. 20℃일 때 d의 값은 d_0과 같다고 볼수 있으며 r=2.035㎝이다.

답. 2.035㎝

23. 강철고리의 내경은 0℃에서 49.9㎜이다. 이 고리로 직경이 50.0㎜인 구가 나들게 하자면 고리를 몇℃까지 가열하여야 하는가? 강철의 길이팽창결수는 1.1×10^{-5} ℃$^{-1}$이다.

풀이. 온도가 t℃일 때 늘어난 길이와 0℃일 때의 길이의 비는 $1.1\times10^{-5}t$인데 이것이 0.1㎜와 49.9㎜의 비와 같다. 이로부터

$$t=\frac{1}{1.1\times10^{-5}}\frac{0.1}{49.9}=182.2\text{℃}$$

답. 182℃정도로 가열해야 한다.

24. 다음 현상들가운데서 어느것이 적시는 현상이고 어느것이 적시지 않는 현상인가?

ㄱ) 만년필로 유리에 글을 쓰기 힘들다.

ㄴ) 유리판에 떨어뜨린 물방울은 곧 사방으로 퍼진다.

ㄷ) 기름종이에 물을 조금 부으면 물방울이 형성된다.

ㄹ) 기름이 묻은 천으로 물이 묻은 책상면을 깨끗이 닦을수 없다.

풀이. ㄱ) 잉크가 유리를 적시지 않기때문에 만년필로 유리에 글을 쓰기 힘들다.

ㄴ) 물은 유리판을 적신다.

ㄷ) 물이 기름이 묻은 종이를 적시지 않는다.

ㄹ) 물이 묻은 책상면을 깨끗이 닦아내자면 물이 천을 적셔야 한다. 기름이 묻은 천은 물이 적시지 않는다. 그러므로 기름이 묻은 천으로는 물이 묻은 책상면을 깨끗이 닦을수 없다.

25. 그릇에 물을 가득채우고 쏟을 때에 물이 그릇의 바깥벽을 따라 흘러내리는것을 볼수 있다. 왜 그렇게 되는가?

풀이. 그것은 물이 그릇의 벽을 적시기때문이다.

26. 내경이 0.5㎜인 실관을 따라 올라간 물기둥의 높이를 구하여라. 물의 겉면장력결수는 7.4×10^{-2}N/m이다.

풀이. 실관에서 물기둥의 높이 h는

$$h=\frac{2\sigma}{\rho gr}$$

와 같다. 실관의 내경이 0.5㎜이면 반경은 r=0.25㎜=0.25×10^{-3}m이다. 모든 량들을 국제단위로 적으면 다음과 같다.

$$h=\frac{2\times7.4\times10^{-2}}{10^{3}\times9.8\times0.25\times10^{-3}}=5.8\times10^{-2}\,(m)$$

답. h=5.8㎝

27. 만년필에서 잉크가 적어지면 잉크가 지나치게 많이 내리는 원인은 무엇인가?

풀이. 만년필안에는 고무관이 있는데 그속에 잉크를 채운다. 만년필안에 잉크를 많이 넣고 오래 쓰면 잉크가 줄어들면서 고무관안에 공기가 많이 차게 된다. 이때 만년필을 더운 손으로 쥐고있으면 만년필이 더워지며 만년필대와 고무관사이에 있는 공기의 온도가 올라가면서 그것의 체적이 커진다. 그러면 잉크에 주는 공기의 압력이 커져서 잉크가 많이 나가게 된다.

28. 보온병에 끓는 물을 넣고 마개를 막으면 어떻게 되는가?

풀이. 만일 뜨거운 물을 보온병의 꼭대기까지 채우지 않아서 물이 없는 공간이 일정한 크기의 체적을 가지고있으면 거기에 있는 공기가 세게 가열되면서 체적이 불어나려고 한다. 그런데 보온병의 마개가 막혀있으므로 공기의 체적은 불어나지 못하고 그대신에 공기의 압력이 커진다. 그리하여 마개를 올리미는 힘이 생기는데 그것이 충분히 크면 마개가 우로 튀여오른다.

29. 철길에 왜 침목을 까는가?

풀이. 그 목적은 여러가지이다. 그것은 첫째로, 압력과 관련되여있다. 기차가 레루우로 지나갈 때 레루에는 기차의 매우 큰 무게가 작용한다. 그것을 레루가 받아서 그대로 땅에 전달한다면 땅이 받는 압력은 매우 커서 레루가 흙속에 묻혀버리고말것이다. 침목을 깔면 레루의 밑부분보다 훨씬 넓은 면적이 힘을 받게 되므로 땅이 받는 압력이 작아진다.

둘째로, 침목은 레루를 고정시킴으로써 레루사이의 거리가 일정하게 한다. 옛날에는 침목을 나무로 만들었는데 그것은 물에 의하여 썩을수 있다. 그래서 지금은 나무보다 훨씬 든든하고 썩지 않는 철근콩크리트로 침목을 만든다. 철근콩크리트를 만들 때에는 쇠줄을 세게 당겨

서 콩크리트혼합물속에 넣은 다음 콩크리트를 굳힌다. 물론 아무 쇠줄이나 넣어서는 안된다. 쇠줄의 열팽창결수가 콩크리트의 열팽창결수와 같은것이라야 한다. 그렇게 하지 않으면 열팽창의 결과에 쇠줄과 콩크리트사이에 간격이 생기는데 그렇게 되면 철근콩크리트로서의 역할을 할수 없게 되여버린다.

30. 철길에 왜 자갈을 까는가?

풀이. 첫째로, 그 목적은 철길이 기차가 내리누르는 힘을 골고루 받게 함으로써 로반의 변화를 줄이자는데 있다. 철길로반을 흙으로 쌓는다면 여러가지 원인에 의하여 로반에 변화가 일어나게 된다. 추운 겨울에는 흙이 얼면서 흙의 체적이 줄어들고 더운 여름철에는 흙이 불어나게 된다. 또한 여름에 비가 오면 비물에 흙이 씻겨내려가면서 철길이 무너질수 있다. 철길에 자갈을 깔면 이와 같은 위험한 현상을 막을수 있다.

둘째로, 자갈은 기차가 달릴 때 침목이 진동하는것을 막아주며 침목이 내려앉지 않게 지지해준다. 또한 기차가 내리누르는 힘을 분산시킨다.

셋째로, 자갈은 비물이나 눈이 녹아서 생긴 물이 고이지 않고 인차 빠지게 하는 역할을 한다.

31. 몹시 추운 겨울날에 왜 얼음판이 갈라터지는가?

풀이. 온도가 내려가면 얼음의 밀도가 커지고 얼음의 체적은 줄어든다. 그런데 얼음은 고체이므로 체적이 모든 곳에서 꼭같은 비률로 줄어드는것이 아니라 약한 고리에서부터 갈라지며 그것이 점점 커지는데 분자들사이의 끌힘때문에 쉽게 갈라지지 못하다가 갈라터지게 하는 힘이 충분히 크게 되면 갈라터진다.

32. 실관의 한끝을 물속에 잠그었더니 물이 실관을 따라 4.2㎝의 높이까지 올라갔다. 이 실관을 수은속에 잠그면 실관에서 수은은 얼마만큼 내려가겠는가? 실관의 직경은 얼마인가? 물과 수은의 겉면장력결수는 각각 7.3×10^{-2}N/m, 4.7×10^{-2}N/m, 밀도는 각각 10^3kg/㎥, 13.6×10^3kg/㎥이다.

풀이. 이 문제는 공식 $\rho ghr=2\sigma$를 리용하여 풀수 있다. 먼저 실관의 직경을 구하면

$$d=2r=\frac{4\sigma}{\rho hg}=0.71\text{㎜}$$

이다. 수은기둥이 내려간 높이 h_2은

$$\rho_1 gh_1r_1=2\sigma_1,$$
$$\rho_2 gh_2r_2=2\sigma_2$$

로부터 구할수 있다. 여기서 $r_2=r_1$이므로 h_2은 다음과 같다.

$$h_2=\frac{\rho_1\sigma_2 h_1}{\rho_2\sigma_1}=0.2\ \text{㎝}=2\text{㎜}$$

답. 수은은 2㎜만큼 내려가며 실관의 직경은 0.71㎜이다.

33. 직경이 8㎝이고 질량이 10g인 알루미니움고리를 비누물속에 잠그었다가 꺼내려고 한다. 그것을 비누물겉면으로부터 떼내는데 얼마만한 힘이 필요하겠는가? 비누물의 겉면장력결수는 0.04N/m이다.

풀이. 길이가 ℓ인 고체에 작용하는 겉면장력은

$$F_{\text{장}}=\sigma\cdot\ell$$

과 같다. 알루미니움고리를 비누물겉면에서 떼내자면 겉면장력과 함께 알루미니움고리에 작용하는 중력 $F_{\text{중}}=mg$도 극복해야 한다. 그러므로

$$F=\sigma\ell+mg$$

만한 힘을 주어야 한다. $\ell=3.141\,6\times0.08$m이므로 $F_{\text{장}}$과 $F_{\text{중}}$은 각각 다음과 같다.

$$F_{\text{장}}=0.04\times3.141\,6\times0.08\text{N}=0.01\text{N},$$
$$F_{\text{중}}=0.098\text{N},\quad F=0.108\text{N}$$

$F_{\text{장}}$은 $F_{\text{중}}$의 10분의 1밖에 안된다.

34. 직경이 1㎜인 유리관에서 물방울이 하나씩 떨어진다. 물방울 한개의 질량은 얼마인가? 물의 겉면장력결수는 7.3×10^{-2}N/m이다.

풀이. 유리관에서 물방울이 하나씩 떨어질 때 물방울의 직경은 유리관의 직경과 같다고 볼수 있다. 물방울은 겉면장력때문에 유리관의 끝에 매달려있다가 그 크기가 충분히 커져서 물방울의 무게가 장력과 같아지는 순간에 떨어진다. 이로부터 mg는 다음과 같다.

$$mg=\sigma\cdot\ell=\pi\sigma d,\quad m=\frac{\pi\sigma d}{g}=23.4\times10^{-6}\ \text{kg}$$

답. 23.4×10^{-6}kg=23.4㎎

제11장 열과 일

열은 전기와 함께 현대산업을 움직이는 기본동력이다. 열을 어떻게 동력으로 리용하겠는가 하는 문제를 원만히 풀기 위해서는 열에 대하여 잘 아는것과 함께 열과 일의 호상관계도 잘 알아야 한다. 이 장에서는 열을 정량적으로 특징짓는 량인 열량의 개념을 구체적으로 취급하며 그에 기초하여 에네르기전환 및 보존에 대하여 취급한다.

제1절 열량과 비열

열과 관련한 문제에서 제일 중요한 개념은 온도와 열량의 개념이다. 온도와 열량이 다르다는것을 똑똑히 인식하기 시작한것은 1780년대부터이다. 이때에 이르러서야 온도와 열량을 측정하는 방법이 확립되였기때문이다.

열량이라는것은 말그대로 열의 크기를 특징짓는 물리적량이다.

온도와 열량이 다르다는것은 다음과 같은 간단한 사실을 통해서도 잘 알수 있다.

물 1g의 온도를 10℃만큼 높이는데는 많은 열량이 요구되지 않는다. 그러나 물 1kg의 온도를 10℃만큼 높이자면 상당히 많은 열량이 요구된다.

그리고 같은 량의 물의 온도를 10℃ 높이는데 드는 열량과 20℃ 높이는데 드는 열량은 다르다는것이 명백하다.

실험에 의하면 질량이 m인 어떤 물체의 온도를 t_1로부터 t_2까지 올리는데 드는 열량 Q는 m에도 비례하고 t_2-t_1에도 비례한다.

그러므로

$$Q = mc\left(t_2 - t_1\right)$$

이라고 쓸수 있다. 여기서 비례결수 c를 그 물질의 비열이라고 부른다. 비열의 값은 모든 온도에 대하여 꼭 같지는 않지만 온도에 따라 크게 달라지지 않으므로 보통 그것은 상수처럼 본다.

표 11－1에 몇가지 물질의 비열의 값을 주었다. 여기서 비열의 단위는 J/(kg·K)으로 주었다. 그것은 열량의 단위가 일의 단위와 같기때문이다.

표 11-1. 몇가지 물질의 비열

물질	비열(J/(㎏·K))	물질	비열(J/(㎏·K))
물	4 180	벽돌	836
알콜	2 424	유리	627
얼음	2 090	철	460
공기	1 003	동	336
모래	919	수은	138
알루미니움	878	납	130

비열이 큰 물질일수록 같은 질량의 물질의 온도를 같은 값만큼 높이는데 드는 열량이 크다. 비열이라는것은 그 물질 1㎏의 온도를 1℃만큼 높이는데 필요한 열량을 특징짓는 량이다. 실례로 물 1㎏의 온도를 1℃ 높이는데 드는 열량은 4 180J이며 따라서 물의 비열은 4 180 J/(㎏·K)이다. 1℃와 1K의 값은 다르지만 온도차를 따질 때에는 1℃와 1K의 값이 같다. 그래서 비열의 단위에서 분모에는 ℃가 아니라 K라고 쓰는것이다. 여기서 강조할것은 비열이 물질 1㎏의 온도를 1℃만큼 올리는데 드는 열량이라고 말하면 틀린다는것이다. 왜냐하면 열량과 비열은 단위가 다른 량이므로 그것들이 같은가 다른가 하는것을 따질수 없기때문이다.

열량을 일과 같은 단위로 표시할수 있다는것은 1840년대에 쥴에 의하여 처음으로 밝혀졌다.

여러가지 물질의 비열은 다음과 같은 방법으로 측정한다. 온도가 t_1이고 질량이 m_1, 비열이 c_1인 물체와 온도가 t_2이고 질량이 m_2, 비열이 c_2인 물체를 섞고 충분한 시간이 지난 다음에 온도를 재여보니 그것이 t와 같다고 하자. 만일 $t_2 > t_1$이라면 이때 비열이 c_2인 물체는 $Q_2 = m_2 c_2 (t_2 - t)$만한 열량을 내보냈고 비열이 c_1인 물체는 $Q_1 = m_1 c_1 (t - t_1)$만한 열량을 받았다. 여기서 t는 t_1와 t_2의 사이에 있는 값을 가진다. 내준 열량과 받은 열량이 같으므로

$$m_2 c_2 \left(t_2 - t\right) = m_1 c_1 \left(t - t_1\right)$$

로 되며 따라서 c_2의 값을 알면 이로부터 c_1의 값을 구할수 있다. 실례로 두번째 물체로서 물을 취하면 c_2은 알고있으므로 c_1를 계산할수 있다.

표 11-1에서 보는것처럼 대부분의 물질의 비열은 물의 비열보다 작다.

그리고 대부분의 물질에서는 온도가 내려가면 비열이 작아진다. 비열이 작아진다는것은 적은 열량을 받고도 온도가 더 잘 올라간다는것을

의미한다. 물의 비열은 땅의 비열의 5배정도이다. 그러므로 같은 열량을 받아도 땅의 온도가 올라가는것에 비하여 물의 온도는 적게 올라간다. 그리하여 낮에 태양열에 의하여 땅의 온도는 크게 높아지지만 물의 온도는 그것보다 훨씬 적게 올라간다. 반대로 밤에는 땅의 온도가 몹시 내려가지만 물의 온도는 그다지 세게 내려가지 않는다.

륙지에서보다 바다가에서 온도변화가 심하지 않은 한가지 리유가 여기에 있다. 사실 바다가에서 여름에는 땅보다 바다물이 천천히 더워지며 따라서 바다물의 온도가 땅의 온도보다 낮다. 그러므로 바다물은 상대적으로 시원하며 그것이 땅을 식혀준다. 반대로 겨울에는 바다물이 천천히 식기때문에 바다물의 온도가 륙지의 온도보다 높다. 그래서 바다물이 공기에 열을 넘겨줌으로써 륙지에서의 추위를 덜어준다. 구체적으로 계산해보면 1㎥의 물의 온도가 1℃만큼 낮아지면서 내는 열량이면 5 000㎥의 공기의 온도를 1℃만큼 높여줄수 있다. 이러한 리유로 하여 해안지대에서는 겨울과 여름의 온도차가 대륙에서보다 훨씬 작고 날씨가 온화하다. 비열에 물체의 질량을 곱한것을 그 물체의 열용량이라고 부르며 C로 표시한다.

$$C = mc$$

물체의 온도를 t_1로부터 t_2까지 높이는데 필요한 열량은 다음과 같다.

$$Q = C\left(t_2 - t_1\right)$$

$t_2 > t_1$이면 $Q > 0$이지만 $t_2 < t_1$이면 $Q < 0$이다. 이것은 물체가 식을 때에 내보내는 열량이 $|Q|$와 같다는것을 의미한다.

제2절 열전달

열은 한곳으로부터 다른 곳으로 전달될수 있다.

열전달은 크게 열전도, 대류 및 복사의 세가지 방법으로 일어난다. 먼저 열전도에 대하여 이야기하겠다.

숟가락의 한쪽을 뜨거운 물속에 넣고 한참 있으면 숟가락전체가 뜨거워진다. 이것은 숟가락의 더운 곳으로부터 다른 곳으로 열이 전달된다는것을 보여준다. 이와 같이 물체의 한 부분으로부터 그 물체의 다른 부분으로 물체를 따라 열이 전달되는 현상을 열전도라고 부른다.

일반적으로 금속에서는 열전도가 잘 일어나는데 특히 은과 동에서 열전도가 가장 잘 일어난다. 이와 달리 비닐은 열전도성질이 나쁘다. 수은은 열을 잘 전도하지만 물을 비롯하여 다른 액체들은 열을 잘 전

도하지 않는다. 물이 열을 잘 전도하지 않는다는것은 다음과 같은 인상적인 실험을 통하여 잘 알수 있다. (그림 11－1)

유리관의 밑바닥에 얼음이 있고 그우에 물이 있다. 얼음은 물보다 가벼우므로 그것이 물우로 올라오지 않도록 하기 위하여 얼음우에 어떤 무거운 물체를 올려놓는다. 그런 다음 유리관의 웃부분을 세게 가열한다. 그러면 물의 온도는 100℃까지 올라가고 나아가서 물은 끓는다. 그렇지만 물아래에 있는 얼음은 그대로 남아있는다. 이것은 물과 유리의 열전도특성이 매우 나쁘다는것을 보여준다. 물의 열전도도는 동의 열전도도의 200분의 1정도밖에 안된다. 기체는 열을 잘 전도하지 않는다. 겨울에 2중창문을 하면 두 유리사이에 있는 기체가 열을 잘 전도하지 않기때문에 바깥에 있는 찬 공기가 방안온도를 낮추는것을 막을수 있다. 이때 두 유리사이의 간격은 4㎝로 하는것이 좋다. 공기의 열전도도는 동의 열전도도의 2만분의 1정도밖에 안된다. 작은 구멍이 많이 있는 물체가 열을 잘 전도하지 않는것은 구멍들에 들어있는 공기가 열을 잘 전도하지 않기때문이다. 겨울에 털외투를 입거나 털모자를 쓰는것은 털사이에 있는 공기가 열을 잘 전도하지 않기때문이다. 털은 몸을 덥혀주는것이 아니라 몸에서 열이 바깥으로 빠져나가는것을 막아주는 역할을 한다. 중앙아시아의 일부 나라들에서는 여름에 공기의 온도가 사람의 체온보다 높아질 때가 있는데 그럴 때면 사람들은 털옷을 입고 다닌다. 이때 털옷은 바깥의 높은 온도를 막아주는 역할을 한다.

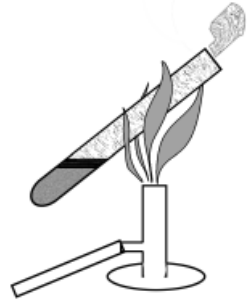



그림 11－1. 물의 열전도특성이 나쁘다는것을 보여주는 실험

열전도가 일어나지 않게 하자면 어떻게 해야 하겠는가? 이것을 알자면 열전도가 일어나는 원인이 무엇인가 하는것을 알아야 한다.

금속에서 열전도가 잘 일어나는것은 금속안에 많은 자유전자들이 있기때문이다. 금속에서는 한개 원자당 한개 정도의 자유전자가 존재한다. 온도가 높은 곳에 있는 자유전자는 속도가 크고 온도가 낮은 곳에 있는 자유전자는 속도가 더디다. 한 금속안에 온도가 서로 다른 구역이 있으면 온도가 높은 곳에 있는 자유전자들이 온도가 낮은 곳으로 이동하게 되고 온도가 낮은 곳에 있던 자유전자들은 반대로 온도가 높은 곳으로 이동하게 되므로 온도차가 줄어드는데 이것이 바로 열전도과정이다. 자유전자들은 작고 가벼우므로 빠른 속도로 운동하기때문에 금속에서 열전도가 빨리 일어나는것이다. 금속이 아닌 다른 물체에는 자유전자가 없으며 이때에는 원자나 분자의 진동상태가 전달되면서 열이 전도된다. 원자나 분자는 전자보다 훨씬 무거우므로 금속이 아닌 다른 물체에서는 열전도가 매우 더디게 일어난다. 진공에서는 열전도가 전

혀 일어나지 않는다. 보온병은 바로 이 원리에 기초하여 만든다. 보온병의 벽은 2중벽으로 되여있는데 두 벽사이에는 공기가 거의 없다. 그러나 진공에서도 열이 전달되는데 그것은 열복사와 관련되여있으며 열전도에 의한 열전달보다는 매우 약하게 일어난다. 앞에서 우리는 액체와 기체에서 열전도가 잘 일어나지 않는다는것을 보았다. 그런데 가마안에 있는 물이 끓을 때에는 물이 가마와 닿아있는 곳에서만 끓는것이 아니라 가마안의 물이 동시에 모든 곳에서 끓는다. 이것을 어떻게 설명할수 있는가? 이 문제에 대한 대답을 얻자면 열전달의 다른 한가지 형태인 대류현상에 대하여 알아야 한다.

가마안의 물이 끓는것을 찬찬히 들여다보면 먼저 가마에 닿아있는 부분들에서 공기방울이 생겨나며 그것들이 우로 올라가는것을 볼수 있다. 시간이 지나면 같은 시간동안에 생겨나는 공기방울의 수가 점점 많아진다. 물이 끓기 시작하기 전에도 물에 손을 넣어보면 물의 웃부분은 더워졌다는것을 알수 있다. 물은 온도가 높으면 밀도가 작아지고 가벼워진다. 그러므로 아래에 있던 물은 온도가 높아져서 우로 올라가고 우에 있던 물은 아래로 내려간다. 이렇게 물에서 온도차에 의하여 생기는 흐름을 대류라고 부른다. 대류에 의하여 물의 모든 부분이 골고루 더워지게 된다.

겨울에 강이나 호수의 물이 바닥까지 얼지 않고 웃부분만 어는것도 대류현상과 물의 특수한 성질과 관련되여있다. 물의 밀도는 4℃일 때 제일 크다. 물의 온도가 4℃보다 낮아지기 시작하면 4℃의 물은 아래에 《가라앉고》 그보다 온도가 낮은 물이 우에 올라온다. 얼음도 물보다 가볍다. 그리하여 겨울에도 얼음밑으로는 물이 흐르며 물고기들도 살수 있는것이다. 대류현상은 기체에서도 일어난다. 방열기는 창문밑에 있고 환기창은 유리창문의 웃부분에 있는데 그것은 공기에서 일어나는 대류현상을 고려한것이다. 방열기에서 가열된 더운 공기는 우로 올라가고 우에 있던 찬 공기는 아래로 내려간다. 이런 대류과정에 의하여 방안의 공기가 골고루 더워진다. 환기창을 열면 바깥에 있는 찬 공기가 방안으로 들어오고 방안에 있던 더운 공기는 밖으로 나간다. 환기창을 낮은 곳에 두면 이러한 대류가 잘 일어나지 못할것이다.

공장에서 굴뚝을 높이 세우는것도 대류가 잘 일어나게 하자는데 목적이 있다. 굴뚝이 높으면 그것은 《자동적으로》 새로운 공기를 갈아대게 되는것이다. 다음으로 열전달의 한가지 방법인 열복사에 대하여 보기로 하자. 난로불을 쪼이면 왜 더운가를 생각해보자.

그것은 더운 물체로부터 나오는 열복사에 의하여 열이 전달되기때문이다. 기체나 액체, 고체와 같은 물질을 통하여 열이 전달되는것이 아니라 뜨거운 물체가 직접 열을 공간으로 내보내는것을 열복사라고 부른다.

태양으로부터 지구에 오는 굉장한 량의 열도 다름아닌 열복사에 의

하여 오는것이다. 오늘날 태양에네르기를 널리 리용하는것은 세계적인 추세이다. 태양은 1분동안에 지구겉면의 1㎠당 8J이상의 열량을 보낸다. 한시간동안에 지구겉면에 와닿는 태양에네르기는 무려 173조 kWh나 되는데 이것은 지구에서 쓰는 전체 동력의 몇만배나 된다.

제3절 열과 일의 등가성

열의 본질이 무엇인가 하는 문제는 오랜 력사를 가지고있다. 처음에 열은 열소라는 물질의 이동과 관련되여있다고 생각하였지만 물체의 질량이 온도에 관계되지 않는다는데로부터 열소라는것이 실지로 존재하는가 하는 의문이 생겨났다.

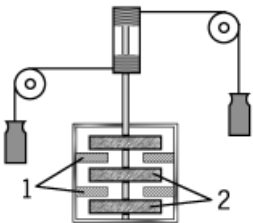
후에 사람들은 두 물체가 마찰할 때 열이 생겨난다는데로부터 열은 물질을 이루는 작은 립자들의 운동과 관련되여있다는것을 짐작하게 되였으며 이에 기초하여 기체분자운동론이 나왔는데 그것은 절대온도가 기체분자들의 무질서한 열운동에네르기와 관련되여있다는것을 밝혔다. 그러나 열량이 무엇과 관련되여있는가 하는것은 오래동안 밝혀지지 못하고있었다.

마찰이 일어날 때 열이 생긴다는 사실은 열량이 력학적일과 련관되여있다는것을 시사해주었다. 그것은 마찰을 극복하자면 력학적일을 해야 하고 이때 열이 생겨나는것만큼 력학적일과 열량이 련관되여있다고 보는것이 자연스럽기때문이다.

력학적일과 열량사이에 어떤 관계가 있는가 하는것을 알아내기 위하여 영국물리학자 제임즈 프레스커트 쥴은 1843년에 다음과 같은 실험을 하였다. 그림 11－2에 그의 실험장치를 보여주었다.

닫긴 통안에 물이 들어있고 회전축이 있으며 회전축에는 축이 돌아갈 때 그것과 함께 돌아가는 회전날개 2가 붙어있다. 통의 벽에도 날개들이 붙어있는데 그것은 고정날개이다. 그림에는 1로 표시하였다. 회전축의 바깥에는 두개의 추가 도르래를 거쳐서 련결되여있다. 두개 추가 중력에 의하여 아래로 내려오면서 회전축을 돌리면 회전날개들이 돌아가며 이때 물이 가열된다. 물의 온도가 얼마나 높아졌는가 하는것을 물통에 꽂혀있는 온도계에 의하여 알수 있으며 그에 기초하여 물이 받은 열량을 계산할수 있다. 한편 추가 내려간 높이를 알므로 중력이 수행한 력학적일을 구할수 있다.

그림 11－2. 쥴의 실험장치

실험에 의하면 력학적일과 그 일에 의하여 생겨난 열량은 언제나 비례한다.

추가 수행한 력학적일과 그 일에 의하여 생겨난 열량이 정확히 비례하는것은 열이란 본질에 있어서 에네르기의 한가지 형태이며 열량이란 열에네르기의 값을 의미한다는것을 보여준다. 그러므로 지금은 열량을 재는 단위로서 1cal라는 량을 쓰지 않고 일의 단위인 1J(쥴)을 쓴다. 에네르기의 단위를 쥴이라고 하는것은 바로 쥴이 열량과 에네르기가 본질에 있어서 같다는것을 밝힌것을 기념하기 위해서이다.

열량에 관한 표상을 가지기 위하여 물 1㎏의 온도를 1℃ 높이는데 드는 열량이 얼마만한 력학적일과 동등한가 하는것을 따져보자. 1㎏의 물의 온도를 1℃ 높이는데는 4 180J만한 열량이 필요하다. 이만한 크기의 력학적일을 하면 1㎏의 질량을 가지는 물체를 427m만한 높이에 끌어올릴수 있다.

제4절 내부에네르기

에네르기에 대한 문제를 깊이 리해하기 위해서는 력학적에네르기에 대하여 구체적으로 알아야 한다. 이때 물체는 수많은 원자, 분자들로 이루어져있다는것을 고려해야 한다. 한개 질점의 경우에 그것의 력학적에네르기는 운동에네르기와 자리에네르기의 합과 같다. 두개 질점으로 된 계의 력학적에네르기는 매개 질점의 운동에네르기와 매개 질점이 외부마당속에서 가지는 자리에네르기의 합에 두 질점사이의 호상작용에네르기를 더한것과 같다. 개별적인 원자나 분자를 질점과 같이 보면 물체의 력학적에네르기는 그 물체를 이루는 원자 또는 분자들의 운동에네르기들의 합과 그것들의 자리에네르기들의 합에 립자들사이의 호상작용에네르기까지 더한것과 같다. 이제 총알이 회전하면서 날아가는 경우에 총알의 력학적에네르기를 생각해보자. 이때 총알은 전체로서 일정한 속도로 운동하는데 이와 관련된 운동에네르기는 총알의 질량에 총알의 질량중심의 속도의 두제곱을 곱하고 2로 나눈것과 같다. 이와 함께 총알이 회전하는것과 관련된 회전운동에네르기도 고려해야 한다. 그런데 총알을 이루는 원자들은 또 그것들대로 열운동을 하므로 열운동에네르기도 있다. 이 세가지 운동에네르기들의 합이 총알의 운동에네르기로 된다. 총알은 지구중력을 받으면서 운동하는것만큼 중력자리에네르기를 가진다. 그리고 총알을 이루고있는 원자들사이에도 호상작용에네르기가 존재한다. 이와 마찬가지로 물체를 이루고있는 원자, 분자들은 무질서한 열운동과 관련된 운동에네르기와 그것들사이의 호상작용에네르기를 가진다. 이것들의 합을 물체의 내부에네르기라고 부른다. 기체분자들사이의 호상작용에네르기를 무시할수 있는 리상기체의 내부에네르기는 기체를 이루고있는 분자들의 열운동에네르기와 같다.

한개 분자에 차례지는 열운동에네르기의 값은 $\frac{2}{3}$KT와 같다.

총알의 경우에 이동과 관련된 운동에네르기와 자체회전과 관련된 회전운동에네르기는 내부에네르기에 속하지 않는다. 그것은 총알의 력학적에네르기에 들어간다.

물체의 내부에네르기는 물체를 가열하거나 바깥에서 물체에 대하여 일을 하는 방법으로 변화시킬수 있다. 즉 내부에네르기를 증가시키자면 열운동에네르기를 크게 하든지 아니면 호상작용에네르기를 크게 해야 한다. 물체를 가열하는것은 여러가지 열전달과정에 의하여 실현된다. 그러나 바깥에서 물체에 대하여 수행한 일이 모두 내부에네르기를 증가시키는데 돌려지는것은 아니다.

바깥에서 한 일이 전체로서의 물체의 운동속도만 높여준다면 그러한 일은 물체의 내부에네르기에는 영향을 주지 않는다. 그러나 톱으로 나무를 켜거나 통쇠에 구멍을 내는 경우에 바깥에서 하는 일은 마찰력을 극복하는데 돌려지며 마찰은 물체의 온도를 높여준다. 결국 이 경우에도 물체를 가열하기때문에 물체의 내부에네르기가 커지게 되는것이다.

내부에네르기의 구성부분의 하나인 분자들사이의 호상작용에네르기를 증가시키면 물체의 내부에네르기가 커진다.

분자들사이의 호상작용에네르기는 분자들사이의 거리에 관계되며 거리가 멀수록 호상작용에네르기가 커진다. 일반적으로 분자들사이의 호상작용에네르기는 부의 값을 가지는데 그것들사이의 거리가 멀어지면 호상작용에네르기의 절대값은 작아지지만 부호를 고려하면 커지는것으로 된다. 물체에 Q만한 열량을 주면 그만큼 내부에네르기가 커진다. 내부에네르기를 U로 표시하고 처음에 그것이 U_1이던것이 U_2로 되였다면 다음과 같이 된다.

$$Q=U_2-U_1$$

이와 관련하여 강조할것은 물체의 내부에네르기는 그것의 상태에 의하여 결정되는 량으로서 상태량이지만 물체에 주는 열량은 상태량이 아니라는것이다. 실례로 어떤 물체가 가지고있는 열량이 얼마인가 하는 물음은 물음자체가 잘못된것이다.

제5절 열력학제1법칙

력학적에네르기는 마찰이나 공기의 저항이 없을 때에는 보존되지만 마찰이나 공기의 저항이 있을 때에는 일부가 열로 넘어가면서 보존되지 않는다. 마찰이 있으면 열이 생겨나며 동시에 력학적에네르기는 줄

어든다. 그런데 앞에서 본것처럼 열량과 일은 정확히 비례한다. 그러므로 마찰이 있을 때 생긴 열량을 에네르기로 표시하면 력학적에네르기와 열운동에네르기의 합은 일정한 값을 가지지 않겠는가 하는 생각을 할수 있다. 이 문제를 밝히기 위하여 물체에 열을 주면 어떻게 되는가 하는 것을 생각해보자. 그림 11−3에 이와 관련한 실험을 보여주었다.

피스톤밑에 있는 기체에 Q만한 열량을 주면 기체의 온도가 올라가고 압력이 커지면서 기체는 피스톤을 우로 올리민다. 이때 피스톤이 우로 올라가므로 력학적일이 수행된다. 그 일은 기체가 받은 열량의 일부에 의하여 수행된것이다. 그것을 A로 표시하자. 한편 열을 받으면 기체의 온도가 올라가므로 열운동에네르기가 커지며 기체가 팽창하므로 기체분자들사이의 거리가 커지며 분자들사이의 호상작용에네르기가 달라진다. 이것은 결국 기체의 내부에네르기가 커지는 결과를 준다. 그러므로 기체가 받은 열량을 Q, 기체의 내부에네르기의 변화를 U_2-U_1, 기체가 외부에 대하여 한 일을 A로 표시하면 다음과 같이 쓸수 있다.

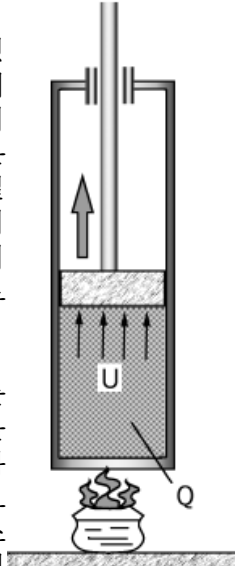
$$Q=U_2-U_1+A$$

이제 A에 대한 공식을 구하자. 피스톤이 기체를 누르는 압력을 P라고 하면 거꾸로 기체는 피스톤을 P만한 압력으로 올리민다. 피스톤밑면의 면적을 S라고 하면 기체가 주는 힘은 PS와 같고 그 힘을 받으면서 피스톤이 ℓ만큼 우로 올라갔다면 기체가 피스톤에 대하여 한 일은 $A=PS\ell$과 같다. $S\ell$은 기체의 체적의 변화 $\triangle V$와 같으므로 결국 다음과 같이 쓸수 있다.

$$Q=U_2-U_1+P\triangle V \qquad (1-1)$$

그림 11−3. 열의 작용결과

이것은 물체(이 경우에는 기체)가 바깥으로부터 받은 열량의 일부는 물체의 내부에네르기를 늘이는데 소비되고 나머지는 물체가 바깥에 대하여 수행한 일로 넘어간다는것을 의미한다. 이것을 에네르기전환 및 보존의 법칙 또는 열력학제1법칙이라고 부른다. 여기서 $A=P\triangle V$는 열을 받은 물체가 다른 물체에 대하여 수행한 일이라는 것을 강조한다. 만일 바깥에서 물체에 대하여 일을 수행하는 경우에는 그 일은 A와 반대부호를 가진다.

여기서 살펴본 경우에는 물체가 바깥으로부터 받은 열량의 일부가 그 물체가 다른 물체에 대하여 수행하는 력학적일로 넘어갔다. 반대로 바깥물체가 주목하는 물체에 대하여 일을 하는 경우에는 주목하는 물체의 내부에네르기가 그만큼 커진다. 실례로 마찰을 극복하자면 력학적일을 해야 하는데 그것은 열을 발생시키며 그 열은 물체의 온도를 높여주며

결국 물체의 내부에네르기가 커진다. 이상의 내용을 종합해보면 물체의 내부에네르기와 력학적에네르기는 서로 다른것으로 넘어갈수 있으며 이때 총체적인 에네르기의 값은 변하지 않는다는것을 알수 있다.

에네르기전환 및 보존의 법칙에 의하면 에네르기에는 여러가지 형태가 있으며 그것들은 서로 다른것으로 넘어갈수 있지만 에네르기의 총량은 변하지 않는다. 에네르기에는 력학적에네르기, 열에네르기, 전기에네르기, 화학적에네르기 등 여러가지 형태가 있다. 에네르기보존법칙은 1840년대에 마이예르, 쥴, 헬름홀쯔에 의하여 완전히 밝혀졌다.

도이췰란드의사이며 생리학자인 율리우스 로버트 마이예르는 의학과 생리학을 연구하는 과정에 《자연의 힘》이 파괴되지 않으며 서로 다른것으로 전환될수 있다는 생각을 하게 되였다. 그 당시에는 에네르기라는 말을 쓰지 않았으며 오늘날 에네르기라고 부르는것을 《힘》이라는 말로 부르고있었던것이다. 그는 이와 관련한 소론문을 물리잡지에 1841년에 투고하였는데 그의 론문에는 구체적인 실험자료가 없었고 과학적으로 틀린것도 있었으므로 발표되지 못하였다. 같은 해에 그는 《생명없는 자연의 힘에 대한 보고》라는 제목으로 화학 및 제약학잡지에 론문을 투고하였는데 그것은 1842년에 발표되였다. 여기서 그는 열의 일당량이 존재하며 그것이 365J/㎉와 같다는것을 주장하였다. 이것은 매우 중요한 결과였다. 1845년에 마이예르는 《생물운동과 물질대사의 련관》이라는 소책자를 발표하였는데 여기서 그는 에네르기전환 및 보존에 관한 자기의 견해를 체계화하여 서술하였다. 영국물리학자 쥴은 마이예르와 달리 일반적고찰로부터 출발한것이 아니라 구체적인 물리적현상을 연구하는 과정에 에네르기전환 및 보존의 법칙을 발견하였다. 그는 전류가 흐를 때 열이 나오는것을 실험적으로 연구하는 과정에 열의 일당량이 존재한다는것을 발견하였다. 1841년에 쥴은 전류가 흐를 때 발생하는 열량은 전류의 세기의 두제곱과 도선의 저항에 비례한다는것을 발견하였다. 쥴은 1843년에 발표한 론문 《전자기의 열효과와 열의 력학적값》에서 열의 일당량이 4.51J/㎈라는것을 발표하였는데 그것은 지금 쓰고있는 값인 4.18J/㎈에 매우 가깝다. 쥴은 화학반응때에 나오는 열을 연구하는 과정에 에네르기전환 및 보존의 법칙을 얻었다. 1849년에 그는 그림 11－2에 보여준 실험장치를 개선하여 열의 일당량으로서 4.24J/㎈를 얻었다.

1847년에 도이췰란드의 자연과학자 헬름홀쯔는 《힘의 보존에 대하여》라는 론문을 발표하였는데 이때 그의 나이는 26살이였다. 의사이며 생리학자였던 그는 이 론문에서 에네르기전환 및 보존의 법칙을 명백히 정식화하였다. 그도 역시 마이예르와 마찬가지로 생리학적문제를 연구하는 과정에 이 법칙을 발견하였다. 그는 영구기관을 만들수 없다는 사실과 력학적운동에서는 에네르기가 보존된다는 사실에 기초하여 에네르기는 한 형태로부터 다른 형태로 넘어갈수 있지만 에네르기의

총량은 변할수 없다는 결론을 얻었다.

그는 처음으로 력학적에네르기가 운동에네르기와 자리에네르기의 합으로 표시된다는것을 지적하였으며 력학적에네르기가 보존되기 위한 조건을 밝혔다. 이것은 력학에서 처음으로 에네르기의 개념을 명백히 밝힌것으로서 력학의 발전에서도 큰 의의를 가지였다. 이리하여 1840년대에 에네르기전환 및 보존의 법칙이 확립되였다. 에네르기의 개념을 명백하게 밝힌 사람은 영국학자 랑킨이였다. 1855년에 그는 이렇게 썼다.

《〈에네르기〉라는 학술용어는 물체가 일을 수행할수 있는 능력에 귀착되는 물체의 임의의 상태를 전제로 하는것이다.》

《에네르기의 값은 일의 값으로 측정된다.》

에네르기보존법칙의 발견이 가지는 의의는 물리학의 범위에 국한되지 않으며 자연에 대한 인식에서 근본적전환을 가져왔다는데 있다.

19세기에 자연과학에서 이룩된 3대발견으로서는 세포의 발견, 다윈의 진화론의 발견, 에네르기전환 및 보존의 법칙의 발견을 들고있다. 바로 자연과학에서 이룩된 이 3대발견이 변증법적유물론을 낳게 되였던것이다.

문제와 풀이

1. 다음의 경우들에 물체의 내부에네르기가 어떤 방법으로 변하였는가?

ㄱ) 쇠물이 식을 때

ㄴ) 얼음이 녹을 때

ㄷ) 물을 끓일 때

풀이. ㄱ) 쇠물이 식을 때에는 열이 바깥으로 나간다. 이때 쇠물의 온도가 낮아지며 따라서 열운동에네르기가 줄어든다. 또한 쇠물이 식으면 체적이 줄어들며 따라서 원자들사이의 거리가 작아지면서 호상작용에네르기가 작아진다. 그러므로 쇠물의 내부에네르기가 줄어든다.

ㄴ) 얼음이 녹자면 녹음열과 같은 열량을 흡수해야 한다. 이때 얼음의 내부에네르기는 흡수한 열량만큼 커진다.

ㄷ) 물을 끓이면 물분자들의 열운동에네르기가 커진다. 그리고 물분자들사이의 거리가 멀어지므로 그것들사이의 호상작용에네르기도 커진다. 이때 늘어나는 에네르기는 물을 끓이기 위하여 주는 열량과 같다. 바로 이 열량만큼 물의 내부에네르기가 커진다.

2. 열량과 일은 어떤 점에서 같은가?

풀이. 열량과 일은 같은 본을 가진다. 또한 열은 일로 넘어갈수 있고 일에 의하여 열이 생겨날수 있는데 언제나 같은 비률로 전환된다.

3. 질량이 0.5kg인 쇠덩이를 판자우에서 등속으로 2m만큼 옮겨놓았다. 이때 한 일의 30%가 쇠덩이를 덥혀준다면 쇠덩이의 내부에네르기

는 얼마나 변하겠는가? 미끄럼마찰곁수는 0.5이다.

풀이. 문제에서 주어진것은 쇠덩이의 질량 m=0.5㎏, 그것이 등속으로 이동한 거리 S=2m, 마찰곁수 $\mu=0.5$ 그리고 열로 넘어간 비률 $\eta=0.3$이다. 쇠덩이가 등속으로 이동하였으므로 작용한 힘의 크기는 미끄럼마찰력 μmg와 같고 그것이 한 일 A는

$$A=FS=\mu mgS=4.9J$$

과 같다. ηA가 쇠덩이를 덥혀주는데 그것이 바로 쇠덩이가 받은 열량 Q와 같다. 그러므로 내부에네르기의 변화는 다음과 같다.

$$U_2-U_1=(1-\eta)A=0.7\times4.9J=3.43J$$

답. 3.43J

4. 수소기체를 넣은 고무풍선을 놓아주었더니 일정한 속도로 곧추 올라갔다. 이때 고무풍선은 더 불어나지 않았고 온도는 높이 올라갈수록 점점 낮아졌다. 수소기체의 에네르기가 어떻게 변하였겠는가?

풀이. 고무풍선안에 있는 수소기체의 에네르기는 내부에네르기와 전체로서의 운동에네르기 및 중력자리에네르기의 합과 같다. 고무풍선이 우로 올라갈 때 그것의 체적이 변하지 않았으므로 내부에네르기가운데서 수소분자들사이의 호상작용에네르기는 변하지 않는다. 우로 올라가면서 온도가 낮아지므로 수소기체의 열운동에네르기는 작아진다. 등속으로 곧추 올라가므로 운동에네르기는 일정한 값을 가지며 중력자리에네르기 mgh는 올라가는 높이에 비례하여 커진다.

5. 논에 댄 물의 온도가 낮에는 올라가고 밤에는 내려간다. 논물의 체적은 변하지 않는다고 보아라. 논물의 에네르기가 어떻게 변하는가? 여기서 논물의 에네르기란 논물의 내부에네르기를 념두에 둔것이다.

풀이. 논물의 내부에네르기의 변화는 온도변화에 대하여 일어난다. 낮에는 온도가 올라가므로 논물의 내부에네르기가 커지고 밤에는 온도가 내려가므로 내부에네르기가 작아진다.

6. 체적이 160㎥인 교실안의 공기의 온도를 -10℃로부터 18℃까지 높이는데 필요한 열량을 구하여라. 공기의 비열은 10^3J/(㎏·K)이고 밀도는 1.3㎏/㎥이다.

풀이. 공기의 온도를 $t_1=-10$℃로부터 $t_2=18$℃까지 올리자면

$$Q=mc(t_2-t_1)$$

만한 열량이 필요하다. $m=\rho V=208$kg이므로 Q는 다음과 같다.

$$Q=208\times10^3\times(18+10)=5\ 824\times10^3(J)$$

답. 5.824×10^6J

7. 기체가 밖으로부터 250kJ의 열량을 받아서 100kJ의 일을 밖에 대하여 해주었다. 이 기체의 내부에네르기가 얼마나 변하였겠는가?

풀이. $Q=U_2-U_1+A$ 로부터 $U_2-U_1=Q-A=150$ kJ이다.

답. 150kJ만큼 커졌다.

8. 일정한 량의 기체가 250kJ의 열량을 받은 후 내부에네르기가 450kJ만큼 늘었다. 기체가 밖에 대하여 일을 하였는가, 아니면 밖에서 기체에 대하여 일을 하였는가? 일의 크기는 얼마인가?

답. 밖에서 기체에 대하여 200kJ만한 일을 하였다.

9. 목욕탕안에 50℃의 물 1 200L가 들어있다. 이 물의 온도를 40℃로 낮추기 위해서는 15℃의 찬물을 얼마나 넣어야 하겠는가?

풀이. 더운물이나 찬물이나 밀도가 같고 비열도 같다고 보겠다. 그러면 $t_1=50℃$, $V_1=1\ 200L$, $t_2=15℃$, $t=40℃$이고 찬물의 체적 V_2을 구해야 한다. $m_1=\rho V_1$, $m_2=\rho V_2$이므로

$$m_1c_1(t_1-t)=m_2c_2(t-t_2)$$

로부터 V_2은 다음과 같다.

$$V_2=\frac{t_1-t}{t-t_2}V_1=480L$$

답. 480L

10. 목욕탕에 85℃의 더운물과 15℃의 찬물이 흘러나온다. 체적이 7㎥인 물통에 40℃의 물을 채우려면 이 물을 각각 얼마씩 섞어야 하겠는가?

풀이. 더운물의 체적을 V_1, 찬물의 체적을 V_2, 물통의 체적을 V로 표시하면 다음과 같은 련립방정식을 풀어야 한다.

$$(85-40)V_1=(40-15)V_2$$

$$V_1+V_2=V=7m^3$$

이것을 풀면 다음과 같이 된다.

$$V_1=2.5m^3,\ V_2=4.5m^3$$

답. 더운물은 2.5㎥, 찬물은 4.5㎥ 섞어야 한다.

11. 주철관에 볼반으로 구멍을 뚫는다. 이 구멍에 10℃의 랭각수 5ℓ를 부으면 5분 지나서 끓는다. 구멍을 뚫을 때 쓴 랭각수의 가열에 소비된 열량이 기계가 한 전체 일의 80%라면 기계의 일능률은 얼마인가?

풀이. 여기서 5분지나서 물이 끓는다는 말은 정확하지 않으며 물이 끓기 시작한다고 말해야 한다. 즉 5분 지나서 물의 온도가 100℃로 된다. 그러므로 물의 온도변화는 90℃이다. 물의 질량은 m=5㎏이고 비열은 c=4 200 J/(㎏·K)이므로 랭각수를 가열하는데 든 열량은

$$Q=5\times4\ 200\times90J$$

이고 그것이 기계가 한 전체 일의 80%이므로 전체 일은 A=Q/0.8이고 일능률은 다음과 같다.

$$N=\frac{A}{t}=\frac{5\times4\ 200\times90}{0.8\times300}W=7\ 875W$$

답. 7.875kW

제12장 물질의 상태변화

보통조건에서 물질의 상태라고 하면 기체상태, 액체상태, 고체상태를 념두에 둔다. 플라즈마는 물질의 네번째 상태라고 부른다. 물질의 상태는 온도와 압력에 따라 변한다. 이 장에서는 물질의 상태가 어떻게 변하는가 하는 문제를 취급한다.

제1절 녹음과 응고

지구에서 만나게 되는 물질은 기체, 액체 및 고체의 세가지 상태가운데서 어느 한가지 상태에서 존재한다. 구체적인 물질이 어떤 상태에 있는가 하는것은 주로 온도와 압력에 관계된다. 많은 경우에 압력은 1대기압(약 10^5Pa) 정도이지만 온도는 넓은 범위에서 변할수 있다. 압력이 일정한 값으로 유지될 때 온도가 높아지면 고체가 액체로 넘어가는데 이것을 녹음이라고 부른다. 반대로 액체상태에 있던 물질은 온도가 낮아지면 고체상태로 넘어가는데 이것을 응고라고 부른다. 고체에는 결정체와 무정형체가 있는데 그것들의 녹음과정은 그 특성이 다르다.

먼저 결정체의 녹음에 대하여 보자.

대기압하에서 결정체인 얼음이 녹는 과정을 보기 위하여 얼음을 그릇에 담고 가열하면 얼음이 녹기 시작한다. 이때 물속에 온도계를 넣고 온도를 재여보면 얼음이 다 녹을 때까지 물의 온도는 변하지 않고 0℃로 남아있는다. 얼음이 다 녹으면 그다음부터 물의 온도가 올라가기 시작한다. 이것은 결정체가 녹을 때에는 그것이 다 녹을 때까지 온도가 변하지 않는다는것을 보여준다. 다른 결정체의 경우에도 그것이 다 녹을 때까지 온도는 일정한 값으로 유지된다. 결정이 녹는 온도를 **녹음점**이라고 부른다. 얼음의 녹음점은 0℃이고 나프탈린의 녹음점은 80℃이다. 고체가 녹을 때 일정한 녹음점을 가진다면 그것은 그 고체가 결정체라는것을 보여준다고 말할수 있다. 실험에 의하면 질량이 m인 결정체를 녹이는데 필요한 열량 Q는 m에 비례한다. 그러므로

$$Q=\lambda m$$

이라고 쓸수 있다. 이때 Q를 녹음열(잠열)이라고 부르며 λ를 비녹음열이라고 부른다. 이 문제가 밝혀짐으로써 비로소 비열의 개념이 확고하게 서게 되였다. 1770년대부터 여러가지 고체와 액체의 비열이 결정

되였으며 그 과정에 열량을 측정하는 방법들이 완성되여갔다. 열량의 측정방법이 완성된 결과에 열과 관련된 기본개념들인 온도, 열량, 열용량, 비열과 같은 개념들이 명백히 서게 되였다. 비녹음열은 1㎏의 물질을 다 녹이는데 드는 열량을 특징짓는 량이며 그것의 단위는 1kJ/㎏이다. 얼음 1㎏을 녹이는데 드는 열량은 물 1㎏의 온도를 80℃만큼 높이는데 드는 열량과 거의 같다. 몇가지 결정체의 녹음점과 비녹음열을 표 12－1에 주었다.

표 12－1. 몇가지 물질의 녹음점과 비녹음열

물질	녹음점 (℃)	비녹음열 (kJ/kg)	물질	녹음점 (℃)	비녹음열 (kJ/kg)
얼음	0	340	석	282	59
철	1 535	270	연	327	25
동	1 083	180	알루미니움	660	386
수은	－39	12			

일반적으로 고체가 녹을 때에는 체적이 커진다. 그것은 원자들이 액체보다 고체에서 더 조밀하게 배렬되여있기때문이다. 그러나 물, 회색주철, 안티몬, 비스무트 등 몇가지 물질은 반대로 일정한 온도구간에서는 온도가 내려갈 때 체적이 줄어든다. 이런 성질을 가지는 물질은 주물제품이나 인쇄활자를 만드는데 쓰인다. 인쇄활자를 만들자면 먼저 금속을 녹여서 형타에 부어넣어야 한다. 식으면 체적이 줄어들므로 형타에서 쉽게 꺼낼수 있다.

결정체를 녹이는데 드는 녹음열은 무엇에 소비되는가? 결정체가 녹아서 같은 온도의 액체로 될 때 력학적일은 수행되는것이 없다. 그러므로 물체가 받은 열은 열력학 제1법칙에 따라 그 물체의 내부에네르기를 증가시키는데 소비된다. 고체에서보다 액체에서는 원자들사이의 결합이 약하다. 그러므로 결정체를 가열하여 녹이는 과정은 결정을 이루는 원자들사이의 결합을 약하게 만드는 과정이라고 말할수 있다. 이때 원자들사이의 호상작용에네르기는 커지므로 물체의 내부에네르기가 커진다. 녹음점에서 액체와 고체의 내부에네르기를 각각 $U_{액}$, $U_{고}$라고 하면

$$U_{액}-U_{고}=\lambda\cdot m$$

으로 된다.

왜 액체의 내부에네르기가 고체의 내부에네르기보다 더 큰가? 앞에서도 말했지만 결정체가 녹는 동안에는 결정체의 온도와 그것이 녹아서 생긴 액체의 온도가 같다. 이것은 두 경우에 원자들의 열운동에네르기는 같다고 볼수 있다는것을 의미한다. 따라서 액체의 내부에네르기가 결정의 내부에네르기보다 큰것은 원자들사이의 호상작용에네르기가 고체에서보다 액체에서 더 크기때문이다. 고체에서 원자들이 더 세

게 결합되여있는데 왜 고체보다 액체에서 원자들사이의 호상작용에네르기가 더 크다고 말하는가? 그것은 이 에네르기가 부의 값이라는것과 관련되여있다. 그러므로 절대값을 따지면 호상작용에네르기가 고체에서 더 크지만 부호를 고려하면 액체에서 원자들사이의 호상작용에네르기가 고체에서보다 더 크다.

액체의 온도가 낮아져서 녹음점과 같아지면 액체는 고체(결정체)로 넘어간다. 이때에는 액체의 내부에네르기가 줄어들면서 녹음열만한 크기의 열량을 내보낸다.

녹음점은 압력에 관계된다. 표12－1에 보여준 녹음점과 비녹음열은 압력이 대기압과 같은 경우에 대한것이다. 대부분의 물질은 액체상태로부터 고체상태로 넘어갈 때 체적이 작아진다. 이러한 물질에서는 압력이 커지면 녹음점이 높아진다. 그러나 물이나 주철과 같이 결정체로 넘어갈 때 체적이 커지는 물질의 경우에는 압력이 커지면 녹음점이 낮아진다. 압력이 커질 때 얼음의 녹음점이 낮아진다는것은 다음과 같은 실험에 의하여 알수 있다. 받침대우에 얼음덩어리를 올려놓고 무거운 추를 매단 가는 쇠줄을 얼음덩어리우로 건너가게 한다.(그림 12－1) 그러면 쇠줄이 천천히 아래로 내려간다.

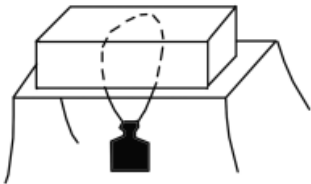



그림 12－1. 압력이 커지면 얼음의 녹음점이 낮아진다.

쇠줄이 다 내려간 다음에 얼음덩어리를 들어보면 두개 쪼각으로 갈라진것이 아니라 한개 덩어리로 남아있다. 그것은 얼음덩어리속으로 쇠줄이 빠져나올 때 쇠줄이 지나간 자리는 다시 얼음으로 된다는것을 의미한다. 쇠줄에 무거운 추가 달려있고 쇠줄이 얼음과 닿는 부분의 면적은 아주 작기때문에 쇠줄은 그밑에 있는 얼음을 높은 압력으로 내리누른다. 압력이 높으면 얼음의 녹음점은 낮아지므로 쇠줄밑에 있는 얼음은 녹고 따라서 얼음속으로 쇠줄이 아래로 내려간다. 일단 쇠줄이 지나가면 녹았던 얼음물은 다시 얼음으로 된다. 얼음의 녹음점을 1℃만큼 낮추자면 130㎏만한 질량을 가진 물체가 1㎠의 면적을 내리눌러야 한다.

그러므로 이 실험에서 쇠줄은 될수록 가늘어야 하고 추는 무거워야 한다.

액체가 고체로 넘어가는 경우에 그 고체가 결정체이면 응고는 녹음점과 같은 온도에서 일어난다. 이때 액체가 몽땅 결정체로 될 때까지 온도는 일정한 값으로 유지된다. 그러므로 응고점과 녹음점이 같다. 그리고 응고될 때 녹음열만한 열량을 바깥으로 내보낸다.

결정체와 달리 무정형체가 녹는것은 일정한 온도에서 일어나지 않으며 따라서 무정형체에 대해서는 녹음점이라는것을 말할수 없다. 그것은 무정형체에서 원자들이 무질서하게 놓여있는것과 관련되여있다. 액체에서도 역시 원자들이 무질서하게 놓여있다. 그러므로 무정형체와 액

체의 계선은 모호하며 바로 이때문에 무정형체가 녹을 때에는 어디까지가 무정형체이고 어디서부터 액체인지 분간할수 없으며 따라서 일정한 녹음점이 없다.

스케트를 타고 앞으로 나갈 때 어떤 현상이 일어나는가 하는 문제를 생각해보자. 스케트날은 매우 좁기때문에 그것과 얼음이 닿는 부분의 면적은 매우 작다. 만일 얼음의 온도가 −5℃라면 그것을 0℃의 물로 되게 하기 위해서는 1㎠당 600㎏이상의 질량이 차례져야 한다. 스케트선수의 무게를 아무리 크게 잡아도 100㎏무게는 넘을수 없다. 그러므로 스케트날밑의 얼음이 물로 되게 하자면 스케트날과 얼음이 닿는 부분의 면적이 0.1㎠정도밖에 되지 말아야 한다는 결론이 나온다.

제2절 증발과 응결

액체가 기체로 되는것을 김날기라고 부른다.

실례로 물은 기체상태에 있을 때 물김이라고 부른다. 김날기에는 증발과 끓음의 두가지 형식이 있다. 먼저 증발과 그것의 거꿀과정인 응결에 대하여 살펴보겠다.

액체가 증발한다는것은 여러가지 사실을 통하여 알수 있다. 여름에 빨래를 바깥에 널어놓으면 몇시간후에는 그것이 말라버린다. 이것은 빨래에 있던 물이 증발하였기때문이다.

액체가 어떤 온도에 있는가에 관계없이 액체겉면으로부터 김이 날아나는데 이것을 증발이라고 부른다. 그것은 액체겉면에 있던 일부 분자들이 액체로부터 달아나는 결과에 일어나는 현상이다. 반대로 이슬이 맺히는 경우에는 공기속에 있던 수증기가 물방울로 넘어간다. 이와 같이 기체가 액체상태로 넘어가는것을 응결이라고 부른다.

에테르는 그것을 담은 그릇의 마개를 열면 빠른 속도로 증발한다. 고체겉면에서도 증발이 일어난다. 고체겉면에서 증발이 일어난다는것은 고체상태에서 액체상태로 넘어갔다가 기체상태로 넘어가는것이 아니라 직접 기체상태로 넘어간다는것이다. 나프탈린은 고체인데 그것은 직접 기체로 넘어간다. 겨울에 바깥에 널어놓은 빨래가 마르는것도 빨래에 있는 얼음이 증발하기때문이다. 이와 같이 고체의 겉면에서 증발이 일어나면서 기체가 생기는 현상을 **승화**라고 부른다. 승화의 거꿀과정은 기체가 액체상태를 거치지 않고 직접 고체상태로 넘어가는것인데 이것을 **강화**라고 부른다.

증발이 일어나는것은 액체분자들의 열운동으로 설명할수 있다. 액체에서 모든 분자들의 열운동속도가 다르다. 액체겉면에 수직인 방향으로 큰 속도로 운동하는 분자는 겉면장력을 이겨내고 액체바깥으로 달아난

다. 바로 이러한 분자들이 증발하는 분자이다. 증발이 일어나면 속도가 빠른 분자들이 많이 달아나므로 액체속에는 속도가 더딘 분자들이 남아있게 되며 그 결과에 액체의 온도는 낮아진다.

어떤 경우에 증발이 잘 일어나는가?

액체의 온도가 높으면 분자들의 열운동에네르기가 크므로 증발하는 분자의 수도 많아지므로 증발이 잘 일어난다. 증발은 액체겉면에서 일어나므로 겉면이 넓을수록 증발이 잘 일어난다. 그런데 증발된 분자들이 액체겉면가까이에 오래동안 남아있으면 다시 액체속으로 들어갈수 있다. 그러므로 증발이 잘 일어나게 하자면 증발한 분자들을 멀리로 쫓아버려야 한다. 바로 바람이 그런 작용을 한다. 그러므로 바람이 잘 불면 증발이 잘 일어난다. 액체가 증발할 때에는 주위로부터 열을 받아야 한다. 이때 액체가 받는 열량을 증발열이라고 부른다. 증발열을 Q라고 하면 증발열은 증발한 질량 m에 비례한다. 그러므로 다음과 같이 쓸수 있다.

$$Q=L\cdot m$$

비례결수 L을 **비증발열**이라고 부른다. 그것의 단위는 1J/㎏이다. 온도가 높아지면 비증발열의 값은 작아진다. 표준대기압에서 물의 비증발열은 0℃일 때 2.5×10^3kJ/㎏이고 50℃일 때 2.38×10^3kJ/㎏, 100℃일 때 2.26×10^3kJ/㎏이다.

액체가 증발할 때 증발열을 흡수하는것은 랭동기에서 리용된다. 더울 때 몸에 물을 끼얹으면 시원해지는데 그것은 몸에 묻은 물이 증발하면서 많은 열을 빼앗아가지고 달아나기때문이다. 미싸일이 공기속에서 높은 속도로 날아갈 때 미싸일의 겉면은 공기와의 마찰에 의하여 세게 가열된다. 미싸일겉면에는 보호막이 있는데 그것은 가열되면 증발하면서 많은 열을 가지고 달아나므로 미싸일겉면의 온도가 높아지는것을 막아준다.

겨울에 뻐스에 있는 유리에는 안쪽에 성에가 생기는것을 볼수 있다. 그것은 뻐스안에 있던 수증기가 찬 유리에 닿아서 고체상태로 넘어가기때문에 생기는것이다.

증발열은 액체분자들사이에 존재하는 결합에네르기를 극복하는데 쓰인다. 일반적으로 비증발열은 비녹음열보다 훨씬 큰 값을 가진다. 실례로 대기압하에서 얼음의 비녹음열은 340kJ/㎏이지만 물의 비증발열은 0℃일 때 2 500 kJ/㎏으로서 7.4배정도이다. 비녹음열보다 비증발열이 훨씬 큰것은 액체의 구조가 고체의 구조에 더 가깝기때문이다.

제3절 포화증기와 습도

증발과 응결은 액체겉면에서 일어난다. 방안에 물을 담은 사발을 놓아두면 물이 증발한다. 사발에 뚜껑을 덮어놓으면 증발과 응결이 동시에 일어난다. 일정한 시간이 지나면 같은 시간동안에 증발하는 분자수와 응결되는 분자수가 거의 같게 되는데 이런 평형을 동적평형이라고 부른다. 동적평형상태에 있을 때의 증기를 포화증기라고 부르며 포화증기의 압력을 포화증기압이라고 부른다. 포화증기에 이르지 못한 증기를 불포화증기라고 부른다. 포화증기압은 물질마다 다르며 같은 물질에서도 온도에 따라 다르다.

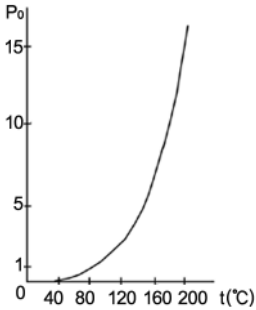



그림 12-2. 온도에 따라 물의 포화증기압이 변하는 모양

포화증기압은 다음과 같은 방법으로 측정한다. 길이가 1m정도이고 웃끝을 막은 유리관에 수은을 채운 다음 그것을 거꾸로 수은그릇속에 세워놓는다. 이때 관안에 있는 수은은 약간 내려오며 수은기둥의 높이는 760㎜로 된다. 이것은 수은기둥이 수은그릇에 있는 수은을 내리누르는 압력이 대기압과 같게 되였다는것을 의미한다. 이때 수은기둥의 웃부분은 진공상태에 있다. 이제 수은기둥의 아래로부터 적은 량의 다른 액체를 넣어준다. 액체는 모두 수은보다 가벼우므로 새로 넣어준 액체는 수은기둥의 우에 뜨게 된다. 그런데 수은기둥우에는 진공이므로 액체의 일부가 증발한다. 그리하여 액체의 포화증기가 생기는데 그것은 포화증기압으로 수은기둥을 내리누른다. 이때 수은기둥이 내려간 높이에 의하여 액체의 포화증기압을 구할수 있다. 포화증기압은 온도가 높아지면 매우 빨리 커진다.

이것은 그림 12-2를 보면 알수 있다.

물의 포화증기압이 온도에 따라 변하는것을 표 12-2에 주었다.

표12-2. 온도에 따르는 물의 포화증기압

t(℃)	P0(Pa)	t(℃)	P0(Pa)	t(℃)	P0(Pa)	t(℃)	P0(Pa)
2	610	14	1 598	30	4 241	70	31 148
4	705	18	2 063	40	7 373	80	47 326
6	934	22	2 643	50	12 328	90	70 079
10	1 228	26	3 360	60	19 912	100	101 293

그림 12−2와 표 12−2로부터 알수 있는것처럼 온도가 높아질 때 포화증기압은 급격히 커진다. 특히 100℃일 때의 포화증기압은 101 293Pa과 같은데 이것은 대기압과 같다. 대기압하에서 물이 100℃에서 끓는다는것을 고려하면 이것은 액체의 끓음과 포화증기압이 밀접히 련관되여있다는것을 보여준다. 일반적으로 온도의 값을 지적하지 않고 포화증기압의 값을 말할 때에는 온도가 20℃일 때의 값을 의미한다.

표 12−3. 액체들의 포화증기압

액체	P_0(Pa)	액체	P_0(Pa)
물 에틸알콜	2 332 5 931	휘발유 에테르	9 943 58 643

표12−3에 몇가지 액체의 포화증기압을 20℃일 때의 값으로 주었다. 표에서 볼수 있는것처럼 에테르의 포화증기압은 물의 포화증기압보다 훨씬 크다.

한편 에테르는 물보다 훨씬 빨리 증발한다. 이것은 포화증기압이 큰 액체일수록 증발속도가 빠르다는것을 보여준다. 대기압에 비하여 20℃일 때의 포화증기압이 더 큰 액체는 20℃에서 액체상태로 존재하지 않고 기체상태로 존재한다. 이제 20℃ 즉 293K일 때 수증기의 밀도를 구해보자. 수증기를 리상기체로 보면 그것의 상태방정식은 다음과 같다.

$$PV = \frac{m}{\mu}RT$$

여기서 μ=18g/mol은 물의 몰질량이다. 밀도는 ρ=m/V이므로

$$\rho = \frac{\mu P}{RT}$$

이다. P=2 332Pa, R=8.31J/(K·mol), T=293K을 넣고 ρ를 계산하면 $\rho=1.7\times10^{-5}$ g/㎤를 얻는다. 표준조건에서 공기의 밀도가 1.29×10^{-3} g/㎤이라는것을 고려하면 수증기의 밀도는 그것의 100분의 1정도로서 매우 작다. 그러나 체적이 36㎥=36×10^6㎤인 방안에 있는 수증기의 질량은 600g정도로서 한사발정도나 된다.

다음으로 습도에 대하여 설명하겠다.

온도가 주어지면 포화증기압 P_0의 값이 결정된다. 그러나 공기속에 있는 수증기의 압력 P는 P_0과 다르다. P를 P_0으로 나누고 거기에 100을 곱한것을 공기의 습도라고 부르며 B로 표시한다.

$$B = \frac{P}{P_0}\times100\%$$

습도는 프로(%)로 표시한다.
주어진 온도에서 공기속의 수증기가 포화상태에 있으면 $P=P_0$으로 되고 습도는 100%로 된다.
사람에게 가장 알맞는 방안습도는 60~70%이다. 공기속에 있는 불포화증기는 공기의 온도가 낮아지면 포화상태로 되여 응결되면서 고체의 겉면에 이슬로 맺힌다. 공기속의 수증기가 포화상태로 되여 이슬로 맺히기 시작하는 온도를 이슬점이라고 부른다.

제4절 끓음

액체가 기체로 넘어가는 현상에는 증발과 함께 끓음도 있다. 가마에 물을 넣고 가마를 덥히면 가마의 벽에 자그마한 기포들이 생겨나는것을 볼수 있다. 그가운데서 어떤것은 벽으로부터 떨어져서 우로 올라가서 액체바깥으로 달아나지만 대부분은 벽에 그냥 붙어있다. 기포안에는 물온도에서의 포화증기압과 같은 압력을 가진 포화증기가 들어있다. 포화증기압이 대기압과 물기둥의 압력의 합보다 작으면 기포의 체적은 변하지 않는다. 물의 온도가 높아지면 그에 따라 기포안의 온도도 높아지고 포화증기압이 커진다. 이때 기포의 체적도 커진다. 가마벽의 온도가 물온도보다 높으므로 벽에 붙어있는 곳에서 먼저 기포안의 포화증기압이 물속에서의 압력보다 높아진다. 그렇게 되면 기포는 가마벽에서 떨어져서 우로 떠오르며 물겉면을 뚫고 바깥으로 나가서 터진다. 이때 기포속에 있던 수증기가 물바깥으로 나간다. 물을 계속 가열하면 이런 과정이 계속 일어나는데 이것이 바로 끓음이다. 이와 같이 끓음이란 액체의 내부에 생긴 작은 기포(끓음의 핵)가 가열되는데 따라 포화증기압이 외부기압보다 커져 기포가 점점 크게 자라면서 우로 떠올라와 액체겉면을 뚫고나가서 터지면서 많은 량의 증기가 생기는 현상이다.
끓음은 일정한 온도에서 일어나는데 그러한 온도를 **끓음점**이라고 부른다. 주어진 온도에서 액체의 포화증기압이 바깥압력과 같을 때 끓음이 일어난다. 바깥압력이 낮으면 끓음점도 낮아진다. 실례로 바깥압력이 610Pa이면 그것은 2℃일 때의 포화증기압과 같으며 따라서 그런 압력에서는 2℃의 물이 끓는다. 즉 끓는 물이 매우 차다. 압력의 값을 지적하지 않고 어떤 액체의 끓음점을 지적할 때에는 외부압력이 1기압일 때의 끓음점을 념두에 둔다.
끓음점이 물질의 종류에 따라 다르다는것을 리용하여 서로 다른 물질이 섞여있는것을 갈라낼수 있다. 실례로 물에는 극히 적은 량의 중수가 들어있는데 그것의 끓음점은 보통물의 끓음점보다 높다. 그러므로 100℃에서 물을 다 끓여버리면 중수만 남는다. 액체가 증발할 때

Q=Lm과 같은 증발열이 필요하다는것을 보았다. 여기서 L은 비증발열이다. 끓음도 증발의 한 형태라고 볼수 있으므로 액체가 끓을 때에도 증발열이 필요하다.

액체에 작용하는 압력이 주어지면 끓음점이 결정되는데 끓음점에서의 비증발열을 L로 취하면 질량이 m인 액체를 다 끓게 하는데 드는 열량은 Lm과 같다. 표 12－4에 표준대기압일 때 온도에 따라 비증발열이 변하는것을 주었다.

표12－4. 온도에 따르는 물의 비증발열의 변화(압력은 표준대기압과 같다.)

t(℃)	0	50	100	150	200	250	300	350	374
L(kJ/kg)	2 487	2 374	2 253	2 093	1 956	1 685	1 379	878	0

374℃일 때 비증발열이 0이라는것은 물의 온도가 374℃로 되면 액체상태와 기체상태사이에 차이가 없어진다는것을 의미한다. 표준대기압에서 몇가지 액체의 끓음점과 끓음점에서의 비증발열을 표 12－5에 주었다.

표 12－5. 끓음점과 비증발열

물질	끓음점 (℃)	비증발열 (kJ/kg)	물질	끓음점 (℃)	비증발열 (kJ/kg)
물	100	2 253	에테르	34.7	351
암모니아	－33.4	1 367	수은	357	288
알콜	78.4	853			

왜 액체를 기체상태로 넘기는데 열량이 필요한가? 그것은 기체의 내부에네르기가 액체의 내부에네르기보다 크기때문이다. 따라서 액체에 열의 형태로 에네르기를 주어야 액체로부터 기체상태로 넘어갈수 있다. 바로 그것이 증발열이다. 한마디로 액체의 내부에네르기 $U_{액}$과 기체의 내부에네르기 $U_{기}$의 값이 다르므로 내부에네르기를 변화시키는데 열량이 소비된다. 열력학제1법칙에 의하여 다음과 같이 쓸수 있다.

$$U_{기} - U_{액} = L \cdot m$$

끓음점이 압력에 따라 다르고 액체의 종류에 따라서도 다르다는것을 리용하여 공기속에 있는 여러가지 기체를 갈라낼수 있다. 그러기 위하여서는 먼저 공기의 온도를 낮추어 그것을 액체로 만든 다음에 온도를 점차적으로 높여준다. 질소와 산소의 끓음점은 대기압하에서 각각 －196℃, －183℃이다.

공기의 온도를 －200℃아래로 낮추어 그것을 액체공기로 만든 다음

온도를 천천히 높이면 먼저 질소가 끓으면서 질소기체가 얻어진다. 그것을 제거하면 그다음은 산소가 끓으면서 산소기체가 얻어진다. 이렇게 하여 질소와 산소를 기체상태로 분리할수 있다.

제5절 기체의 액화

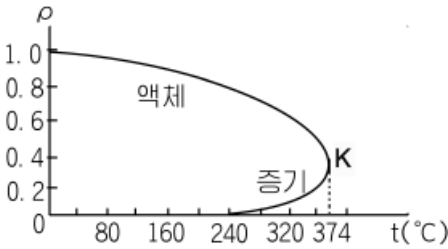



그림 12-3. 온도에 따르는 물과 포화증기의 밀도의 변화

기체를 액체로 되게 하기 위해서는 온도를 낮추거나 압력을 높여야 한다. 온도를 일정하게 유지하고 압력을 높이는 방법으로 기체를 액체로 만들기 위해서는 압력을 그 온도에서의 기체의 포화증기압보다 더 크게 해야 한다. 이러한 방법으로 암모니아, 탄산가스, 염소와 같은 기체들을 액체로 만드는데 성공하였다. 그런데 산소, 질소, 수소를 비롯한 일부 기체들은 아무리 압력을 높이고 온도를 낮추어도 액체로 되지 않았다. 심지어 압력을 3천기압까지 높이고 온도를 −110℃까지 낮추어도 액체로 되지 않았다. 그래서 학자들은 이것들을 진짜기체라고 보게 되였다. 썩 후에야 왜 이런 기체들을 액체로 만드는데 성공하지 못했는가 하는 것을 알게 되였다. 그것은 림계상태라는 개념과 련관되여있다. 지금은 어떤 기체든지 다 액체로 되게 할수 있다. 바깥으로 기체가 새여나가지 못하게 밀페한 그릇안에 액체가 있으면 일부 액체는 기체로 넘어가며 그릇의 밑부분에는 액체가 있고 그우에는 기체가 있을것이다. 이때 액체와 기체는 동적평형상태에 있으며 기체의 압력은 해당한 온도에서의 포화증기압과 같다.

이제 온도를 높이면 포화증기압이 커지며 따라서 기체의 밀도가 커지고 반대로 액체의 밀도는 작아진다. 어떤 온도에 이르면 액체의 밀도가 그 온도에 대한 포화증기의 밀도와 같게 된다. 이러한 온도를 **림계온도**라고 하고 그러한 상태를 **림계상태**라고 부른다. 그림 12−3에 물에 대하여 이상에서 말한것을 보여주었다.

그림에서 우에 있는 곡선은 액체상태의 물의 밀도가 온도에 따라 변하는 모양이고 아래에 있는 곡선은 포화증기의 밀도가 온도에 따라 변하는 모양이다. 그림에서 물의 밀도라고 하였는데 액체의 밀도는 온도뿐아니라 압력에도 관계된다. 그러므로 어떤 압력에서 론의하는가 하는 문제가 제기된다. 기체는 온도가 주어지면 포화증기압이 결정된다.

따라서 그림에서 기체는 해당한 온도에 대한 포화증기압과 같은 압력을 받고있다. 액체는 그러한 기체와 동적평형을 이루고있으므로 액체가 받는 압력도 해당한 온도에서의 포화증기압과 같다.

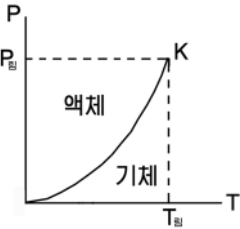



그림 12—4. 평형상태에서 포화증기압과 온도사이의 관계

밀도는 액체와 기체에서 다르지만 압력은 둘다 포화증기압과 같은 압력을 받고있다. 만일 압력과 온도사이의 관계를 보여주는 곡선을 그리면 그것은 두개의 서로 다른 곡선이 아니라 그림 12—4에 보여준것과 같은 한개 곡선으로 된다. 여기서 압력을 보여주는 곡선은 해당한 온도에 대한 포화증기압을 보여주는 곡선이다.

곡선의 웃부분은 액체상태이고 아래부분은 기체상태이다. 이 그림을 보면 액체상태와 기체상태사이에 엄격한 계선이 없다는것을 알수 있다. 즉 그림에서 K로 표시한 상태의 오른쪽에서는 액체상태와 기체상태의 차이를 알수 없다. K로 표시한것이 림계상태이다. 속을 들여다볼수 있는 유리관을 밀봉하고 그안에 있는 액체를 보면 림계온도보다 낮은 온도에서는 액체와 기체의 경계가 명백히 보이지만 림계온도에 이르면 경계가 보이지 않고 유리관안의 전체가 짙은 안개처럼 보인다. 온도를 림계온도보다 더 높여도 마찬가지이다.

그림 12—4로부터 나오는 중요한 결론은 기체를 액체로 넘기자면 무엇보다도 기체의 온도를 림계온도보다 더 낮게 해야 한다는것이다. 그런데 산소, 질소, 수소, 헬리움과 공기의 림계온도는 —110℃보다 낮다. 바로 그래서 그것들은 —110℃에서 아무리 높은 압력을 주어도 액체로 되지 않았던것이다. 표 12—6에 몇가지 물질의 림계값과 끓음점을 주었다.

표 12—6. 몇가지 물질의 림계값

물질	림계온도(℃)	림계압력(기압)	끓음점(℃)
물	374	218	100
암모니아	132	112	—33
알콜	243	63	78.4
에테르	194	35	34.7
탄산가스	31	73	—78.5
산소	—119	50	—183
질소	—147	33.5	—196
수소	—240	12.8	—253
헬리움	—268	2.25	—269
공기	—141	335	—193

기체를 액체로 만들기 위해서는 기체의 온도를 림계온도보다 낮게 해야 하며 그 온도에 해당한 포화증기압보다 더 큰 압력으로 내리눌러야 한다. 물체의 온도를 낮추기 위해서는 물체의 내부에네르기를 작게 해야 한다. 이것이 온도를 낮추기 위한 원리이다. 실지로 온도를 낮추는 방법에는 여러가지가 있다. 그가운데는 열이 들어가지 못하게 하고 액체를 끓게 하는 방법과 기체의 체적이 갑자기 불어나게 하는 방법도 있다.

첫째 방법은 지난 시기에 많이 써왔지만 지금은 그다지 쓰이지 않는다. 처음에 끓음점이 비교적 높은 기체를 액화시킨 다음 그것을 끓게 하는 방법으로 끓음점이 더 낮은 기체를 액화시킬수 있다. 1877년에 이 방법으로 액체공기를 얻었으며 1884년에는 액체수소를 얻었으며 1908년에는 끓음점이 제일 낮은 기체인 헬리움을 액화하는데 성공하였다. 액체헬리움을 처음으로 얻은 사람은 네데를란드 물리학자 까메를링 온네스였는데 그가 이 목적에 리용한 실험장치는 공장의 한개 직장에 맞먹는 요란한 설비였다. 이때부터 대형실험장치들이 널리 쓰이기 시작하였다. 그는 헬리움을 액화하는것을 보여주기 위하여 외국에서 많은 물리학자들을 초청하였는데 그날따라 일이 잘 안되여서 거의 10시간이 걸려서야 헬리움을 액화하는데 성공하였다. 기체를 액화하는 다른 한가지 방법은 높은 압력을 받고있는 기체를 작은 구멍을 통하여 세게 내뿜어주는것이다. 이때 기체가 갑자기 불어나면서 세게 랭각된다. 기체의 액화는 랭동기에서 리용되며 액체산소는 폭발기술에서 널리 쓰인다. 액체산소는 반작용발동기에 쓰이는 연료의 중요한 성분으로 들어간다. 절대령도에 가까운 낮은 온도에서는 우리가 일상적으로 보고있는것과는 전혀 다른 현상들이 일어난다.

제6절 3중점

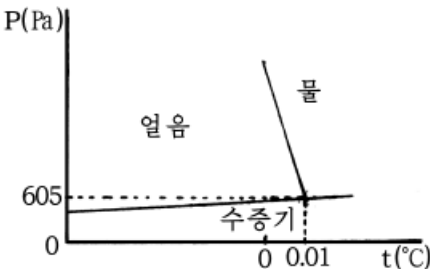



그림 12-5. 물의 상태도

압력이 주어진 온도에 대한 포화증기압과 같으면 앞에서 본것처럼 액체와 기체는 평형상태에 있을수 있다. 마찬가지로 고체와 액체도 평형상태에 있을수 있다. 실례로 압력이 1기압과 같으면 물과 얼음은 0℃일 때 평형상태에 있게 된다. 또한 고체도 기체와 평형상태에 있을수 있다. 실례로 얼음과 수증기가 평형상태에 있을수 있다. 물의 실례에

서 보는것처럼 어떤 물질의 두가지 상태가 평형을 이루기 위해서는 압력과 온도가 정확히 주어진 값을 가져야 한다. 그러므로 온도와 압력을 자리표축에 매긴 평면에서 보면 평형상태는 어떤 곡선으로 나타난다. 그리고 온도와 압력이 주어지면 물질은 고체, 액체, 기체의 세가지 상태가운데서 어느 한가지 상태에 있게 된다. 이런 그림을 물질의 상태도라고 부른다. 그림 12－5에 물의 상태도를 보여주었다. 이제 이 상태도를 분석해보자.

그림에는 세개 곡선이 있다. 그것은 각각 얼음과 물, 얼음과 수증기, 물과 수증기가 평형상태에 있게 되는 온도와 압력을 보여준다. 이 곡선우에 놓이지 않는 온도와 압력에서는 한가지 상태에만 있을수 있다. 여기서 특히 주목을 끄는것은 세 곡선이 한 점에서 사귄다는것이다. 그 점의 온도는 0.01℃(273.12K)이고 압력은 605㎩이다. 1기압이 약 10^5㎩이므로 이 압력은 매우 낮은것이다. 이 점을 물의 **3중점**이라고 부른다. 3중점에서는 기체, 액체, 고체의 세가지 상태가 평형을 이루고있다. 물의 3중점에 해당하는 상태는 다음과 같이 얻는다. 닫긴 그릇안에 0℃의 온도를 가진 물을 넣고 물우에 얼음을 띄워놓는다. 이때 물의 일부가 증발하면서 수증기가 생겨나기 시작한다. 수증기의 압력이 605㎩과 같아지면 동적평형상태에 이르며 증발은 더 일어나지 않는다. 이때 온도를 재여보면 0.01℃이다. 즉 수증기, 물, 얼음이 평형상태에 있는 3중점이 얻어진다. 이때 닫긴 그릇안에 공기는 거의 없다고 볼수 있어야 한다.

상태도의 구체적인 모양은 물질마다 다르지만 전반적모양은 모든 물질에 대하여 비슷하다. 상태도를 알면 물체의 온도를 변화시키거나 압력을 변화시킬 때 물체의 상태가 어떻게 변하는가 하는것을 알수 있다. 실례로 압력을 일정한 값으로 유지하면서 온도를 천천히 높이면 상태도에서 그 압력에 해당하는 직선을 따라 상태가 변한다. 물의 경우에 압력을 1기압으로 유지하면서 얼음을 가열하면 0℃일 때 얼음이 물로 넘어가기 시작하며 얼음이 다 물로 넘어갈 때까지는 온도가 0℃로 남아있는다.

얼음이 다 물로 넘어가면 그때부터 물의 온도가 올라가기 시작한다. 그림에는 나타나있지 않지만 압력을 1기압으로 유지하면서 물을 계속 가열하면 온도가 100℃에 이르렀을 때 물은 끓기 시작한다. 물이 다 끓어서 수증기로 넘어가기 전에는 물의 온도가 100℃로 남아있는다. 그리고 이때 생긴 수증기의 온도도 100℃이다.

만일 얼음의 온도를 605㎩보다 낮은 압력에서 점차 높이면 얼음은 얼음과 수증기의 평형점에 해당한 온도에서 물로 되지 않고 직접 수증기로 된다. 얼음이 다 수증기로 될 때까지는 온도가 변하지 않으며 얼음이 다 수증기로 넘어가면 그때부터 수증기의 온도가 올라가기 시작한다.

이산화탄소 CO_2의 3중점에 해당하는 압력은 73기압이다.

만일 기체가 처음에 고체상태로 넘어갔다가 그다음에 액체상태로 넘어간다고 말하면 잘 믿어지지 않을것이다. 그러나 그림 12-5에 있는 물의 상태도를 주의깊게 따져보면 그런 경우가 있다는것을 알수 있다. 0℃에서 600㎩보다 낮은 압력에 있는 수증기의 온도를 0℃로 유지하면서 압력을 점차 높이면 처음에 수증기는 얼음으로 되였다가 다음에 물로 된다. 즉 기체가 먼저 고체로 되였다가 그다음에 액체로 넘어간다.

매개 물질의 3중점은 정확히 주어진 온도와 압력을 가지고있으며 그 값들은 외부조건의 영향을 받지 않는다. 그러므로 3중점의 온도는 다른 온도를 정확히 재기 위한 기준값으로 쓸수 있다. 특히 물의 3중점의 온도가 중요한데 그것은 273.16K이라고 본다. 산소의 3중점의 온도는 54.361K이고 금이 녹은 상태로부터 굳어지는 온도는 1 337.58K이다. 이 기준값들을 리용하면 온도계의 눈금을 매우 높은 정확도로 매길수 있다.

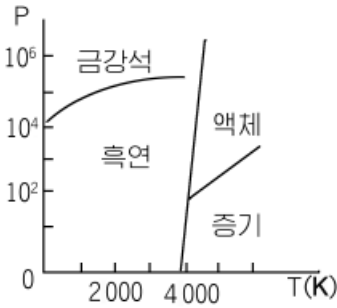
제7절 고체의 모습변화

고체는 결정구조를 가지고있으며 같은 원자들로 이루어진 고체라고 하여도 그것의 결정구조가 다르면 물리적성질도 다른것만큼 고체도 결정구조를 고려하면 여러가지 상태에 있을수 있다. 이로부터 고체의 상태도에 대한 문제가 제기된다. 이런 측면에서 제일 대표적인것은 흑연과 금강석이다.

금강석은 천연물가운데서 가장 굳은 물질의 하나이라면 흑연은 고체들가운데서 가장 무른것의 하나이다. 금강석은 전기를 전도하지 않지만 흑연은 전기를 잘 전도한다. 흑연의 밀도는 2 300㎏/㎥이고 금강석의 밀도는 3 500㎏/㎥이다. 금강석의 밀도는 흑연의 밀도의 1.5배정도나 된다. 흑연은 2천～3천℃에서도 녹지 않으므로 고온로를 만드는 재료로 쓰이지만 금강석은 수소매질에서는 720℃면 타버린다.

이와 같이 흑연과 금강석은 탄소원자들로 이루어진 결정이지만 그것들의 성질은 심히 차이난다. 그 원인은 두 경우에 결정구조가 다르다는데 있다. 흑연에서는 탄소원자들이 층을 이루면서 배치되여있는데 한개 층안에서는 원자들이 비교적 세게 결합되여있지만 층과 층사이에는 결합이 약하다. 이와 달리 금강석에서는 탄소원자들이 매우 강하게 결합되여있다. 원자들이 서로 다른 방법으로 결합되는것은 흑연과 금강석에서만 찾아볼수 있는것이 아니다. 얼음은 여섯가지 종류가 알려져있고 류황은 아홉가지나 있으며 철은 네가지가 있다. 그러므로 온도와 압력이 주어졌을 때 어떤 형태의 결정이 안정한 상태로 되는가 하는 문제가

그림 12－6. 탄소의 상태도

제기된다. 이에 대한 대답을 알기 위해서는 상태도를 보면 된다. 온도와 압력을 자리표축으로 가지는 상태도에서 매개 상태마다 자기의 《합법적인 존재구역》을 가지고있다. 그림 12－6에 탄소의 상태도를 실례로 보여주었다.

그림에서 압력의 단위는 1kgf/㎠이다. 1kgf/㎠=0.98×10^5㎩이므로 1기압에 가깝다. 그러므로 금강석은 1만기압이상의 압력에서만 안정하게 존재할수 있다. 그런데 잘 알려진것처럼 금강석은 1기압의 압력에서도 안정하게 존재한다. 그 원인은 무엇인가?

금강석을 흑연으로부터 얻자면 실지로 매우 높은 압력이 요구된다. 그러나 일단 금강석이 얻어진 다음에는 원자들이 매우 세게 결합되여있으므로 압력을 낮추어도 안정하게 존재한다. 금강석을 얻기 위해서는 흑연을 높은 압력으로 누르면 될것 같지만 실지는 금강석이 그리 쉽게 얻어지지 않는다. 1 500℃정도의 온도에서 5만기압이 넘는 높은 압력을 주어야 흑연이 금강석으로 된다. 이렇게 하여 일단 금강석이 얻어지면 온도와 압력을 낮추어도 안정하게 남아있는다. 이 실례를 통하여 우리는 고체의 경우에 상태도만 보고서는 온도와 압력이 주어졌을때 어떤 상태가 안정한가 하는것을 판단할수 없다는것을 알수 있다. 실례로 석을 보자. 통졸임통을 바로 석으로 만든다. 석에는 흰색의 고체상태의 석과 가루상태인 회색의 석이 있다. 상태도를 보면 흰색의 석은 대기압하에서 온도가 13℃보다 낮으면 회색의 가루로 되여야 한다. 그러나 실지는 온도가 －3～－13℃로 되여도 흰색갈의 석은 그대로 남아있는다. 그러나 매우 낮은 온도에서는 흰색갈을 띤 고체상태의 석이 회색의 가루로 변한다.

1912년에 한 탐험대가 남극까지 갔는데 그때 석의 이런 성질을 몰랐기때문에 몽땅 얼어죽는 참사를 겪었다. 그들은 석으로 땜한 통에 액체연료를 넣어가지고 갔는데 남극의 심한 추위에서 석이 회색의 가루로 되여버리면서 납땜한 부분들이 떨어져나가고 액체연료가 다 새여나가버렸던것이다. 짜리로씨야때 군복단추를 석으로 만들었댔는데 추운 겨울에 창고안에 있던 군복들의 단추가 몽땅 가루로 되여버려서 큰 소동이 일어난 일이 있었다. 이런 일들이 있은 다음부터 석의 성질을 더 깊이 알게 되였다.

같은 물질이 몇가지 상태에서 안정하게 존재할수 있다는 사실은 실천적으로 큰 의의를 가진다. 실례로 강철을 어떻게 단련시키는가 하는 것을 보자. 그것은 아주 간단하다. 시뻘겋게 달군 철을 갑자기 찬물에

넣어서 식히면 된다.
그러면 강철을 단련할 때 어떤 일이 벌어지는가?
방온도에서는 매개 철원자가까이에 8개의 다른 철원자가 있는데 이때에는 결합이 세지 못하며 따라서 무른 철로 된다. 높은 온도로 가열하면 매개 철원자가까이에 12개의 다른 철원자가 놓이게 되고 결합이 매우 세게 된다. 그런데 높은 온도로 가열된 철을 천천히 식히면 매개 철원자의 가까이에 8개 철원자가 있는 무른 철로 되돌아간다. 만일 철원자들이 이동할 시간을 주지 않고 갑자기 식히면 매개 철원자가까이에 12개의 다른 철원자가 있는 상태가 그대로 굳어져버리게 되여 굳은 강철로 되는것이다.
그런데 이렇게 되게 하자면 철속에 1%가 채 못되는 적은 량의 탄소가 섞여있어야 한다. 비록 적은 량의 탄소원자이지만 그것들이 철원자들이 이동하는것을 방해하므로 급랭시키면 강철로 되는것이다. 만일 탄소가 전혀 없거나 있어도 너무 적은 량으로 들어있으면 아무리 빨리 식히느라고 해도 벌써 철원자들은 방온도에서 안정한 모양으로 정돈되여버리고만다.
그러면 1%도 못되는 탄소원자들이 어떻게 그토록 중요한 역할을 노는가?
탄소가 1%라는것은 질량으로 볼 때 1%라는것이다. 그런데 철원자의 질량은 탄소원자의 질량의 5배정도이다. 따라서 원자의 수를 따지면 탄소원자의 수는 5%정도인데 이것은 1 000개 원자가운데서 50개는 탄소원자라는것을 의미한다.
$\sqrt[3]{50}=3.7$이므로 한 방향에서 보면 3개 원자가운데서 하나는 탄소원자라고 말할수 있다. 이것은 결코 적은것이 아니다. 이러한 탄소원자들이 철원자들로 하여금 마음대로 이동하지 못하게 한다. 보는것처럼 강철을 얻는 방법은 아주 간단하지만 그 밑바탕에는 깊은 물리적현상이 깔려있다.
이제 얼음에 대하여 이야기하겠다. 물이 0℃에서도 끓게 할수 있다는것을 고려하면 뜨거운 얼음이 있다는 말도 믿어질것이다. 얼음에는 여섯가지 종류가 있다. 그것들은 결정구조가 서로 다르다. 그런데 매 종류에 대하여 신통한 이름을 달지 못했다. 그래서 번호를 붙여서 그것들을 구별하기로 하였다. 지금까지 알려져있는 얼음은 얼음 1, 얼음 2, …, 얼음 7이다. 왜 여섯가지 얼음이 있다고 했는데 번호는 7까지인가? 그것은 얼음 4는 한번 우연히 관측하였는데 그후에는 다시 그것을 얻지 못하였기때문이다. 얼음 1은 우리가 잘 알고있는 얼음이다. 그것의 밀도는 4℃의 물의 밀도보다 작다. 나머지 얼음들은 밀도가 물의 밀도보다 크다. 얼음 2와 얼음 3은 0℃보다 낮은 온도에서 안정하다. 0℃에 가까운 온도를 가지는 물을 높은 압력으로 내리누르면 압력이 2천기압정도일 때 얼음 5가 얻어지고 압력이 6천기압정도이면 얼음

6이 얻어진다. 뜨거운 물을 2만기압이상의 높은 압력으로 누르면 얼음 7이 얻어진다. 그런즉 얼음 7은 뜨거운 얼음이다.

문제와 풀이

1. 다음과 같은 문장이 옳은가를 따져보고 틀린것이 있으면 바로잡아라.

ㄱ) 비녹음열은 1㎏의 고체를 녹이는데 드는 열량이다.

ㄴ) 녹음점에서 고체가 열을 받으면 알갱이들의 속도가 빨라지면서 열운동에네르기가 커진다.

풀이. ㄱ) 비녹음열은 열량이 아니므로 비녹음열이 1㎏의 고체를 녹이는데 드는 열량이라고 말하면 틀린다. 비녹음열은 1㎏의 고체를 녹이는데 드는 열량과 수값은 같지만 본이 다르고 단위가 다르다. 열량의 단위는 1J이지만 비녹음열의 단위는 1J/㎏이다. 단위가 서로 다른 량들은 비교할수 없다.

ㄴ) 절대온도는 알갱이들의 열운동에네르기의 평균값에 비례한다. 녹음점에서 결정체의 온도는 결정체가 다 녹을 때까지 변하지 않으며 따라서 녹음점에서 고체가 열을 받아도 알갱이들의 열운동에네르기는 변하지 않는다. 고체가 받은 열은 원자들사이의 결합에네르기를 극복하는데 든다.

2. 겨울에 남새움에 물을 담은 통을 몇개 놓아두면 움안의 온도가 많이 내려가지 않으므로 남새가 얼지 않는다. 왜 움안의 온도가 적게 내려가는가? 움안에서 10℃의 물 200㎏이 0℃의 얼음으로 변할 때 내보내는 열량은 얼마인가?

풀이. 물의 비열은 4 200J/(㎏·K)이며 다른 물질들의 비열보다 훨씬 크다. 물 1㎏의 온도가 1℃만큼 내려갈 때에는 4 200J의 열이 나오며 200㎏의 물의 온도가 10℃로부터 0℃까지 내려가면 8 400kJ의 열량이 나온다. 1㎏의 물이 0℃에서 얼음으로 넘어갈 때 340kJ의 열량이 나오므로 200㎏의 물이 얼음으로 될 때에는 68 000kJ의 열량이 나온다. 결국 10℃의 물 200㎏이 0℃의 얼음으로 넘어가는 과정에 76 400kJ이라는 막대한 열량이 나온다. 따라서 남새움의 온도가 0℃아래로 떨어지기 어려우며 남새가 얼지 않는다.

3. 왜 바다물은 강물보다 잘 얼지 않는가?

풀이. 바다물에는 소금이 많이 풀려있는데 소금물이 어는 온도는 순수한 물이 어는 온도보다 낮다. 그리고 바다물은 가만히 있지 않고 끊임없이 출렁거리는데 이것도 바다물이 잘 얼지 않는 원인의 하나이다.

4. 표준대기압에서 에테르의 끓음점은 35℃이다. 이 온도에서 에테르의 포화증기압은 얼마인가?

풀이. 액체는 외부압력이 끓음점에서의 포화증기압과 같게 되는 온

도에서 끓는다. 그러므로 에테르의 온도가 끓음점과 같을 때 에테르의 포화증기압은 1대기압 1.013×10^5 Pa과 같다.

5. 증발은 어떤 온도에서 일어나는가? 왜 그런가?

풀이. 증발은 어떤 온도에서나 다 일어난다. 그것은 액체의 온도가 낮아도 액체속에는 큰 속도를 가진 분자들이 있기때문이다.

6. 우리 둘레에서 증발할 때 온도가 낮아지는 실례를 들어보아라.

풀이. 여름에 날씨가 무더울 때 세면을 하거나 팔에 물을 끼얹으면 시원한 감을 느낀다. 그것은 몸에 묻어있는 물이 증발하면서 열을 빼앗아가지고 달아나기때문에 물이 묻어있던 부분의 온도가 내려가기때문이다.

집안이 더울 때 방바닥에 물을 뿌리면 서늘해진다. 물이 너무 뜨거워서 마시기 어려울 때 입으로 훌훌 불면 물의 온도가 낮아진다. 물속에 들어가서 목욕을 하다가 나오면 몸이 추운것을 느끼는데 그것은 몸에 묻어있던 물이 증발하면서 열을 빼앗아가지고 달아나기때문이다.

7. 추운 방에 습기가 차있는것은 무엇때문인가?

풀이. 추운 방에 습기가 차있는것은 포화증기압이 온도에 관계되기때문이다. 온도가 높으면 포화증기압도 높으므로 많은 량의 물이 수증기로서 방안에 존재할수 있다. 그러나 온도가 낮아지면 포화증기압이 낮아지며 그 결과에 수증기상태로 존재할수 있는 물의 량이 적어진다. 그리하여 수증기가운데서 포화증기압에 해당한 몫만 수증기로 남아있고 나머지는 물로 전환되므로 방안에 습기가 차게 된다.

8. 목욕탕안은 덥지만 젖은 수건이 마르지 않는다. 왜 그런가?

풀이. 젖은 수건이 마르자면 공기의 습도가 포화증기압에 맞먹는 습도보다 작아야 한다. 목욕탕안은 덥지만 그안에 있는 수증기는 포화상태에 있으므로 젖은 수건이 마르지 않는다.

9. 온도가 변할 때 포화증기압이 변하는 원인을 분자운동으로 설명하여라.

풀이. 액체의 온도가 높으면 높은 속도를 가지는 분자가 많아지고 액체겉면을 뚫고나가는 분자의 수가 많아진다. 기체의 압력은 단위체적속에 있는 분자의 수에 비례하므로 분자의 수가 많으면 압력이 높아진다. 그리하여 온도가 높으면 포화증기압도 커진다.

10. 겨울에 성에는 창문밖에 생기는가, 안에 생기는가? 방풍종이는 창문의 어느쪽에 바르는것이 좋은가?

풀이. 겨울에 성에는 창문안쪽에 생긴다. 그것은 유리의 온도가 0℃보다 낮기때문이다. 방안의 온도는 0℃보다 높지만 바깥온도가 0℃아래이면 유리의 온도도 령하로 된다. 방안의 온도는 비교적 높으므로 방안에서는 포화증기압도 높으며 방안에는 적지 않은 량의 수증기가 있다. 그것이 방안에서는 불포화상태에 있지만 창문유리에서는 포화상태를 넘는다. 그러므로 창문유리에서는 수증기가 물로 넘어가는데 유리의 온

도가 0℃보다 낮으므로 물이 얼면서 성에로 된다. 그리하여 겨울에 성에는 창문안쪽에 생긴다. 방풍종이를 방안쪽에 바르면 봄에 성에가 녹아서 물로 되여 내려올 때 방풍종이가 젖는다. 그러므로 가능하면 방풍종이는 창문바깥쪽에 바르는것이 좋다.

11. 외부압력이 클수록 액체의 끓음점이 높은 리유는 무엇인가?

풀이. 액체의 끓음점은 액체의 포화증기압이 외부압력과 같게 되는 온도이다. 액체의 온도가 높을수록 포화증기압이 높으며 따라서 외부압력이 클수록 끓음점도 높게 된다. 분자운동론의 견지에서 보면 외부압력이 크면 액체분자들이 액체겉면을 뚫고나가기 위해서는 더 큰 속도를 가져야 하며 따라서 끓음점이 높아진다.

12. 겨울에 얼음판우에서 스케트를 탈 때 스케트날이 얼음우에서 잘 지치는 원인은 무엇인가?

풀이. 스케트날은 매우 좁다. 그러므로 스케트날이 얼음과 닿는 부분의 면적은 매우 작으며 스케트날이 얼음에 주는 압력은 높다. 압력이 높으면 얼음의 녹음점이 낮아진다. 그리하여 0℃보다 낮은 온도에 있는 얼음도 녹아서 물로 될수 있다. 결국 스케트는 이렇게 생긴 물층의 윤활작용때문에 얼음과의 마찰력이 작아진 조건에서 앞으로 나가게 된다. 스케트날과 닿는 얼음의 면적이 작을수록 더 큰 압력이 작용한다. 그러므로 아주 매끈한 얼음보다 약간 거칠은 얼음우에서 스케트를 타는것이 더 쉽다.

13. 눈사람을 만들 때 눈덩이를 굴리면 눈덩이가 빚어지면서 점점 커진다. 왜 그런가?

풀이. 눈덩이가 눈을 내리누르면 눈은 압력을 받으므로 점성이 커지면서 눈덩이에 붙는다.

14. 0℃의 눈이 쌓인 곳에 10℃의 물 1L를 부으면 그 결과가 어떻게 되겠는가?

풀이. 1L의 물의 질량은 1kg이다. 그것의 온도가 10℃로부터 0℃ 까지 내려갈 때에는 $Q=m_1c(t_2-t)=42\text{kJ}$의 열이 나온다. 이 열량이 눈을 녹이는데 소비된다. 녹아서 0℃의 물로 되는 눈의 질량을 m라고 하면 $Q=\lambda m$이며 $\lambda=333\text{kJ/kg}$이다. 이로부터 $m=\frac{Q}{\lambda}=0.126\text{kg}=126\text{g}$ 즉 126g의 눈이 녹아서 0℃의 물로 된다.

15. 온도가 $t_1=15$℃인 물 $m_1=200\text{g}$속에 $t_2=0$℃인 얼음 $m_2=50\text{g}$을 넣으면 어떻게 되겠는가? 얼음의 비녹음열은 $\lambda=340\text{kJ/kg}$이다.

풀이. $m_1=0.2\text{kg}$의 물의 온도가 15℃로부터 0℃까지 내려갈 때 $Q_1=0.2\times4\ 200\times15=12\ 600(\text{J})$의 열량이 나온다. 이것이면

$$m=\frac{Q_1}{\lambda}=0.037\text{kg}=37\text{g}$$

의 얼음을 녹일수 있다. 나머지 13g의 얼음은 0℃의 얼음으로 남아있

는다.

16. 다음 물음에 대답하여라.

ㄱ) 물체를 식히는데는 0℃의 물보다 0℃의 얼음이 더 좋다. 왜 그런가?

ㄴ) 얼음의 비녹음열이 큰것이 사람들의 생활에서 어떻게 유리한가?

ㄷ) 고뿌안에 떠있는 얼음덩어리가 다 녹으면 물면의 높이가 어떻게 되겠는가?

풀이. ㄱ) 0℃의 얼음은 처음에 녹아서 0℃의 물로 되고 그다음에 온도가 올라간다. 이것은 다 열량을 요구하는데 그것은 물체가 식으면서 내보내는 열량으로 충당된다. 즉 얼음을 녹이는데 일정한 열량이 요구되므로 물로 식힐 때보다 얼음으로 식힐 때 물체의 온도가 더 낮아진다.

ㄴ) 얼음의 비녹음열이 큰것은 음식물을 차게 건사해야 할 때에 유리하다. 단물은 온도가 낮아야 시원하다. 그러므로 단물을 담은 그릇에 얼음을 넣어둔다. 국수를 여름철에 먹을 때 시원한 맛을 오래동안 보존하기 위하여 국수물에 얼음덩어리를 넣는다. 휘거는 실내에서 하는데 얼음판이 녹지 말아야 한다. 이때에도 얼음의 비녹음열이 큰것이 유리하다. 여름에 얼음을 오래동안 저장해두는것이 필요할 때가 있는데 이때에도 얼음이 잘 녹지 않는것이 유리하다.

여름에 에스키모를 먹을수 있는것도 얼음의 비녹음열이 크기때문이다.

ㄷ) 얼음에서 물에 잠긴 부분과 같은 체적의 물의 질량은 얼음덩어리의 전체 질량과 같다. 그러므로 얼음이 다 녹아도 물면의 높이는 변하지 않는다. 이것은 얼음이 물에 떠있는 경우이다. 북극과 남극의 얼음은 륙지에도 있으므로 그것이 녹으면 바다물면의 높이는 올라간다.

17. 방안의 온도가 18℃일 때 습도가 65%였다. 방안의 온도가 14℃로 되면 습도는 얼마로 되겠는가?

풀이. 18℃일 때 물의 포화증기압이 2 063㎩이므로 습도가 65%이면 방안의 수증기의 압력은 $P=0.65\times 2\ 063$㎩$=1\ 340.95$㎩이다. 14℃일 때 포화증기압은 1 598㎩이므로 습도는 다음과 같다.

$$B=\frac{1\ 340.95}{1\ 598}\times 100\%=83.9\%$$

답. 약 84%

18. 온도가 18℃인 방안에서 수증기압이 1 228㎩이다. 이 방안의 이슬점과 습도를 구하여라

풀이. 이슬점은 수증기의 압력이 같은 온도에서의 포화증기압과 같게 되는 온도이다. 포화증기압이 1 228㎩인 온도는 10℃이므로 이슬점

은 10℃이다. 습도는 다음과 같다.

$$B=\frac{P}{P_0}\times 100\%$$

18℃일 때 물의 포화증기압이 P_0 ＝2 063㎩이므로 B＝59.5%이다.

답. 10℃, 약 60%

19. 안경을 낀 사람들은 겨울에 밖에 있다가 방안으로 들어오면 안경을 벗어 안경알을 닦는다. 왜 그렇게 하는가?

풀이. 온도가 낮은 밖에 있던 사람이 방안으로 들어오면 안경알의 온도는 방안온도보다 훨씬 낮다. 그러므로 방안의 수증기압은 안경알과 같은 온도에서의 포화증기압보다 높다. 따라서 안경알에 물기가 생기게 되므로 그것을 닦아야 한다.

20. 낮에 공기속의 수증기압이 1 600㎩이였다. 일기예보에 의하면 밤에 기온이 14℃까지 낮아진다고 한다. 공기속의 수증기압이 변하지 않는다면 밤에 이슬이 맺히겠는가?

풀이. 14℃일 때 포화증기압은 1 598㎩인데 그것은 1 600㎩보다 작다. 따라서 밤에 이슬이 맺힐것이다.

21. 증발과 끓음에서 비슷한 점과 다른 점은 무엇인가?

풀이. 비슷한 점은 두 경우에 다 액체분자들이 액체겉면을 뚫고 바깥으로 나간다는것이다. 두 현상에서 다른 점은 세가지이다.

첫째로, 증발은 천천히 일어나지만 끓음은 급격히 일어난다.

둘째로, 증발은 액체겉면에서만 일어나지만 끓을 때에는 액체속에서 많은 기포가 생겨나고 그것이 우로 떠올라서 날아난다.

셋째로, 증발은 모든 온도에서 다 일어나지만 끓음은 끓음점이라고 부르는 일정한 온도에서 일어나며 다 끓을 때까지 온도가 변하지 않는다.

22. 끓음점에 있는 물과 수증기의 내부에네르기가운데서 어느것이 더 큰가? 열운동에네르기는 어느 경우에 더 큰가?

풀이. 수증기의 내부에네르기가 물의 내부에네르기보다 더 크다. 물이 끓어서 수증기로 되게 하자면 많은 열량을 주어야 하는데 그것은 주로 수증기의 내부에네르기를 늘이는데 든다. 열운동에네르기는 절대온도에 비례하며 끓음점에서 물과 수증기의 온도는 같으므로 그것들의 열운동에네르기는 같다.

23. 0℃의 물 1 000L가 들어있는 목욕탕물을 40℃까지 덥히자면 100℃의 수증기를 얼마나 물속에 뿜어주어야 하겠는가?

풀이. 물의 온도를 40℃까지 올리는데 드는 열량은

$$Q=mc(40-0)=4200\times 10^3\times 40=168\times 10^6\ \text{(J)}$$

즉 $Q=168\times 10^6$(J)과 같다. 수증기의 온도가 40℃까지 내려갈 때 내보내는 열량은 $Lm+mc(100-40)$과 같다. 따라서 m은 다음과 같다.

$$m = \frac{168 \times 10^6}{2.3 \times 10^6 + 4\,200 \times 60} = 65.83(kg)$$

답. 약 66㎏

24. 다음과 같은 현상들의 원인은 무엇인가?

ㄱ) 열린 그릇속의 물의 온도는 방안온도보다 낮고 닫긴 그릇안의 물의 온도는 방안온도와 같다.

ㄴ) 플라스크속의 물을 끓이다가 멈추고 마개를 막은 다음 찬물을 끼얹으면 다시 끓는다.

ㄷ) 밤에 바람이 불거나 날씨가 흐리면 아침에 이슬을 볼수 있다.

풀이. ㄱ) 열린 그릇속에 있는 물에서는 물겉면을 통하여 속도가 빠른 분자들이 나가므로 물속에 있는 분자들의 열운동에네르기가 낮아지므로 그릇속에 있는 물의 온도는 방안온도보다 낮다. 닫긴 그릇안에 있는 물에서는 물우에 있는 수증기의 압력이 포화증기압과 같아지면 평형이 이루어지고 물의 온도는 더 변하지 않는다. 이때 수증기의 온도는 방안온도와 같다.

ㄴ) 마개를 막은 상태에서 찬물을 끼얹으면 플라스크의 온도가 낮아지고 물우에 있는 수증기의 온도도 낮아진다. 그러면 포화증기압이 작아진다. 끓음은 물의 포화증기압이 주위의 압력과 같거나 그것보다 낮을 때 일어난다. 수증기의 온도가 내려갔으므로 수증기의 포화증기압은 100℃에 해당한 값보다 낮게 된다. 그런데 물의 온도는 100℃이므로 물이 다시 끓는다.

ㄷ) 온도가 같아도 날씨가 흐리면 공기속에 있는 수증기의 압력이 높으므로 아침에 이슬이 맺힌다. 밤에 바람이 불면 땅속의 수분이 날아나고 강물에서 증발이 세게 일어나므로 공기속에 수증기가 많이 포함된다. 따라서 바람이 밤에 불면 새벽에 이슬이 맺힌다.

25. 왜 겨울에 눈이 많이 내리면 다음해 농사가 잘된다고 하는가?

풀이. 눈이 많이 내려서 오래동안 쌓여있으면 그것은 가을에 심은 밀과 보리를 보호해준다. 눈이 많이 내리면 이불을 덮은것처럼 눈밑은 그다지 춥지 않다. 겨울에 길옆에 있는 눈을 자세히 관찰해보면 흙이 섞여있는 부분은 마치도 굴을 파놓은것처럼 우에는 눈이 있고 그밑은 움푹하게 패여져있다. 그리고 우에 있는 눈을 만져보면 그것은 자그마한 얼음쪼각들로 되여있다. 그것이 지붕과 비슷한 역할을 놀면서 그밑에 있는 눈을 추위로부터 보호해준다. 그리하여 흙이 섞여있는 부분은 해빛의 열을 많이 받아서 녹는다. 다음으로 눈물과 비물속에 질소를 비롯한 비료성분이 많으므로 다음해 농사에 좋은 작용을 한다. 눈이 많이 쌓이면 땅속의 물기가 날아나는것을 막는 역할도 한다.

26. 눈이 많이 온 날에 왜 날씨가 푸근해지는가?

풀이. 수증기가 물로 되거나 물이 얼음으로 될 때에는 많은 열을 내

보낸다. 눈이 내릴 때에는 수증기상태에 있던 물방울들이 액체로 응결되지 않고 직접 눈송이로 되는데 그 과정에 1kg당 2 600kJ의 많은 열을 공기속으로 내보낸다. 1t의 눈이 내리는 경우에 대기속으로 나가는 열량은 100kg의 무연탄을 태울 때 나오는 열량과 거의 같다. 이렇게 많은 열량이 나오므로 대기의 온도가 높아져서 날씨가 푸근하다.

27. 추운 겨울날에 새들이 왜 물에 떠있는 얼음우에 앉아있는가?

풀이. 그것은 물우에 앉아있는것보다 얼음우에 앉아있는것이 덜 춥기때문이다. 얼음의 밑부분은 물에 닿아있는데 추운 겨울날에는 그 물이 얼음으로 되면서 적지 않은 열을 내보낸다. 바로 이것을 새들은 경험에 의하여 안다.

28. 여름에 사이다병을 건사하는데서는 그것을 물속에 넣어두는것보다 깨끗한 가제천으로 싸서 물이 조금 들어있는 그릇속에 넣어두는것이 더 좋다. 왜 그런가?

풀이. 사이다병의 온도는 낮을수록 좋다. 사이다병을 물속에 넣어두면 사이다의 온도는 물온도보다 더 내려가지 않는다. 그러나 가제천으로 싸서 물이 조금 들어있는 그릇속에 넣어두면 가제천이 젖으면서 물이 증발한다. 물이 증발할 때 많은 증발열을 요구하는데 그 열을 사이다병에서 빼앗아가지고 증발한다. 그리하여 사이다병의 온도는 물온도보다 더 낮아지게 된다.

제13장 열기관

열과 전기가 현대산업의 기본동력이라는것은 잘 알려져있다. 열을 리용하여 전기를 생산할수도 있지만 열을 직접 동력으로 리용하여 여러가지 기계를 움직이게 할수 있다. 그러자면 열을 력학적일로 넘기는 장치가 있어야 한다. 그런 장치가 바로 열기관이다. 이 장에서는 열을 력학적일로 넘기는 기계인 열기관에 대하여 이야기하겠다.

제1절 열력학제2법칙

열력학제1법칙만 가지고서는 에네르기전환이 어떻게 일어나는가 하는 문제에 대해서는 대답을 줄수 없다. 실례로 력학적운동이 일어날 때에 열이 생겨나는 경우가 많다. 총알이 공기속으로 날아갈 때에는 대단히 많은 열량이 생겨난다. 그러나 총알에 열을 주어 총알이 저절로 높은 속도로 날아가게 할수는 없다. 다른 실례로 뜨거운 물체와 찬 물체가 오래동안 접촉해있으면 뜨거운 물체의 온도는 내려가고 찬 물체의 온도는 올라간다.

이때 뜨거운 물체는 더 뜨거워지고 찬 물체는 더 차게 되는것은 누구도 본 일이 없다. 이와 같이 물리적현상이 구체적인 경우에 어떤 방향으로 일어나겠는가 하는 물음에 열력학제1법칙만으로는 대답을 줄수 없다는것이 명백하다. 이로부터 열과 관련된 현상들이 어떤 방향에서 일어나는가 하는것을 밝히는 법칙이 있어야 한다는것을 알수 있다. 그것을 밝히는 법칙이 열력학제2법칙이다. 열력학제1법칙은 제1종의 영구기관을 만들수 없다는 실천적경험으로부터 나왔다고 볼수 있다. 제1종의 영구기관이란 에네르기를 소비하지 않고 저절로 영원히 동작하면서 력학적일을 수행하는 기구를 말한다. 이와 달리 제2종의 영구기관은 자연에 있는 무진장한 열을 리용하여 력학적일을 하는 기계이다. 열은 내부에네르기의 변화와 관련되여있다. 그러므로 제2종의 영구기관이란 내부에네르기가 저절로 력학적일로 넘어가게 하는 기계라고 말할수 있다. 실례로 바다물의 온도를 1℃만큼 낮출 때 나오는 에네르기는 대단히 많은데 그런 방법으로 력학적일을 얻을수 있다면 그것은 제2종의 영구기관으로 될것이다. 물론 제2종의 영구기관을 만들려고 시도한 사람이 많았다. 그러나 누구도 성공하지 못하였다. 이로부터 학자들은 제2종의

영구기관도 만들수 없다는 결론에 이르게 되였다. 그리고 이것을 열력학제2법칙으로 정식화하였다. 열력학제2법칙은 여러가지 형태로 정식화할수 있다. 마찰이 있으면 열이 생기지만 열은 저절로 력학적에네르기로 넘어갈수 없다는데로부터 다음과 같이 말할수 있다.

력학적에네르기는 저절로 내부에네르기로 넘어갈수 있지만 내부에네르기는 저절로 력학적에네르기로 넘어갈수 없다. 즉 열은 저절로 력학적일로 넘어가지 않는다. 이것이 열력학제2법칙의 한가지 정식화이다.

력학적에네르기는 질서있는 운동과 관련되여있다. 질서있는 운동은 주위에 있는 물체의 분자들과 부딪치면서 그것들의 무질서한 운동을 일으킬수 있지만 질서없는 운동에 의하여 질서있는 운동은 일어날수 없다. 이렇게 놓고보면 열력학제2법칙이 왜 성립하는가 하는것을 리해할수 있다.

열전도현상을 보면 언제나 더운 물체가 열을 잃고 찬 물체가 열을 받으며 반대로 되는 일은 없다. 이로부터 열력학제2법칙을 다음과 같이 정식화할수 있다. **열은 더운 물체로부터 찬 물체에로 저절로 넘어가지만 반대로 찬 물체로부터 더운 물체로는 저절로 넘어가지 않는다.** 여기서는 《저절로》라는 말이 매우 중요하다. 외부에서 일을 함으로써 열을 뽑아내는 랭동기의 작용은 열력학제2법칙과 어긋나지 않는다. 한 방향으로만 과정이 일어나고 그 반대방향으로는 과정이 일어나지 않는 그러한 과정을 비가역과정이라고 부른다. 즉 되돌려세울수 없는 과정이라는것이다. 마찰이 일어날 때 열이 생겨나는것이나 열이 저절로 온도가 높은 물체로부터 온도가 낮은 물체에로 넘어가는것 같은것은 비가역과정이다. 엄밀하게 말하면 자연에서 일어나는 모든 과정은 비가역과정이다.

제2절 열기관에 대한 개념

열기관이라는것은 열을 리용하여 력학적일을 하는 기계이다. 열기관이 계속 동작하게 하기 위해서는 열을 내보내는 물체의 온도가 내려가지 않게 해야 한다. 그러자면 연료를 태우면서 끊임없이 열을 보충해주어야 한다. 열기관이 동작하기 위해서는 적어도 세가지 요소가 반드시 있어야 한다.

즉 연료를 태우면서 열을 얻는 장치(가열기), 작업물질이 력학적일을 수행하는 부분(기통)과 작업물질을 식혀주면서 그것이 가지고있는 열을 빼앗아내는 부분(랭각기)이 있어야 한다. 여기서 작업물질이라는것은 열기관에서 력학적일을 수행하는 물질을 의미한다. 증기기관에서는 증기가 작업물질이고 내연기관에서는 휘발유와 공기가 섞여있는 혼합기체

가 작업물질이다. 열기관이 어떻게 동작하는가 하는것을 증기기관에서 보기로 하자. 그림 13－1에 증기기관의 원리도를 보여주었다. 불칸 1에서 석탄이 타면서 내는 열에 의하여 보이라 2에서 작업물질인 수증기가 생긴다. 이 수증기는 관 3을 통하여 기통 4안으로 들어간다. 거기서 수증기의 체적이 불어나면서 피스톤을 움직인다. 피스톤의 운동은 직선에 따라 일어나지만 전동기에 의하여 그것은 바퀴를 돌아가게 한다.

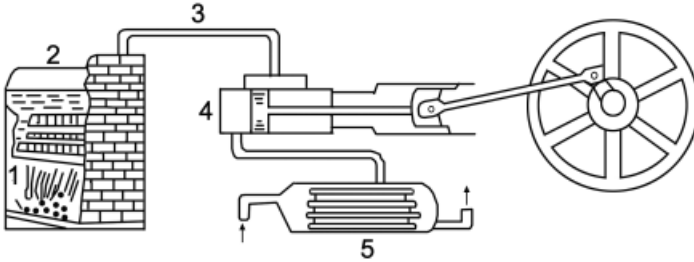



그림13－1. 증기기관의 원리도

일을 하고난 수증기는 피스톤이 반대방향으로 움직일 때 랭각기 5로 들어가며 거기서 물로 된다. 랭각기에 들어온 수증기는 일부 열을 랭각기에 넘겨주면서 식는다.

만일 작업물질인 수증기가 가열기에서 Q_1만한 열량을 받아서 일을 한 다음 랭각기에 Q_2만한 열량을 넘겨주었다면 수증기가 수행한 일은 $A=Q_1-Q_2$과 같다. 따라서 Q_1만한 열량을 받아서 실지 수행한 일은 A이다. 이와 같이 열기관에서 작업물질은 가열기로부터 받은 열을 다 일로 넘기지 못하고 그 일부만 기계장치를 움직이는 일로 넘긴다. 열기관이 받은 열량을 얼마나 효과적으로 쓰는가 하는것을 밝히기 위하여 열기관의 효률을 리용한다. 열기관이 Q_1만한 열량을 받아들이고 A만한 일을 한 다음 Q_2만한 열량을 랭각기에 넘겨주었다면 그러한 열기관의 효률은

$$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=\frac{A}{Q_1}$$

와 같다. 열기관의 효률은 여기에 100을 곱하여 프로로 나타낸다. 만일 가열기와 랭각기의 절대온도가 각각 T_1, T_2이라면 열기관의 효률은 $(T_1-T_2)/T_1$보다 클수 없다는것이 알려져있다. 따라서 열기관의 효률을 높이자면 가열기의 온도는 될수록 높게 해야 하고 랭각기의 온도는 될수록 낮게 해야 한다. 실례로 보이라에서 오는 수증기의 온도가 200℃이고 일을 하고난 다음 그것의 온도가 100℃이라면 효률은 $\frac{473-373}{473}\times 100\%=21\%$ 보다 더 높일수 없다.

제3절 증기기관

증기기관이란 수증기를 작업물질로 하여 력학적일을 하는 열기관이다. 그림 13—2에 증기기관의 동작원리를 보여주었다.

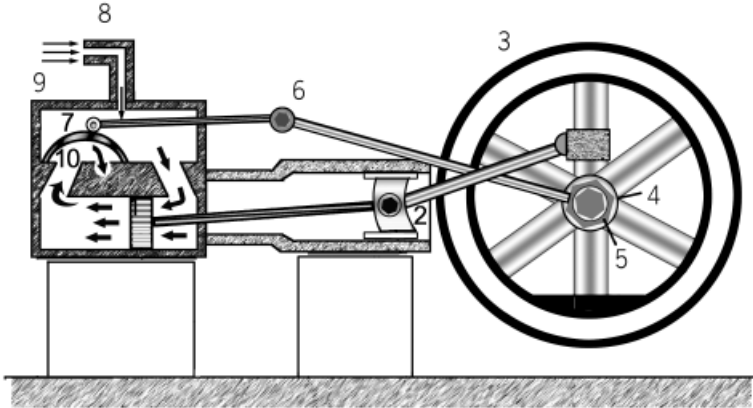



그림13—2. 증기기관의 동작원리

여기서 기본은 1로 표시한 기통이다. 그러므로 기통이 어떤 역할을 노는가 하는것을 구체적으로 보자. 그림에 보여준 상태에서 수증기는 기통에 있는 두 구멍가운데서 오른쪽에 있는 구멍을 통하여 기통안으로 들어온다. 그것은 피스톤을 왼쪽으로 민다. 피스톤의 왼쪽에 있는 기체는 밀려서 10으로 표시한 구멍으로 들어가며 거기서 랭각기에로 빠져나간다. 피스톤이 왼쪽으로 움직여갈 때 피스톤풀떼기 7은 오른쪽으로 옮겨간다. 그러면 기통의 왼쪽구멍이 열리면서 거기로 작업물질인 수증기가 들어간다. 뜨거운 수증기는 피스톤을 오른쪽으로 미는 일을 한다. 오른쪽에 있는 수증기는 이미 일을 한것이며 그것은 구멍 10을 통하여 랭각기에로 빠져나간다. 수증기가 일을 하지 않는 동안에는 관성바퀴가 관성에 의하여 돌아간다. 이런 식으로 피스톤이 왼쪽과 오른쪽으로 왔다갔다 하면서 일을 한다.

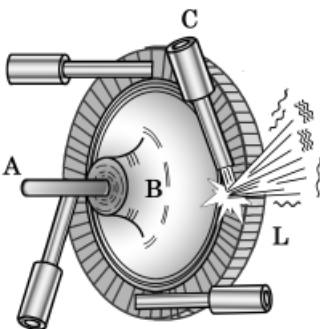



그림 13—3. 증기타빈

증기기관은 조작하기 쉽고 돌아가는 방향을 마음대로 바꿀수 있으며 돌아가는 속도도 원심속도조절기를 리용하여 쉽게

조절할수 있다. 이러한 우점이 있지만 효률이 낮은것이 결함이다. 그리고 같은 일능률을 얻는데 필요한 무게와 체적이 큰것도 결함이다. 그러므로 일능률이 큰 기계를 만들려고 할 때에는 증기기관을 쓰지 않고 증기타빈을 쓴다.

증기타빈에 대하여 이야기하겠다. 증기타빈에서는 높은 속도로 내뿜는 증기가 직접 축을 돌린다. (그림 13－3) 증기타빈의 기본부분은 증기를 내뿜는 부분인 뿌무개 C와 날개 L이 붙어있는 회전자 B이며 회전자는 축대 A에 설치되여있다. 증기가 뿌무개의 끝을 빠져나올 때 증기의 속도는 1 300m/s까지 된다. 그것이 날개에 부딪친 다음 날개사이로 빠져나간다. 이때 증기의 운동에네르기가운데서 일부가 날개에 전달되여 타빈의 운동에네르기로 된다. 같은 일능률을 가지는 증기타빈과 증기기관을 비교해보면 증기타빈은 훨씬 가볍고 체적도 작으며 효률도 더 크다. 그리고 한대의 증기타빈에서 얻을수 있는 일능률이 매우 크기때문에 증기타빈은 발전기나 선박에 쓰인다. 그러나 증기타빈은 한 방향으로만 돌아갈수 있고 돌아가는 속도를 마음대로 조절할수 없으므로 기관차같은데서는 쓰지 않는다.

제4절 내연기관

내연기관이란 기관의 기통속에서 연료가 탈 때에 나오는 열에 의하여 일을 하는 열기관이다. 내연기관은 자동차나 뜨락또르, 여러가지 선박 및 비행기의 원동기로서 널리 쓰이고있다. 증기기관에서는 가마에서 물을 끓여서 증기를 얻고 그 증기가 일을 하게 한다. 이와 달리 내연기관에서는 가마를 쓰지 않으므로 가마에서 생기는 열손실이 없다. 그러므로 내연기관의 열효률은 크다. 내연기관에는 여러가지가 있는데 가장 널리 쓰이는 것은 4행정오토기관과 4행정디젤기관이다. 먼저 4행정오토기관에 대하여 설명하겠다. 그림 13－4에 4행정오토기관의 기통을 보여주었다.

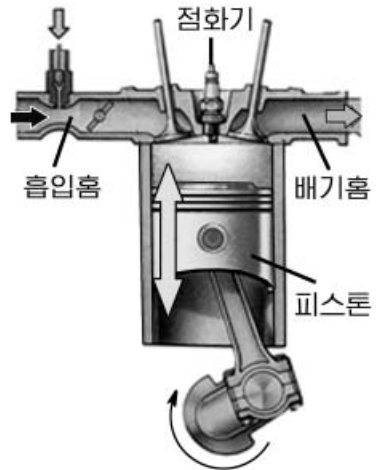



그림 13－4. 4행정오토기관의 기통

흡입홈을 통하여 빨아들인 연료혼합물이 기통에서 압축된 다음 그안에 있는 점화기에 의하여 불탄다. 연료혼합물이 불탈 때 생기는 기체는 높은 압력으로 피스톤을 아래로 내리민

다. 피스톤이 내려갔다가 다시 올라오는것은 관성바퀴가 있기때문이다. 4행정기관이라는 말은 네가지 행정에 의하여 작업하는 기관이라는것을 의미한다. 이제 그 행정들을 하나씩 보기로 하자. 그림 13—5에 4행정 오토기관의 네가지 행정을 보여주었다.

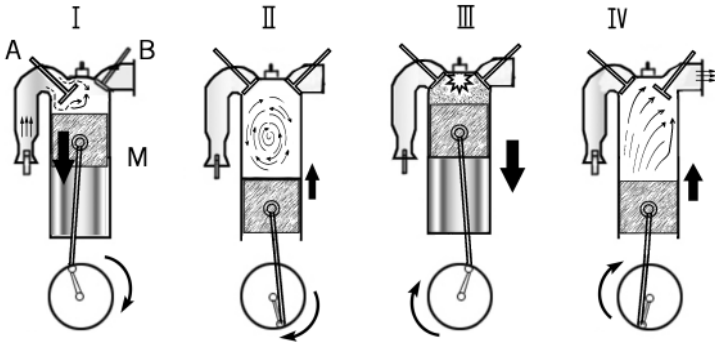



그림 13—5. 4행정오토기관의 네 행정

첫째행정은 연료혼합물을 빨아들이는 행정이다.(Ⅰ) 흡입판 A가 열리면서 동시에 피스톤 M이 아래로 내려간다. 그러면 기통의 체적이 점점 커지며 그속으로 연료혼합물이 들어간다. 이때 배기판은 닫겨있다.

둘째행정은 압축행정이다.(Ⅱ) 이때에는 흡입판과 배기판이 다 닫겨져있다. 피스톤이 우로 올라가면서 기통속에 있는 연료혼합물을 세게 압축한다. 그러면 연료혼합물이 높은 온도로 가열된다. 그러나 저절로 불이 달릴 정도로까지는 가열되지 않는다. 셋째행정은 연소행정이다.(Ⅲ) 이것이 기본행정이라고 말할수 있다. 이때에도 흡입판과 배기판은 닫긴 상태에 있다. 압축이 끝나는 순간에 점화기가 불꽃을 일으키며 연료혼합물에 불이 달린다. 휘발유는 짧은 시간동안에 불타며 기통안의 온도와 압력은 대단히 높아진다. 기체가 내는 높은 압력에 의하여 피스톤이 아래로 움직이면서 일을 한다. 이때 기체가 갑자기 불어나며 그것의 온도와 압력은 크게 내려간다. 넷째행정은 배기행정이다.(Ⅳ) 이때에는 흡입판이 닫기고 배기판이 열리며 그것을 통하여 작업을 한 기체를 바깥으로 내보낸다. 그리고 피스톤은 우로 올라간다. 이렇게 네 행정이 끝나면 처음부터 다시 모든 행정이 반복된다. 여기서 알수 있는것처럼 네개 행정가운데서 기체가 일을 하는것은 셋째행정뿐이다. 다른 세개 행정은 다음번의 작업을 준비하는 행정이며 이때에 피스톤의 운동은 관성바퀴의 관성에 의하여 일어난다. 실지로 오토기관을 리용할 때에는 기관이 고르롭게 움직이도록 하기 위하여 여러개의 기통을 리용한다. 4행정오토기관은 효률이 20～25%정도이고 한Hp당 무게와 체적이 작으므로 동력기관으로 널리 쓰이고있다.

다음으로 4행정디젤기관에 대하여 간단히 설명하겠다. 디젤기관은 휘발유보다 값이 누고 위험성이 적은 중유를 쓰며 중유를 압축할 때 생

기는 높은 온도에 의하여 자연발화하는 내연기관이다. 4행정디젤기관도 네가지 행정에 의하여 작업한다.

첫행정은 흡입행정인데 이때 기통속으로 순수한 공기가 들어간다.

둘째행정은 압축행정인데 이때 공기는 28～40기압으로 세게 압축되여 그 온도가 500～600℃까지 올라가므로 연료가 충분히 탈수 있는 조건이 마련된다. 셋째행정인 작업행정에서 압축되고 높은 온도로 가열된 공기속에 분사기로 중유를 뿜어넣는데 그것이 높은 온도의 공기와 만나면서 타게 된다. 중유가 타는 과정에 온도는 1 500～1 700℃, 압력은 45～60 기압까지 올라간다. 그리하여 피스톤을 내리밀면서 력학적일을 한다.

넷째행정인 배기행정에서 피스톤은 일을 한 기체를 바깥으로 내보낸다.

디젤기관의 효률은 35～40%이다. 디젤기관은 휘발유보다 값이 눅은 중유를 쓰면서도 오토기관보다 효률이 높으므로 뜨락또르, 불도젤에 쓰이는것은 물론이고 땅크, 기관차, 선박기관으로도 쓰인다.

제5절 반작용기관

반작용기관이란 기체를 뒤로 높은 속도로 내뿜을 때 생기는 반작용에 의하여 앞으로 향하는 추진력을 얻어서 날아가게 하는 열기관이다. 운동량보존법칙에 의하면 처음에 멎어있던 물체가 기체를 뒤로 내뿜으면 기체가 가지고 달아나는 운동량과 크기는 같고 방향이 반대인 운동량을 그 물체가 받는다. 물체의 운동량이 변한다는것은 그 물체가 힘을 받는다는것을 의미한다. 그 힘이 바로 물체가 받는 추진력이다. 물체가 날아갈 때에도 기체를 뒤로 내뿜으면 추진력을 받게 되므로 물체의 속도는 빨라진다. 반작용을 리용한 대표적인 실례가 로케트이다. 프로펠라식비행기는 공기가 없는 곳에서는 날아갈수 없지만 반작용을 리용한 로케트는 오히려 공기가 없는 곳에서 더 잘 날아간다. 분사식비행기에서는 뒤로 내뿜는 기체를 만들기 위하여 공기를 리용하는 경우가 있다.

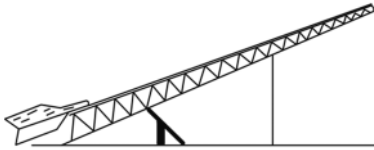
먼저 로케트에 대하여 이야기하자.

로케트는 뉴톤의 제2법칙과 제3법칙에 기초하여 만든 비행기구이다. 뉴톤의 제2법칙에 의하면 물체의 운동량이 △t시간동안에 $\triangle\vec{P}$만큼 변했다면 그것은 물체에 $\vec{F}=\Delta\vec{P}/\Delta t$만한 힘이 작용하였다는것을 의미한다. 로케트에서 기체를 뒤로 내뿜자면 뒤로 향하는 힘을 그 기체에 주어야 한다. 이때 뉴톤의 제3법칙에 의하여 그 기체는 로케트에 앞으로 향하는 힘을 주는데 그 힘이 로케트를 앞으로 떠미는 추동력으로 된다. 로케트에는 날개가 달려있는 날개로케트와 탄도로케트가 있다. 날개로케트는 공기속에서 날개가 받는 오름힘(양력)에 의하여 날아가므로 공기가 없는 곳에서는 날아갈수 없다. 이와 달리 탄도로케트는 화약이 타

면서 생기는 기체를 뒤로 내뿜을 때 생기는 반작용힘에 의하여 날아간다. 그러므로 탄도로케트에는 날개가 없으며 공기는 탄도로케트의 운동을 방해하는 작용을 한다.

날개로케트에는 대공날개로케트, 반땅크날개로케트, 비행기식날개로케트가 있으며 또한 포탄이 비행기처럼 생겼다고 하여 비행기포탄이라고 부르는것이 있다. 비행기포탄은 몇천㎞까지 날아갈수 있지만 다른 날개로케트들은 몇백㎞까지 날아갈수 있다. 날개로케트의 비행속도는 탄도로케트의 비행속도보다 작다. 실례로 어떤 반땅크조종로케트는 사격거리가 1.3㎞밖에 안되고 비행속도는 80㎧이다. 비행속도가 작으면 그와 반대로 날개가 넓어야 필요한 양력을 얻을수 있다.

먼 거리를 날아가는 대공로케트들은 큰 속도를 가진다. 40㎞의 사거리와 850㎧의 속도를 가진것도 있다. 로케트의 겉모양을 설계할 때에는 공기의 리로운 작용은 될수록 크게 나타나고 해로운 작용은 될수록 적게 나타나도록 하여야 한다.

그림 13－6. 로케트의 발사대

탄도로케트는 날개가 없으므로 발사대에서 발사한다.(그림 13－6) 탄도로케트는 보통 수평면과 90°의 각도로 쏴올린다. 그것은 대기속을 날아가는 거리가 최소로 되게 함으로써 공기의 저항을 줄이자는데 목적이 있다. 대기층을 벗어나는 순간에 발동기를 끄는데 이때 로케트가 날아가는 방향은 수평면과 45°의 각을 이루게 한다. 그래야 로케트가 가장 먼 거리를 날아갈수 있는것이다. 발동기가 멎은 순간부터 탄도로케트의 운동은 보통포탄의 운동과 다른것이 없다. 탄도로케트는 대단히 먼 거리까지 날아갈수 있으므로 우주에 쏴올리는 로케트는 다 탄도로케트이다. 로케트의 겉모양은 여러가지가 있는데 그림 13－7에 한가지 실례를 보여주었다. 여기서 1은 로케트동체로서 그것은 로케트의 기본부분을 이룬다. 2는 뒤날개이고 3은 공기키이다. 뒤날개는 공기속에서 로케트가 날아갈 때 동체가 회전하는것을 미리 막는 작용을 한다. 로케트의 앞부분은 그림에서 볼수 있는것처럼 뾰족한 원뿔의 모양을 가지고있다. 이것은 로케트가 공기속에서 날아갈 때 공기의 저항을 될수록 적게 받도록 하기 위하여 그런 모양으로 만드는것이다. 로케트에서 반작용힘이 생기게 하는것은 로케트기관인데 거기서 화약이 탈 때 나오는 기체를 높은 속도로 뒤로 내뿜는다. 이때 생기는 반작용힘이 로케트를 앞으로 떠미는 추진력으로 된다.

2 1 3

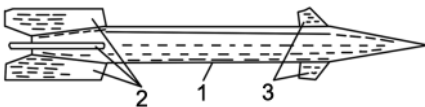



그림 13－7. 로케트의 겉모양의 실례

로케트는 고체연료인 화약을 싣고 날아가는것도 있고 액체연료를 쓰는것도 있다. 액체연료를 쓸 때에는 액체산화제를 함께 리용한다. 이와 같이 로케트는 연료와 산화제를 다 가

지고있기때문에 공기가 없이도 연료를 태울수 있으며 따라서 공기가 없는 우주공간에서도 날아갈수 있다. 로케트동체의 대부분을 차지하는 것은 연료이다. 인공지구위성을 쏴올리자면 수많은 최첨단과학기술적 문제를 풀어야 한다. 우리 나라에서는 주체87(1998)년 8월 31일에 다계단운반로케트 《백두산1》호에 의하여 인공지구위성 《광명성1》호를 성과적으로 쏴올렸으며 주체98(2009)년 4월 5일에는 다계단운반로케트 《은하1》호에 의하여 인공지구위성 《광명성2》호를 성과적으로 쏴올렸다. 그리하여 우리 나라는 우주과학기술분야에서 세계적인 강국의 대렬에 당당히 들어섰으며 나라의 국력을 온 세계에 힘있게 과시하였다. 로케트기관은 추진력을 내는 원천이 무엇인가 하는데 따라 화학로케트기관과 초에네르기로케트기관으로 나눈다. 고체연료와 액체연료를 리용하는 로케트기관들은 화학로케트기관에 속한다. 초에네르기로케트기관에는 원자로케트, 이온로케트, 태양열로케트, 플라즈마로케트, 빛량자로케트의 기관들이 속한다. 반작용에 기초하고있는 열기관에는 로케트기관과 함께 공기반작용기관도 있다. 공기반작용기관에서는 산화제로서 공기속에 있는 산소를 리용한다. 즉 로케트가 공기속에서 날아갈 때 공기를 빨아들여서 그것으로 연료를 불타게 한다. 공기반작용기관가운데서 가장 널리 쓰이고있는 타빈－압축기식공기반작용기관에 대하여 설명하겠다.

그림 13－8에 공기반작용기관을 가지고있는 분사식비행기의 겉모양을 보여주었다. 이 비행기의 속은 겉으로 보기에는 비여있는것처럼 보인다. 비행기의 앞부분에 있는 구멍을 통하여 공기를 빨아들인다. 동체안에는 공기반작용기관이 있는데 거기서 연료를 태운 다음 높은 속도로 뒤부분을 통하여 밖으로 내보낸다. 그림 13－9에 타빈－압축기식공기반작용기관의 원리를 보여주었다. 처음에 기관은 시동전동기에 의하여 움직이기 시작한다. 시동전동기 1로 압축기 2의 축을 돌려주면 압축기는 공기를 빨아들여 압축하면서 연료가 뿜어나오는 연소실에 압축된 공기를 들여보낸다. 연료는 연료분사구 3을 통하여 연소실에 뿜어져들어간다. 연료혼합물과 공기는 연소실에서 섞이는데 거기서 점화기 4에 의하여 불이 달린다. 연소된 기체는 높은 속도를 가지고 연소실로부터 뒤로 빠져나간다. 기체는 가스타빈 5의 날개에 부딪치면서 운동에네르기의 일부를 거기에 넘겨주고 타빈뒤로 빠져나

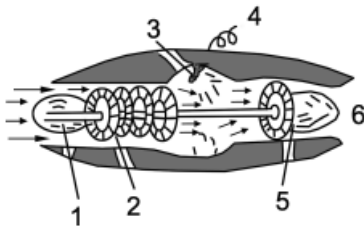



그림 13－8. 분사식비행기의 겉모양

그림 13－9. 타빈－압축기식공기반작용기관

간다. 그러면 타빈은 돌아가면서 타빈과 같은 축에 끼워있는 압축기를 돌린다. 타빈을 지난 기체는 기체분사구 6을 지나서 매우 빠른 속도로 공기속으로 나간다. 이때 뒤로 빠져나가는 기체는 기관에 반작용을 주는데 그것이 바로 반작용기관을 앞으로 나가게 하며 결국 비행기를 앞으로 나가게 하는 추진력으로 된다. 타빈압축기식공기반작용기관은 1㎞/s, 즉 소리속도의 3배나 되는 높은 속도를 낼수 있고 몇만㎾의 일능률을 낼수 있다.

문제와 풀이

1. 열기관의 효률을 높이자면 어떻게 해야 하겠는가?

풀이. 열기관의 효률은

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \times 100\ \%$$

와 같다. η의 값을 높이자면 Q_2/Q_1의 값을 될수록 작게 해야 한다. 즉 열원에서 받는 열량 Q_1는 될수록 크게 하고 랭원에 넘겨주는 열량 Q_2은 될수록 작게 해야 한다.

2. 열기관에서 관성바퀴는 어떤 역할을 하는가?

풀이. 폭발행정에서 피스톤이 아래로 내려간 다음에 그것을 다시 우로 올라가게 하여야 다음행정이 수행될수 있다. 만일 관성바퀴가 없다면 아래로 내려간 피스톤이 다시 우로 올라가지 않을것이며 따라서 련속적인 동작을 하게 할수 없을것이다. 바로 열기관이 련속적으로 동작할수 있게 하는것이 관성바퀴이다.

3. 어떤 증기기관의 기통에서 한 행정에 증기의 체적이 0.1㎥씩 불어난다. 증기의 압력이 1.2㎫이라면 이 증기기관의 한 행정에서 증기가 하는 일은 얼마인가? 1분동안의 행정수가 600번이라면 이 증기기관의 일능률은 얼마인가?

풀이. $V=0.1㎥$, $P=1.2㎫=1.2\times10^6$ ㎩, $t=60s$, $n=600$번이라는것이 주어졌다. 피스톤이 이동할 때 체적변화가 V이므로 일의 크기는 $A=PV=1.2\times10^5$ (J)이다. 1분동안에 하는 일은 nA와 같으므로 일능률 N은 다음과 같다.

$$N = \frac{nA}{t} = \frac{600\times1.2\times10^5}{60} = 1.2\times10^6\ (\mathrm{W})$$

답. 120kJ, 1.2MW

4. 한번 돌아갈 때 발열량이 4×10^7J/kg인 중유를 2.5g씩 소비하는 디젤기관이 있다. 1 000번 돌아가는 동안에 4×10^7J의 일을 하였다면

이 기관의 효률은 얼마인가?

풀이. 소비된 에네르기는 $2.5\times10^{-3}\times1\,000\times4\times10^{7}$J인데 수행된 일은 4×10^{7}J이므로 효률은 40%이다.

답. 40%

5. 화력발전소의 증기타빈의 효률이 30%이고 발전능력은 50만㎾이다.

1시간동안에 발열량이 3×10^{7}J/㎏인 석탄을 얼마나 태워야 하겠는가?

풀이. 석탄의 질량을 m이라고 하면

$$\frac{3\times10^{7}\times0.3}{3\,600}\times m=5\times10^{8}\,(W)$$

이라야 한다. 이로부터 $m=2\times10^{5}$㎏=200t을 얻는다.

답. 200t

6. 질량이 200t인 대형려객기가 10㎞의 높이에서 800㎞/h의 속도로 날고있다. 멎어있던 비행기를 이런 높이에서 이런 속도로 날아가게 하자면 발열량이 4.3×10^{7}J/㎏인 휘발유가 최소한 얼마나 있어야 하는가?

풀이. 효률이 100%라고 하면 휘발유의 질량이 m일 때 그것이 내는 열량은 $4.3\times10^{7}\times m$과 같다. 한편 비행기의 력학적에네르기는 $m_1gh+\frac{1}{2}m_1\upsilon^2$과 같다. 여기서 $m_1=2\times10^{5}$㎏, $h=10^{4}$m, $\upsilon=800$㎞/h$=\frac{8\,000}{36}$㎧라는것을 고려하면 m은 다음과 같다.

$$m=\frac{1}{4.3\times10^{7}}\times2\times10^{5}\times(9.8\times10^{4}+\frac{1}{2}(\frac{8\,000}{36})^{2})=570.7\,\text{kg}$$

답. 약 571㎏. 열기관의 효률이 1보다 작으므로 실지는 이것보다 훨씬 많은 휘발유가 필요하다. 실례로 열기관의 효률이 30%라면 571/0.3=1 903(㎏)의 휘발유가 있어야 한다.

7. 어떤 화력발전소의 효률이 0.3이고 생산되는 전력은 1GW이다. 1시간동안에 밖으로 내보내는 열량은 얼마인가?

풀이. $1GW=10^{9}W$, 1h=3 600s이므로 1시간동안에 생산된 전기에네르기는 3.6×10^{12}J이다. 이것은 소비된 열량의 0.3배이므로 실지로 소비된 열량은

$$\frac{1}{0.3}\times3.6\times10^{12}=12\times10^{12}\,(J)$$

이다. 여기서 생산된 전기에네르기를 덜면 밖으로 내보낸 열량은 8.4×10^{12}J이다.

답. 8.4×10^{12}J

제14장 액체와 기체의 압력

액체와 기체의 압력이 어떤 법칙에 따라 변하는가 하는것은 여러가지 기구들의 동작을 리해하는데서 중요한 기초로 된다. 이 장에서는 액체와 기체에서 압력이 어떻게 전달되며 액체의 깊이에 따라 압력이 어떻게 변하는가 하는것을 취급하며 그러한 법칙성을 리용하여 만든 몇가지 장치들의 동작원리를 취급한다.

제1절 액체와 기체에서의 압력전달

액체와 기체에서 압력이 어떤 법칙에 따라 전달되는가 하는것을 알자면 먼저 압력이란 무엇인가 하는것을 정확히 알아야 한다. 면적이 S인 평면에 수직으로 작용하는 힘이 F라면 이때 그 평면에 작용하는 압력은

$$P = \frac{F}{S}$$

와 같다. 이로부터 압력은 단위면적에 작용하는 힘의 크기를 보여주는 량이라는것을 알수 있다. 압력의 단위는 1N/㎡인데 그것을 1Pa(파스칼)이라고 부른다. 즉 1㎡의 면적에 1N의 힘이 작용할 때의 압력이 1Pa이다. 대기압은 대략 10^5Pa=0.1MPa정도이다.

그림 14－1. 압력을 주면 물이 모든 방향으로 나간다.

기체는 압력을 높이면 그에 거꿀비례하여 체적이 줄어들지만 액체는 어지간한 압력을 주어서는 체적이 거의 변하지 않는다.

액체는 거의 체적이 변하지 않는다고 보아도 되는 경우가 많다. 그러나 이와 대조적으로 액체는 아주 잘 흐르는 성질을 가지고있다.

액체의 체적이 쉽게 변하지 않는것은 액체에서 분자들이 빼곡하게 차있다는것을 보여준다. 그렇다고 하여 전혀 짬이 없지는 않다.

액체에 압력을 주면 그것이 어떻게 전달되는가 하는것을 알아보기 위하여 다음과 같은 두가지 실험을 하여보자. 먼저 공모양의 유리병

그림 14－2. 물에서의 압력 전달

안에 물을 가득 채우고 우에는 마개를 막아놓는다. 유리병에는 여러가지 높이에 자그마한 구멍들이 뚫어져있는데 구멍안쪽에 얇은 비닐을 대여놓아서 물이 구멍을 통하여 나가지 않는다. 그러다가 마개를 아래로 내리누르면 모든 구멍들에서 사방으로 물이 빠져나간다. (그림 14－1) 이번에는 아구리가 큰 유리병에 물을 일정한 높이까지 채워넣고 병아구리를 마개로 막는다. 이때 마개속으로 네개 유리관을 꽂아넣는다. 그것들은 굵기가 다 같은것인데 세개 유리관은 물속의 서로 다른 깊이까지 들어가게 하고 하나는 물에 잠기지 않게 한다. 물에 잠기지 않은 유리관의 바깥에 작은 고무뽐프를 련결한다. 그런 다음 고무주머니를 손으로 눌러서 유리병안에 있는 물에 압력을 주면 서로 다른 깊이에 꽂혀있는 유리관들에서 물이 꼭같은 높이에로 올라가는것을 볼수 있다. (그림 14－2)

이것은 **물속의 어느 곳이나 꼭같은 압력을 받는다**는것을 보여준다. 기체에서도 압력은 모든 방향으로 꼭같이 전달된다. 이것을 알기 위하여 축구공안에 공기를 불어넣는것을 생각해보면 그때 공안의 모든 곳이 동시에 같은 압력을 받는다는것을 알수 있다. 이것은 실지로 여러곳에서 압력을 측정해보아도 알수 있다. 이로부터 다음과 같은 결론을 얻을수 있다. **액체나 기체에 준 압력은 모든 방향으로 같은 크기로 전달된다.** 이 법칙은 프랑스수학자, 물리학자이며 철학가인 블래즈 파스칼에 의하여 1651년에 발견되였으므로 파스칼법칙 또는 압력전달의 법칙이라고 부른다.

파스칼의 법칙이 옳다는것은 다음과 같은 방법으로 증명할수 있다.

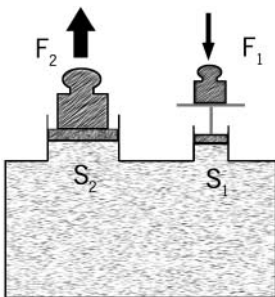



그림 14－3. 압력전달의 법칙을 보여주는 실험

그림 14－3에 보여준것과 같은 액체가 담긴 통에 면적이 각각 S_1 , S_2 인 두개의 열린 부분이 있는데 거기에 무게가 각각 F_1, F_2인 짐을 올려놓는다. 이때 $F_1 : F_2 = S_1 : S_2$이면 짐들이 움직이지 않지만 이 조건이 만족되지 않으면 한쪽이 내려가고 다른쪽은 올라간다.

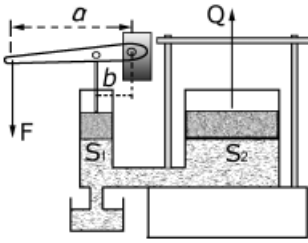
그런데 $F_1 : F_2 = S_1 : S_2$이면

$$P_1 = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} = P_2$$

로 되며 따라서 량쪽에서 압력이 같다.

압력전달의 법칙은 간단하지만 그것을 잘

그림 14－4. 수압프레스의 원리

리용하면 작은 힘을 주고도 큰 힘을 낼수 있으므로 매우 중요하다. 그림 14－4에 이 법칙을 리용하여 만든 수압프레스의 원리를 보여주었다. 지레대 a를 우로 올리면 왼쪽그릇의 밑부분에 있는 풀떼기가 열리며 그것을 통하여 그릇안에 있는 액체가 우로 올라온다.

그런 다음 지레대 a를 아래로 내리누르면 풀떼기가 닫기므로 액체는 아래로 내려가지 못하고 옆으로 나간다. 팔의 길이가 a인 점에 힘 F를 주면 그것이 팔의 길이가 b인 왼쪽뚜껑을 내리누르는 힘 F_1는 다음과 같다.

$$F_1 = \frac{a}{b}F$$

이때 왼쪽액체에 작용하는 압력은

$$P_1 = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F}{S_2}\frac{a}{b}$$

와 같다. 압력전달의 법칙에 의하여 이것과 꼭같은 압력이 면적이 S_2인 오른쪽판대기에도 작용한다. 오른쪽판대기에 작용하는 힘 Q는

$$Q = \frac{a}{b}\frac{F}{S_2} \cdot F$$

와 같다. $S_2 > S_1$, $a > b$이므로 Q＞F로 된다. 실지는 Q가 F보다 훨씬 크게 한다. 판대기는 고체이므로 판대기가 받는 힘은 그대로 판대기우에 있는 물체에 작용한다. 그러므로 내리누르는 힘을 그다지 크게 하지 않고서도 물체에 굉장히 큰 힘이 작용하게 할수 있다. 이 원리를 리용하여 프레스를 만들어 쓰고있다. 3천t프레스라는 말은 판대기가 그 우에 있는 고체에 주는 힘이 3천t의 질량을 가진 물체가 내리누르는 힘과 같다는것을 의미한다. 그러한 힘을 작은 면적에 주면 그 면적이 받는 압력은 굉장히 큰것이다.

제2절 그릇에 대한 액체의 압력

아래우가 열린 유리관의 한쪽끝에 고무판을 씌운 다음 그것이 아래로 가게 하고 유리관에 물을 부어넣어보자. 물을 많이 부어넣으면 고무막은 더 세게 불어난다. 이것은 물이 바닥을 내리누르며 물기둥이 높을수록 더 세게 내리누른다는것을 보여준다. 즉 액체가 그것을 담고있는

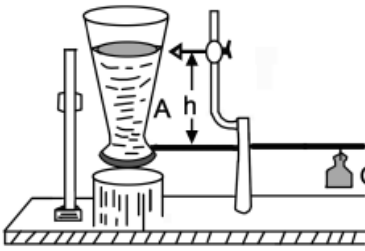



그림 14-5. 액체가 그릇의 밑바닥에 주는 압력을 측정하는 실험장치

그릇의 밑바닥을 내리누르는 압력은 액체기둥의 높이에 관계된다.

그러면 액체가 그릇의 밑바닥을 내리누르는 힘은 무엇에 관계되는가?

이것을 알기 위하여 다음과 같은 실험을 해보자. (그림 14-5) 그림에 보여준것처럼 여러가지 모양을 가진 유리관을 가져다가 받침대에 고정시킨다. 유리관들의 모양은 서로 다르지만 밑바닥의 면적은 모든 유리관에 대하여 같다. 그리고 밑바닥과 웃부분은 열려있다. 오른쪽에 있는 추 G때문에 그릇의 밑바닥에 닿아있는 둥그런 판은 어지간한 힘으로 내리눌러서는 그릇의 밑바닥으로부터 떨어지지 않는다.

이제 유리관에 물을 부어넣으면서 물기둥의 높이 h를 읽는다. 물기둥의 높이 h가 어떤 일정한 값에 이르면 물기둥이 그밑에 있는 둥그런 판을 내리누르는 힘이 추가 그것을 우로 올리미는 힘과 같아지는데 이때 둥그런 판은 아래로 떨어지며 물이 밖으로 나온다. 그런데 모양이 서로 다른 유리관들에 대하여 실험해보면 모든 경우에 같은 높이 h에서 둥그런 판이 아래로 떨어진다. 이것은 **물기둥이 밑면에 주는 압력은 물기둥의 높이에만 관계되고 물기둥에 들어있는 물의 총질량에는 관계되지 않는다**는것을 보여준다. 이것이 아주 놀라운 사실이라는것은 그림 14-6을 보면 알수 있다.

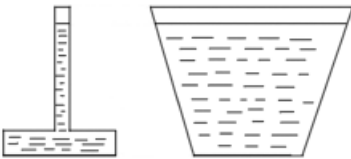



그림 14-6. 두 경우에 물기둥이 밑면을 누르는 힘은 같다.

그림에는 밑면의 면적은 같지만 모양은 심히 차이나는 두 그릇에 같은 높이로 물이 차있는 경우를 보여주었다. 얼핏 보기에는 오른쪽에 훨씬 많은 량의 물이 차있는것만큼 그것이 밑면을 내리누르는 힘이 훨씬 더 클것처럼 생각된다. 그런데 물기둥의 압력은 높이에만 관계되므로 두 경우에 밑면이 받는 압력은 같다. 그리고 밑면의 면적이 같으므로 밑면이 받는 힘도 두 경우에 같다. 높이가 h인 물기둥이 밑면에 주는 압력을 계산할 때 그릇의 모양은 중요하지 않으므로 밑면의 면적이 S이고 높이가 h인 원기둥에 차있는 물이 주는 압력을 계산하면 된다. 액체의 밀도를 ρ, 밑면에 작용하는 힘을 F로 표시하면

$$F = \rho Shg$$

이며 따라서 밑면이 받는 압력은

$$P = \frac{F}{S} = \rho gh \qquad (2.1)$$

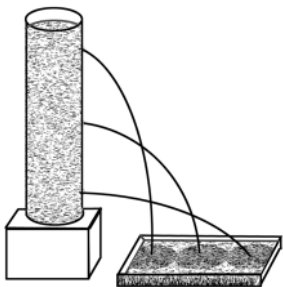



그림 14-7. 구멍들로부터 물줄기가 나온다.

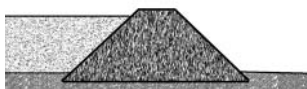
와 같다. 액체가 그릇의 벽에 주는 압력도 같은 공식으로 주어진다. 이때 높이 h로서는 벽의 주어진 곳으로부터 액체의 웃면까지의 높이를 넣어야 한다. 그릇의 벽에 서로 다른 높이에 구멍들을 뚫고 그릇에 물을 부어넣으면 구멍들을 통하여 물줄기가 뿜어나온다. (그림 14-7) 그림에 보여준것처럼 구멍의 우에 있는 물기둥의 높이가 클수록 뿜어나오는 물의 속도가 크다. 물의 속도가 크다는것은 압력이 크다는것을 의미한다.

이와 같이 물속으로 깊이 들어갈수록 물이 벽을 내미는 압력이 크기때문에 저수지의 뚝을 쌓을 때에는 아래로 내려가면서 뚝을 더 넓게 쌓는다. (그림 14-8)

그림 14-8 저수지뚝의 모양

액체기둥의 압력에 대한 공식 (2.1)은 액체의 밀도를 알아내는데 쓸수 있다. 그림 14-9에 이러한 목적에 리용되는 U자관을 보여주었다. 왼쪽에는 밀도 ρ_1의 값을 알고있는 액체를 넣고 오른쪽에는 밀도 ρ_2의 값을 구하려고 하는 액체를 넣는다. 아래에 있는 액체의 웃면이 U자관의 량쪽에서 같아질 때까지 밀도가 ρ_1인 액체를 부어넣는다. 왼쪽과 오른쪽에서 액체기둥의 높이를 각각 h_2, h_1이라고 하면

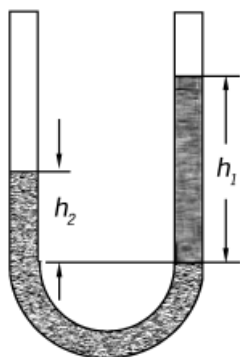



그림 14-9. U자관

$$\rho_1 h_1 S_1 = \rho_2 h_2 S_2$$

일 때 평형이 이루어진다. $S_1=S_2$이므로 이로부터 ρ_1는 다음과 같다.

$$\rho_1 = \rho_2 \frac{h_2}{h_1} \qquad (2.2)$$

이 공식을 써서 ρ_1를 구할수 있다.

제3절 물속에서의 압력

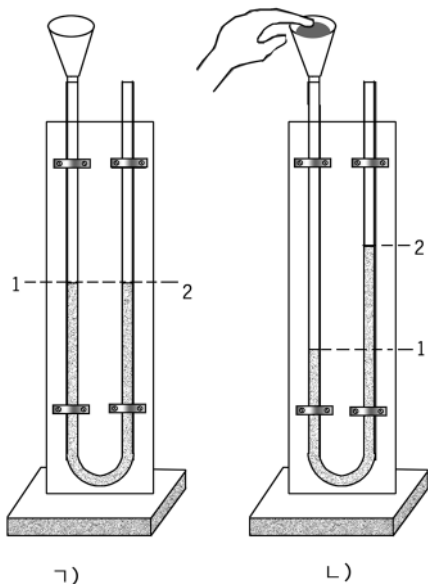



그림 14—10. U자관압력계

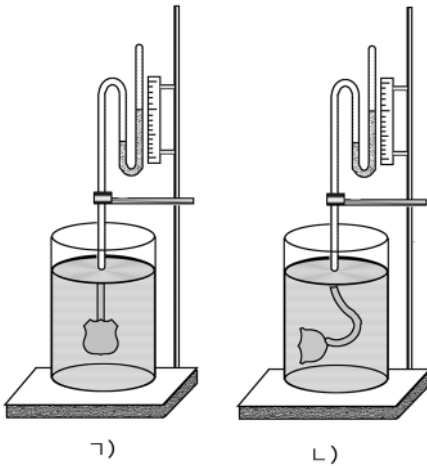
물속에서의 압력을 재기 위해서는 압력을 간단하게 잴수 있는 압력계가 있어야 한다. 그러한 압력계로서는 앞에서 본 U자관을 리용할수 있다. 그림 14—10에 U자관압력계를 보여주었다.

량쪽끝이 열려있는 U자관의 한쪽끝에 깔때기를 꽂고 물을 부어넣으면 관의 량쪽에서 물은 같은 높이까지 올라간다.(ㄱ) 이제 깔때기의 한쪽끝에 고무막을 씌우고 그것을 손가락으로 누르면 반대쪽에 있는 물기둥이 우로 올라가는것을 볼수 있다.(ㄴ) 두 물기둥의 높이차를 h라고 하고 물의 밀도를 ρ라고 하면 오른쪽물기둥이 내리누르는 보충적인 압력은 $P=\rho gh$와 같다. 그것이 고무막을 누르는 압력과 같다. 고무막을 누르는 압력은 왼쪽물기둥우에 있는 공기에 전달되는데 공기는 그와 같은 압력으로 왼쪽물기둥을 내리누른다. 그 압력이 ρgh와 같으면 평형상태로 된다. 따라서 물기둥의 높이차 h를 알면 고무막이 받는 압력을 구할수 있다. 이런 U자관압력계를 리용하여 물속에서 깊이에 따라 압력이 어떻게 변하는가 하는것을 조사할수 있다.

그림 14—11에 그것을 보여주었다. 그림에는 같은 깊이에서 압력을 받는 면이 여러가지 모양으로 놓여있는 경우를 보여주었다. 엄밀하게 따지면 ㄴ)의 경우에는 물면으로부터의 깊이가 압력을 받는 면의 모든 곳에서 같지 않다. 이 경우에는 그 면의 중심이 놓여있는 곳의 깊이를 취하면 된다. 실험에 의하면 압력을 받는 면이 어떤 방향으로 놓여있는가 하는것은 압력의 값에 영향을 주지 않으며 다만 물의 웃면으로부터 얼마나 깊은 곳인가 하는것만이 압력에 영향을 준다. 그리고 이런 실험에 의하여 고무막에 작용하는 압력은 같은 깊이에 있는 그릇의 벽에 작용하는 압력과 같다는것이 밝혀졌다. 그것은 U자관압력계의 두 가닥에서 물의 높이차가 물면으로부터 고무막까지의 깊이와 같다는데로부

그림 14-11. 물속에서의 압력측정

터 알수 있다.

깊이가 h인 곳에서 작용하는 압력을 정확히 재기 위하여 다음과 같은 실험을 할수 있다. 아래우가 열려있는 유리관의 밑부분에 석종이를 대고 조심히 물속에 넣은 다음 손을 뗀다. 그러면 석종이는 물의 압력을 받으므로 떨어지지 않는다. 석종이는 단단하면서도 가볍기때문에 이런 실험을 하기에 알맞는다. 이제 유리관의 우로 물을 조금씩 부어넣는다.

이때 유리관안에 있는 물의 웃면이 그릇에 있는 물의 웃면과 같아지기 전에는 석종이가 떨어지지 않는다. 그러다가 유리관안의 물면이 그릇의 물면과 같아지면 석종이가 떨어져나간다. 이때 석종이에 우로부터 작용하는 압력과 아래로부터 작용하는 압력이 같아지는것이다. 이 실험은 깊이가 h인 곳에서의 압력은 $P=\rho gh$와 같다는것을 보여준다. 이것은 그릇의 밑바닥이나 벽에 주는 압력과 같다. 이상에서 얻은 결과를 다음과 같이 말할수 있다. **액체속의 어떤 곳에서 어떤 면에 작용하는 압력은 그 면이 액체걸면으로부터 얼마나 깊은 곳에 있는가 하는것에만 관계되고 면이 어떻게 놓여있는가 하는것에는 관계되지 않는다. 밀도가 ρ인 액체의 걸면으로부터 h만한 깊이에 있는 어떤 면에 작용하는 압력은 그 면에 수직으로 향하며 그 값은 ρgh와 같다.**

실례로 높이가 h=10m인 물기둥이 내리누르는 압력을 계산하면 그것은 대략 1기압과 같다. 그것은 다음과 같이 구할수 있다.

$P=\rho gh=10^3\times 9.8\times 10\text{Pa}=0.98\times 10^5\text{Pa}$

이것은 1기압과 거의 같다. 1기압은 본질에 있어서 1㎡우에 있는 전체 대기가 내리누르는 압력이다. 그것이 10m의 물기둥이 내리누르는 압력과 거의 같은것이다. 수은기둥의 높이가 760㎜일 때 그것이 주는 압력은 정확히 1대기압과 같다. 사실 $\rho=13.6\times 10^3\text{kg/m}^3$이므로

$$P=\rho gh=13.6\times 10^3\times 9.8\times 0.76=1.012\ 9\times 10^5\text{Pa}$$

인데 이것이 바로 1대기압의 값이다.

물속으로 10m만큼 들어갈 때마다 압력이 1대기압만큼씩 커진다. 세계에서 제일 깊은 곳은 마리아나바다홈인데 그 깊이는 11 022m이다. 이 바다홈의 바닥이 받는 압력은 1 104기압이나 되는데 이것은 1㎠에 1.1t의 무게가 내리누르는것과 같다. 물속에서는 깊이 들어갈수록 압력이 크기때문에 깊이 들어가기 어렵다. 바다에 잘 익숙된 해녀가 들어

갈수 있는 깊이는 10m정도이며 특수잠수복을 입은 잠수부는 140m까지 들어갈수 있다. 잠수함도 400m보다 깊이 들어가기 어렵다. 그러나 만일 잠수함의 걸면을 구의 모양으로 만들고 그 구를 특수한 재질로 만들면 물속으로 10㎞이상까지도 들어갈수 있다.

제4절 련통관

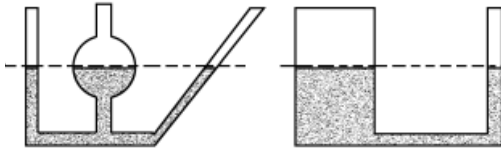



그림 14－12. 액체의 높이는 어디서나 같다.

U자관이나 그림 14－12에 보여준것과 같은 여러가지 모양의 유리관에 물을 채워보면 물의 높이는 어디서나 같다.

여기서 유리관의 웃끝은 어디서나 다 열려져있다. 그리고 유리관들은 서로 련결되여있어서 한쪽으로부터 다른쪽으로 물이 쉽게 옮겨갈수 있다. 이와 같이 **물이 자유롭게 통할수 있게 이어져있는 관을 련통관이라고 부르며 련통관의 어디서나 물의 높이가 같게 되는것을 련통관의 원리라고 부른다.** 련통관의 원리는 아주 간단하지만 그것을 잘 리용하면 중요한 문제들을 해결할수 있다.

수준기라는것은 유리관속에 물을 넣고 자그마한 공기방울이 남아있게 만든것이다. 유리관을 수평으로 눕혀놓았을 때 유리관이 정확히 수평면우에 놓여있으면 공기방울은 유리관의 가운데에 오게 되여있다. 그러므로 수준기를 리용하면 어떤 평면이 수평면인가, 아닌가 하는것을 쉽게 알아낼수 있고 그 평면을 쉽게 수평면으로 되게 할수 있다.

큰 탕크안에 들어있는 액체의 량을 재거나 보이라안에 물이 얼마나 들어있는가 하는것을 알기 위해서는 그안에 있는 물의 높이를 재면 된다. 이러한 목적에 련통관의 원리를 리용할수 있다. 그러기 위하여 탕크나 보이라의 아래부분에 구멍을 내고 거기에 가느다란 관을 이어놓는다. (그림 14－13) 그것을 액면계라고 부른다. 그림에서 ㄱ)는 물탕크안에 있는 물의 높이를 재는 경우이고 ㄴ)은 보이라안에 있는 물의 높이를 재는 경우이다.

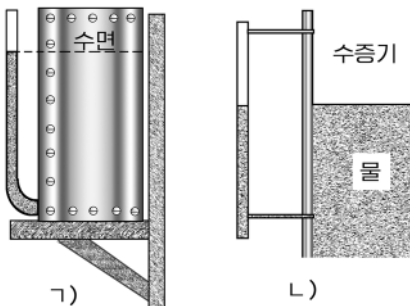



그림 14－13. 물의 높이를 재는 방법

도시주민들에게 물을 공급하기 위한 수도시설도 그 원리는 련통관의 원리이다. 급수탑에 있는 물의 높이는 수도관의 그 어디보다도 더 높아야 한다.

제5절 뜰힘

물체가 물속에 떠있다는것은 물체의 모든 부분이 물속에 있다는것을 의미한다. 물고기들은 물속에 떠있다고 말할수 있다. 물속에서 물을 가득 채운 바께쯔를 들어올려본 사람이라면 물속에서는 바께쯔가 아주 가볍다는것을 느꼈을것이다. 그러다가 바께쯔가 물바깥으로 나오기 시작하면 그 무게가 차츰 늘어나며 물속에서 완전히 나오면 대단히 무거워진다. 이것은 바께쯔가 물속에 있을 때에는 그것을 우로 올리미는 힘이 작용한다는것을 보여준다. **물속에 있는 물체에는 그것을 우로 올리미는 힘이 작용한다.** 이 힘을 뜰힘(부력)이라고 부른다. 뜰힘은 비행기날개에 작용하는 오름힘(양력)과 다르다. 뜰힘은 물속에서만 작용하는것이 아니라 다른 액체속에서도 작용하며 기체에서도 작용한다. 고무풍선을 놓아주면 우로 날아올라가는데 고무풍선에 뜰힘이 작용한다는것을 보여준다. 그러면 액체속에 있는 물체에 왜 뜰힘이 작용하며 뜰힘의 크기는 무엇에 의하여 결정되는가? 이것을 알기 위하여 그림 14－14에 보여준것과 같은 직6면체모양의 물체가 받는 뜰힘을 계산해보자. 액체속에 있는 어떤 면에 작용하는 힘은 언제나 그 면에 수직인 방향으로 작용하며 그 힘의 크기는 액체겉면으로부터 해당한 점까지의 거리(수직거리) h와 액체의 밀도 ρ에 의하여 결정된다. 즉 단위면적에 작용하는 힘인 압력은 $P=\rho gh$와 같다. 직6면체에서 액체와 닿는 평면은 6개이다. F_3과 F_4은 두 옆면에 작용하는 힘인데 그것들은 크기가 같고 방향이 반대이므로 그것들의 합력은 령으로 된다. 그러므로 그 두 힘은 물체를 압축하는 작용만 하고 전체로서 물체를 움직이게 하는 작용은 하지 않는다. 아래면에 작용하는 힘 F_2은 물체를 우로 올리미는 작용을 하는데 그것의 크기는 $F_2=\rho g(h+H)S$와 같다. 웃면에 작용하는 힘 F_1는 물체를 아래로 누르는 작용을 하며 그 크기는 $F=\rho ghS$와 같다. 이 힘들의 합력은 우로 향하며 그 크기는 ρgHS와 같은데 이것이 바로 직6면체모양의 물체가 받는 뜰힘이다. $SH=V$는 물체의 체적이므로 다음과 같이 쓸수 있다.

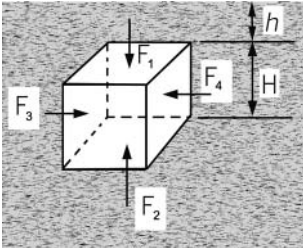



그림14－14. 뜰힘의 계산

$$F_{뜰}=\rho gV$$

여기서 ρ는 액체의 밀도이므로 ρV는 물체가 차지하고있는 부분과 같은 체적의 액체의 질량이며 ρVg는 그것의 무게이다. 이로부터 뜰힘의 법칙을 다음과 같이 정식화할수 있다. **어떤 액체속에 잠겨있는 물**

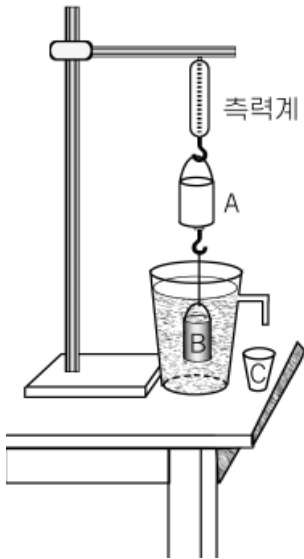



그림14－15. 뜰힘의 법칙에 대한 실험

체에 작용하는 뜰힘은 그 물체의 체적과 꼭같은 체적을 가지는 그 액체의 무게와 크기가 같으며 중력과 반대방향으로 향한다. 이 법칙은 고대그리스의 수학자이고 력학자인 아르키메데스가 발견하였으므로 **아르키메데스법칙**이라고 부르기도 한다. 그는 목욕통안에 들어갈때 자기의 몸무게가 줄어드는것을 느끼고 여기서 실머리를 찾아서 뜰힘의 법칙을 발견하였다고 한다. 물체의 모양이 어떤것인가 하는것에 관계없이 뜰힘의 법칙은 앞에서 정식화한것과 같다. 그리고 물체의 일부가 액체속에 잠기는 경우에 물체에 작용하는 뜰힘은 액체속에 잠겨있는 부분의 체적과 같은 체적의 액체의 무게와 크기가 같다. 뜰힘의 법칙이 옳다는것은 다음과 같은 실험에 의하여 알수 있다. 그림 14－15에 보여준것과 같이 빈통 A와 물체 B를 측력계에 매달아놓고 물체 B를 물속에 넣는다. 물통에는 옆구리에 구멍이 있고 그것을 통하여 물이 바깥으로 흘러나갈수 있으며 흘러나간 물은 빈통 C에 들어가게 되여있다. 물체 B를 물속에 넣기 전에 물통안에서 물은 구멍이 있는 곳까지 가득 차있다.

이제 물체 B를 천천히 물속에 넣으면 물의 일부가 넘어나면서 빈통 C에로 들어간다. 물체 B가 물속에 완전히 잠기면 C에로 넘어간 물의 체적은 물체 B의 체적과 같다. B가 물속에 들어가지 않았을 때 측력계는 빈통 A와 물체 B의 무게들의 합과 같은 힘을 가리킨다.

물체 B가 물통에 완전히 가라앉았을 때 측력계는 빈통 A의 무게만 가리키며 따라서 힘이 작아졌다는것을 보여준다. 이제 통 C의 물을 빈통 A에 몽땅 부어넣고 측력계의 바늘을 보면 물체 B가 물속에 들어가지 않았을 때의 값과 같은 값을 가리킨다. 이것은 물체 B에 작용하는 뜰힘이 물체의 잠긴 부분과 같은 체적을 가지는 물의 무게와 같다는것을 보여준다. 이제는 왜 강물에서 헤염치는것보다 바다에서 헤염치는것이 쉬운가 하는것을 설명할수 있다. 바다물에는 많은 소금이 풀려있으므로 바다물의 밀도는 강물의 밀도보다 크다. 뜰힘은 액체의 밀도에 비례하므로 바다물에서의 뜰힘은 같은 체적에 대하여 강물에서의 뜰힘보다 크다. 그래서 바다물에서 헤염치기 쉬운것이다.

왜 어떤 물체는 물속에 완전히 가라앉고 또 어떤 물체는 물우에 뜨며 어떤 물체는 물속에 완전히 잠기지만 가라앉지는 않는가?

뉴톤의 제1법칙에 의하면 물체가 움직이지 않고 가만히 있다는것은 그 물체에 작용하는 힘들의 합력이 령으로 된다는것을 의미한다. 만일

물체의 밀도가 물의 밀도보다 크면 물체가 물에 완전히 잠긴다고 하여도 그것이 받는 뜰힘은 중력보다 작다. 이런 경우에는 물체가 가라앉는다. 반대로 물체의 밀도가 물의 밀도보다 작으면 물체가 물속에 완전히 잠겼을 때 물체가 받는 뜰힘은 물체에 작용하는 중력보다 크다. 이때에는 물체의 일부만 물에 잠기고 나머지는 물우에 드러나게 된다. 실례로 얼음의 밀도는 0.9×10^3kg/㎥이고 물의 밀도는 10^3kg/㎥이다. 그러므로 얼음의 전체 체적의 90%가 물에 잠기면 얼음이 받는 뜰힘과 얼음의 무게가 같게 되고 나머지 10%의 체적은 물우에 드러나게 된다.

물체가 물속에 완전히 잠겨있지만 바닥에 가라앉지 않는 경우가 있는데 그것은 물체의 밀도가 물의 밀도와 같은 경우이다. 물고기가 물속에 떠있는것은 물고기의 무게가 그것과 같은 체적을 가지는 물의 무게와 같기때문이다. 그런데 죽은 물고기는 물에 가라앉는다. 그런즉 산 물고기는 몸의 체적을 크게 하는 재간을 부린다는것을 알수 있다. 물고기의 몸안에 있는 부레를 크게 하면 물고기의 체적이 커지고 뜰힘이 커지므로 물고기는 우로 올라간다. 반대로 부레를 작게 하면 물고기의 체적이 작아지고 뜰힘이 작아지므로 물고기는 아래로 내려간다.

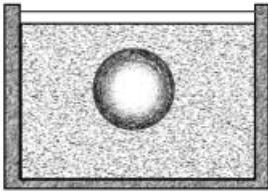



그림14－16. 물과 혼합액에 떠있는 올리브기름방울

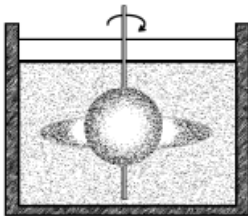
고체만 액체속에 잠겨있을수 있는가?

액체도 다른 액체속에 잠겨있게 할수 있다. 그렇게 하자면 두 액체의 밀도가 같게 해야 한다. 밀도가 꼭같은 서로 다른 액체는 드물다. 그러나 밀도가 같게 되도록 만들수 있다. 실례로 올리브기름은 물우에 떠있지만 알콜속에서는 가라앉는다. 이것은 올리브기름의 밀도가 물의 밀도보다 작고 알콜의 밀도보다는 크다는것을 의미한다. 물과 알콜의 혼합물을 잘 섞으면 그것의 밀도가 올리브기름의 밀도와 같게 할수 있다. 그런 혼합액체속에 올리브기름방울을 떨어뜨리면 그것은 그림 14－16에 보여준것처럼 둥그런 모양으로 혼합액체속에 떠있는다. 이 실험은 아주 조심스럽게 해야 한다. 그렇지 않으면 한개 기름방울대신에 그것보다 작은 여러개 기름방울이 생긴다. 이제 기름방울의 중심을 지나는 긴 나무막대기를 회전시키면 기름방울은 눌리운 회전타원체모양으로 되였다가 몇초후에는 고리가 분리되여나간다. 고리는 작은 구모양의 기름방울들로 쪼개지며 그것들은 중심에 있는 기름방울구의 주위로 계속 돌아간다. (그림 14－17)

그림14－17. 기름방울로부터 고리가 떨어져나간다.

여기서 설명한 실험은 벨지끄물리학자 플라토가 처음으로 한것이다. 그래서 그것을 플라토의 실험이라고 부른다. 뜰힘의 법칙은 널리 리용

된다.

도크라는것은 배를 수리하는데 쓰는 구조물이다.

배를 바다물우에 띄워놓고 수리한다는것은 대단히 어려운 일이다. 배를 수리할 때에는 그것을 허공에 띄워놓고 수리한다. 그러기 위하여 도크를 만들고 거기에 물을 채운 다음 배를 도크안으로 끌여들여서 받침대우에 올려놓고 물을 뽑아버린다. 그러면 배는 받침대우에 놓여있고 그밑에는 물이 없으므로 배는 허공에 떠있는것이나 다름없다. 배를 다 수리한 다음에는 도크에 다시 물을 채우고 배가 물우에 뜨게 한 다음 바다로 나가게 하면 된다.

뜰힘을 리용하여 바다밑에 가라앉은 배를 끌어올릴수 있다.

큰 고무배들은 체적이 매우 크기때문에 큰 뜰힘을 받는다. 속이 빈 고무배들을 물우에 띄워놓고 그우에 나무를 이어놓으면 다리가 되는데 그런 다리우로는 자동차, 뜨락또르, 대포 심지어 육중한 땅크까지도 지나갈수 있다. 농사를 짓는데서도 뜰힘을 리용할수 있다. 농사를 잘 짓자면 종자를 잘 골라야 하는데 그러자면 잘 여문 종자와 잘 여물지 않은 종자를 가려낼줄 알아야 한다. 잘 여문 좋은 종자는 소금물속에서 가라앉지만 잘 여물지 못한 나쁜 종자는 소금물우에 뜬다. 이런 방법으로는 많은 량의 종자를 짧은 시간동안에 선별할수 있다.

제6절 대기압

지구를 둘러싸고있는 공기를 통털어서 대기라고 부른다. 먼저 대기의 구조에 대하여 보자.

지구는 태양계에 속해있으면서 우주공간에서 태양주위로 돌아가고있는 천체의 하나이다. 지구바깥은 물질이 거의 없다고 볼수 있을 정도로 물질이 적다. 우주공간에서는 1㎤안에 한개 원자가 있을 정도라고 한다. 지구의 대기가 어떤 높이에서 끝나고 어디서부터는 우주공간이라고 볼수 있는가 하는것은 딱 찍어서 말하기 어렵다. 현재 지구를 둘러싸고있는 공기층의 두께는 약 1천㎞정도라고 보고있다. 공기의 밀도는 1.29㎎/㎤인데 이것은 물의 밀도에 비하면 800분의 1밖에 안된다. 공기는 이렇게 매우 가볍지만 대기층의 높이가 매우 높기때문에 공기가 내리누르는 압력은 10m의 물기둥이 내리누르는 압력과 같다. 공기의 무게때문에 대기속에 있는 물체가 받는 압력을 대기압이라고 부른다. 1대기압의 값은 1대기압=$1.012\ 9\times10^5$㎩이다. 공기의 밀도를 구하는 방법은 다음과 같다. 그림 14－18에 보여준것과 같은 큰 플라스크에 공기를 1대기압의 압력으로 채운 다음 플라스크의 무게를 구한다. 그런 다음에 공기를 다 뽑아내고 다시 무게를 구한다. 두 경우의 무게의 차

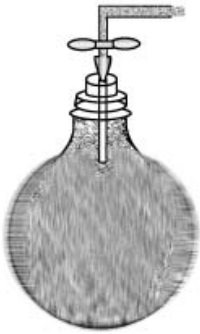



그림 14－18.
공기밀도의 측정

는 플라스크안에 들어있는 공기의 무게와 같다. 그것을 지구중력가속도로 나누면 공기의 질량이 얻어진다. 그것을 플라스크의 용적(안부분의 체적)으로 나누면 공기의 밀도가 얻어진다. 이렇게 얻어진 값이 1.29㎎/㎤이다.

대기압이 존재한다는것은 다음과 같은 간단한 방법으로 알아낼수 있다. 고뿌에 물을 가득 채운 다음 종이를 고뿌우에 올려놓는다. 이때 물과 종이사이에 공기가 없도록 해야 한다. 이제 종이를 왼손으로 누르고있으면서 오른손으로 고뿌를 쥔 상태에서 고뿌를 거꾸로 세워놓는다. 그러면 물의 무게때문에 종이가 떨어질것같이 생각되지만 실지는 종이가 떨어지지 않는다. 그것은 대기압이 종이에 작용하면서 그것을 우로 올리밀기때문이다. 한편 우로부터 종이를 아래로 내리누르는 압력은 고뿌안에 있는 물기둥의 압력인데 그것은 대기압보다 작다. 그러므로 종이에 작용하는 힘들의 합력은 우로 향한다. 물론 이 실험을 할 때 종이가 물에 젖어서 떨어지지 않도록 해야 한다. 그러자면 얇은 종이가 아니라 일정한 두께를 가진 마분지를 쓰면 된다. 이와 비슷한 현상은 물이 가득 차있는 유리병을 거꾸로 세워보아도 관찰할수 있다. 이때에도 물이 잘 나올것 같지만 실지는 잘 나오지 않는다. 오히려 유리병을 옆으로 기울이면 물이 잘 나온다. 그것은 이때 공기가 물병안으로 들어가기때문이다. 대기압의 값을 어떻게 재는가?

고뿌를 가지고 한 실험에서 물이 가득 차있는 고뿌를 물그릇속에 거꾸로 세워놓으면 어떻게 되겠는가를 생각해보자. 이때 고뿌안의 물의 높이가 10m보다 작으면 물이 아래로 내려가지 않는다. 그러나 높이가 10m인 고뿌는 없고 고뿌대신에 유리관을 쓴다고 하더라도 길이가 10m인 유리관을 만드는것은 어려우므로 물보다 밀도가 훨씬 더 큰 액체인 수은을 리용하는것이 합리적이다. 수은의 밀도는 13.6g/㎤로서 물의 밀도의 13.6배이므로 수은기둥의 높이는 760㎜이면 된다.

이제 수은을 담은 그릇과 수은을 채운 1m정도의 길이를 가진 유리관을 준비한다. 유리관의 한쪽 끝은 막혀있고 다른쪽 끝은 열려있다. 유리관에 수은을 가득 채워서 공기가 없게 한 다음 유리관의 열린 부분이 아래로 가게 수은속에 잠근다. 이때 유리관을 반드시 수직으로 세워야 할 필요가 없다. 그것을 경사지게 세워도 수은기둥의 높이는 언제나 760㎜로 된다.(그림 14－19) 이것은 760㎜ 높이의 수은기둥이 내리누르는 압력이 1기압과 같다는것을 보여준다. 온

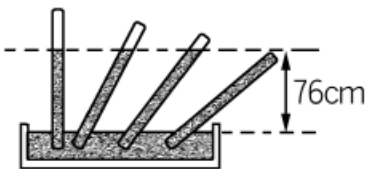



그림 14－19. 대기압의 측정

도가 0℃인 수은기둥 760㎜가 내리누르는 압력과 같은 압력을 **표준대기압** 또는 **1기압**이라고 부른다. 이로부터 1기압의 값은 다음과 같이 된다. 1기압＝$\rho gh = 13.6\times10^3\times9.8\times0.76$Pa＝103 360Pa

이것은 1kgf의 무게로 1㎠를 내리누르는 압력의 1.033 6배인데 그것은 공학에서 쓰기에는 불편하므로 1기술기압이라는 압력의 단위를 쓰는 경우도 있다. 그것은 다음과 같다.

1기술기압＝1kgf/㎠

대기압은 우로 올라갈수록 낮아진다. 대기압은 수은만 있으면 쉽게 잴수 있으므로 mmHg로 표시할 때도 있다. 760mmHg은 1기압＝1.033 6×10^5Pa과 같으므로 1mmHg의 값은 다음과 같다.

$$1\text{mmHg} = \frac{103\ 360}{760}\text{Pa} = 136\text{Pa}$$

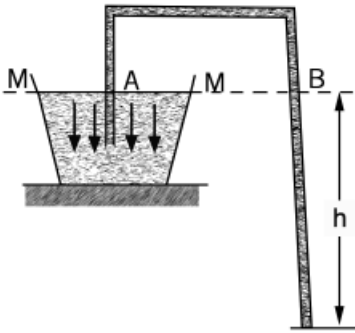
표 14－1에 높이에 따르는 기압의 변화를 주었다. 여기서 H는 바다물면으로부터 측정한 높이를 m의 단위로 표시한것이다.

표 14－1. 높이에 따르는 기압의 변화

H(m)	mmHg	Pa
6	760	103 360
200	742	100 912
400	725	98 600
600	707	96 152
1 000	674	91 664
2 000	596	81 056
3 000	525	71 400
4 000	462	62 832

제7절 대기압을 리용한 간단한 장치들

그림 14−20. 싸이폰

대기압을 잘 리용하면 여러가지 문제를 풀수 있다. 몇가지 실례를 들어보자. 물이나 다른 액체를 빨아넘기는 관을 싸이폰이라고 부르는데 그것을 그림 14−20에 보여주었다. 량끝이 열려있는 고무관에 물을 가득 채운 다음 한쪽 끝을 물이 담겨져있는 그릇속에 잠그고 다른쪽 끝은 물그릇의 밖에 놓이게 한다.

이때 바깥쪽에 있는 끝은 물그릇에 있는 물의 높이보다 낮은 곳에 있도록 한다. 그러면 고무관을 통하여 물그릇안에 있는 물이 바깥으로 흘러나간다. H가 클수록 물이 나가는 속도가 빠르다. 이 간단한 원리를 써서 물통안에 있는 물이나 석유통안에 있는 석유를 바깥으로 끌어낼수 있다. 물뽐프를 리용하여 물을 높은 곳으로 올리는 경우에도 대기압을 리용한다. 물뽐프에는 빨뽐프와 밀뽐프가 있다. 빨뽐프의 모양을 그림 14−21에 보여주었다.

그림에서 보는것처럼 빨뽐프는 금속원통안에서 오르내리는 피스톤 2, 우로만 열리는 플떼기 3과 4로 되여있다. 피스톤을 우로 올릴 때에는 플떼기 3이 닫기고 플떼기 4가 열리며 이때 물은 우로 빨려올라간다. 바깥에 있는 물의 걸면의 높이보다 10m만큼 높은 곳까지는 이렇게 올릴수 있지만 그보다 더 높은 곳까지는 올릴수 없다. 이것은 리상적인 경우이고 실지는 밀페가 리상적인것이 되지 못하므로 10m까지 올릴수 없다. 피스톤을 우로 올릴 때 플떼기 3은 닫겨져있으므로 피스톤우에 있는 물

그림 14−21. 빨뽐프

그림 14−22. 밀뽐프

은 바깥으로 흘러나간다. 피스톤을 아래로 내려보낼 때에는 풀떼기 4가 닫기고 풀떼기 3이 열린다.

이때 이미 올라와있던 물이 풀떼기 3을 통하여 피스톤우로 올라간다. 다음번에 피스톤을 우로 끌어올릴 때 이 물은 바깥으로 흘러나간다.

이와 같이하여 피스톤을 아래우로 이동시키면 계속 물을 빨아올릴수 있다. 밀뽐프의 모양을 그림 14－22에 보여주었다.

그것의 동작원리는 빨뽐프의 동작원리와 비슷한데 차이점은 피스톤에 붙어있던 풀떼기를 물이 나가는 관에 붙여놓은것이다. 밀뽐프를 처음에 동작시키기 위해서는 피스톤밑까지 물이 차도록 물을 부어넣고 동작시켜야 한다. 농촌에서 지하수를 뽑아서 쓰는 물뽐프가 바로 밀뽐프이다.

문제와 풀이

1. 다음의 말이 옳은가를 따져보고 틀린것은 밑줄을 긋고 고쳐라.

ㄱ) 스케트를 타고 얼음판우에 서면 신을 신고 설 때보다 얼음판에 주는 압력이 작아진다.

ㄴ) 바닥을 수직으로 누르는 힘이 1N이면 압력은 1㎩이다.

ㄷ) 땅크에 무한궤도를 대는것은 내려누르는 힘을 줄이기 위해서이다.

ㄹ) 송곳을 뾰족하게 만드는것은 압력을 작게 하기 위해서이다.

풀이. ㄱ) 압력이 작아진다.→압력이 커진다.

ㄴ) 1N이면→ 1N이고 바닥의 면적이 1㎡이면

ㄷ) 힘을 →압력을

ㄹ) 작게→ 크게

2. 압정을 100N의 힘으로 눌러서 나무에 꽂는다. 압정머리의 면적이 1㎠일 때 손가락이 받는 압력은 얼마인가? 압정끝이 나무에 주는 압력은 5×10^9 ㎩이다. 압정끝의 면적은 얼마인가?

풀이. 압력은 P＝F/S인데 F＝100N이고 S＝1㎠＝10^{-4} ㎡이므로 P＝10^6 ㎩＝1 000㎪＝1㎫이다. 나무에 주는 압력이 P＝5×10^9 ㎩이면 압정끝의 면적은 S＝F/P＝2×10^{-8} ㎡＝2×10^{-2} ㎟＝0.02㎟이다.

답. 1 000㎪, 0.02㎟

3. 어떤 코끼리의 무게가 60 000N이다. 한 다리가 땅에 접촉하고있는 면적이 600㎠이라면 코끼리가 땅에 주는 압력은 얼마인가?

풀이. 코끼리의 네개 다리가 다 땅에 접촉하고있다면 땅에 접촉하고 있는 면적은 2 400㎠＝0.24㎡이다. F=6×10^4N을 이것으로 나누면 된다.

$$P=\frac{6\times10^4}{0.24}=2.5\times10^5\ (\text{Pa})$$

답. 2.5×10^5 (㎩)

4. 발레무용수가 발끝으로 서있다. 무용수의 무게는 475N이다. 바닥면에 닿는 발끝의 면적은 9.5㎠이다. 바닥에 주는 압력을 구하여라. 3번문제의 답과 비교하여라.

풀이. F=475N, S=9.5×10^{-4} ㎡이므로

$$P=\frac{F}{S}=\frac{475}{9.5}\times10^4\ \text{Pa}=5\times10^5\ \text{Pa}$$

이것은 2.5×10^5 Pa의 2배이다.

답. 5×10^5 Pa, 2배

5. 아빠트의 1층에서 수도물의 압력이 400㎪이다. 그로부터 21m 더 높은 웃층에서는 수도물의 압력이 얼마이겠는가?

풀이. H=21m인 물기둥이 주는 압력은 $P=\rho gh=2.058\times10^5$ Pa=205.8㎪이다. 400㎪에서 이것을 빼면 194.2㎪이 얻어지는데 이것이 구하려는 압력이다.

답. 194.2㎪

6. 굵은 배수관이 메였을 때 어떻게 하면 터뜨릴수 있겠는가?(그림14−23)

그림 14−23. 수도관이 메였다.

풀이. 수도관이 멘 곳까지 우로부터 내려가면서 보면 복잡한 곡선이지만 멘 곳으로부터 아래쪽은 직선이다. 그러므로 아래쪽으로부터 멘 곳을 우로 올리미는 방법으로 터뜨릴수 있다.

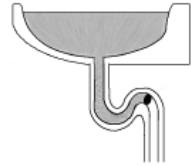
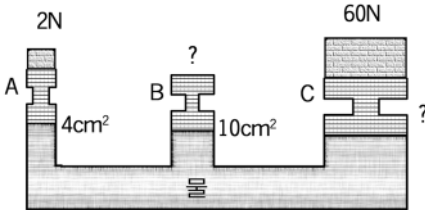



그림 14−24. 물속에서 압력전달

7. 그림 14−24와 같은 장치에서 피스톤 A, B, C는 서로 비기고있다.

ㄱ) 물속에서 전달되는 압력은 얼마인가?

ㄴ) 피스톤 B의 머리우에 올려놓을 추의 무게는 얼마로 되여야 하는가?

ㄷ) 피스톤 C의 자름면적은 얼마인가?

풀이. 이 문제는 모든 피스톤에서 압력이 같다는것을 리용하여 풀수 있다.

ㄱ) $P=\frac{F}{S}=\frac{2}{4\times10^{-4}}\ \text{Pa}=5\ 000\ \text{Pa}$, ㄴ) $F=PS=5\ 000\times10^{-3}\ \text{N}=5\text{N}$

ㄷ) $S=\frac{F}{P}=\frac{60}{5\ 000}\ \text{m}^2=1.2\times10^{-2}\ \text{m}^2=120\ \text{cm}^2$

답. 5 000Pa, 5N, 120㎠

8. 수압프레스의 두 피스톤의 직경이 각각 5㎝, 20㎝이다. 이 프레스로 8 000N의 힘을 얻으려면 작은 피스톤을 얼마만한 힘으로 눌러야 하는가?

풀이. $S_1 = \frac{\pi}{4} \times 5^2$, $S_2 = \frac{\pi}{4} \times 20^2$ 이라고 하면 F_2=8 000N이라야 한다.

그러므로 구하려는 힘 F_1는 다음과 같이 계산할수 있다.

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2},\ F_1 = F_2 \frac{S_1}{S_2} = 500\,\text{N}$$

답. 500N

9. 수압프레스에서 큰 피스톤의 자름면적이 작은 피스톤의 자름면적보다 10배 크다. 작은 피스톤을 10㎝ 내려보내면 큰 피스톤은 몇㎝ 올라가겠는가 ?

풀이. 액체의 체적은 변하지 않는다고 볼수 있다. 작은 피스톤의 면적을 S_1, 그것이 내려간 거리를 ℓ_1로 표시하고 큰 피스톤의 면적을 S_2 , 그것이 올라간 거리를 ℓ_2로 표시하면

$$S_1\ell_1 = S_2\ell_2$$

로 되므로 ℓ_2은 다음과 같다.

$$\ell_2 = \ell_1 \frac{S_1}{S_2} = 10 \times \frac{1}{10} = 1\text{㎝}$$

답. 1㎝

10. 그림 14－25 와 같이 병에 물을 절반정도 넣고 유리관이 꽂혀있는 병마개로 꼭 막았다. 병마개를 뽑거나 병을 기울이지 말고 관을 통하여 물이 나오게 하려면 어떻게 하여야 하겠는가?

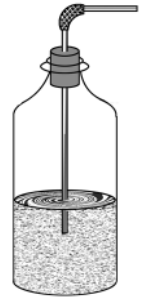



그림 14－25. 물이 들어 있는 병

풀이. 관을 통하여 센 압력으로 공기를 불어넣으면 된다. 그러면 병안에 있는 공기의 압력이 대기압보다 높아지며 그 압력에 의하여 물이 관을 통하여 밖으로 나오게 된다.

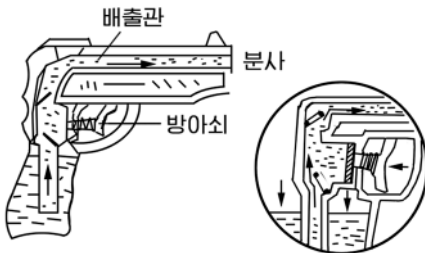



그림 14－26. 물권총의 구조

11. 고무풍선은 하늘높이 올라갈수록 불어난다. 왜 그런가?

풀이. 고무풍선안에는 밀도가 공기의 밀도보다 작은 기체가 들어있기때문에 고무풍선이 우로 올라간다. 우로 올라가면 공기의 압력이 작아지며 따라서 고무풍선의 체적이 커진다.

12. 물권총은 대기압의 작용을 묘하게 리용한것이다. (그림 14－26)

방아쇠를 당길 때마다 물이 나간다. 그 원리를 설명하여라.

풀이. 그림의 오른쪽에 방아쇠가 있는 부분을 확대하여 보여주었다. 방아쇠에는 용수철이 있다. 그리고 방아쇠에 피스톤의 역할을 하는 판이 붙어있고 그것이 물과 닿아있다. 방아쇠를 당기면 용수철은 눌리운 상태에 있게 되고 물과 닿아있는 판대기는 앞으로 나가면서 물을 압축한다. 그러면 아래쪽에 있는 변은 닫기고 우에 있는 변이 열리면서 그것을 통하여 물이 배출관으로 들어가서 분사된다. 방아쇠를 놓아주면 용수철이 늘어나면서 판대기가 뒤로 들어가고 아래에 있는 변이 열리고 우에 있는 변은 닫긴다. 그러면 손잡이 아래부분에 차있는 물이 빨려들어온다.

다시 방아쇠를 당기면 앞에서와 같은 방법으로 물이 빠져나간다.

13. 관으로 련결된 두개 그릇에 한쪽에는 물이, 다른쪽에는 석유가 같은 높이로 들어있다. 관에 있는 코크를 돌려 막혔던 관을 열면 어느 액체가 어느쪽으로 이동하겠는가?

풀이. 물의 밀도는 석유의 밀도보다 크다. 그런데 $P=\rho gh$에서 h는 같으므로 물이 내리누르는 압력이 더 크다. 그러므로 코크를 열면 물이 석유가 있는 그릇쪽으로 이동한다.

14. 련통관의 한쪽에 수은이 들어있고 다른쪽에 물이 들어있다. 경계면으로부터 수은의 높이가 76㎝이라면 물의 높이는 얼마이겠는가? 수은의 밀도는 13 600㎏/㎥ 이다.

풀이. 두 액체가 경계면에 주는 압력은 같다. 경계면으로부터 수은과 물의 높이를 각각 h_1, h_2로 표시하면 $P=\rho gh$ 이므로 $\rho_2 h_2 = \rho_1 h_1$,

$h_2 = h_1 \dfrac{\rho_1}{\rho_2}$이다. 값은 다음과 같다.

$$h_2 = 0.76 \times \frac{13\ 600}{1\ 000}(\mathrm{m}) = 10.336(\mathrm{m})$$

답. 약 10m

15. 측력계로 어떤 물체를 재여보았더니 그것의 무게가 120N이였다. 이 물체를 물속에 완전히 잠그면 측력계의 바늘은 80N을 가리킨다.

ㄱ) 이 물체가 물속에서 받는 뜰힘의 크기는 얼마인가?

ㄴ) 뜰힘의 크기는 물속의 깊이에 따라 어떻게 변하는가?

ㄷ) 같은 깊이에서 물체의 모양을 바꾸면 뜰힘의 크기가 어떻게 되는가?

풀이. ㄱ) 물속에서 잰 무게 80N과 뜰힘의 합은 물체의 무게 120N과 같다. 그러므로 뜰힘은 40N이다.

ㄴ) 뜰힘의 크기는 물속의 깊이에 따라 변하지 않는다.

ㄷ) 물체의 모양을 바꾸어도 체적만 변하지 않으면 뜰힘의 크기는 변하지 않는다.

16. 그림 14-27을 보고 어느 그릇에 담긴 액체의 밀도가 더 큰가를 알아내여라. 두그릇에 넣은 물체는 꼭같은것이다.

풀이. 고체가 액체속에 잠겼을 때 고체가 받는 뜰힘은 잠긴 부분의 체적과 같은 체적을 가지는 그 액체의 무게와 같다. ㄱ)의 경우에 ㄴ)의 경우보다 더 적은 체적이 잠겨있다. 이것은 첫 경우에 액체의 밀도가 둘째 경우보다 크다는것을 의미한다.

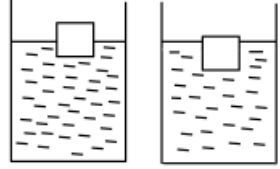



그림 14-27. 어느 액체의 밀도가 더 큰가?

17. 체적이 200㎤인 알루미니움알을 실에 매달아서 물그릇에 넣었다. 이때 알루미니움알이 실을 당기는 힘은 얼마이겠는가? 알루미니움의 밀도는 2 700kg/㎥이다.

풀이. 먼저 $200cm^3=2\times10^{-4}m^3$의 체적을 가진 물의 무게를 구하면 그것은 $P=\rho gV=10^3\times9.8\times2\times10^{-4}N=1.96N$이다. 알루미니움알이 받는 뜰힘은 이것과 같다. 한편 알루미니움알의 무게는 $2\,700\times9.8\times2\times10^{-4}N=5.292N$이다. 이것들의 차가 구하려는 힘이므로 그것은 3.332N과 같다.

답. 약 3.33N

18. 벼종자를 고르기 위하여 소금물을 리용한다. 소금물에서 가라앉는 벼알을 종자로 쓴다. 벼종자를 이런 방법으로 고르는 리치는 무엇인가?

풀이. 벼알이 잘 여물어야 종자로 쓸수 있다. 잘 여문 벼알은 잘 여물지 않은것보다 더 무겁다. 그러나 벼알의 크기는 거의 같다. 소금물의 밀도는 보통물의 밀도보다 크며 따라서 소금물에서 가라앉는 벼알의 밀도는 순수한 물의 밀도보다 크다. 그러므로 그런 벼알을 종자로 쓰는것이 좋다.

19. 수소 1㎥를 채운 고무풍선은 얼마만한 짐을 들어올릴수 있는가? 고무의 무게는 생각하지 않는다. 수소의 밀도는 0.09kg/㎥이고 공기의 밀도는 1.29 kg/㎥이다.

풀이. 뜰힘은 공기의 밀도와 수소의 밀도의 차에 gV를 곱한것과 같으므로 그것은 다음과 같다. $(1.29-0.09)\times9.8\times1N=11.76N$

답. 11.76N

20. 어떤 배가 바다에 떴을 때 그것이 밀어낸 바다물의 체적이 99.1㎥이다. 이 배의 무게는 얼마인가? 이 배가 강에 떠있을 때 밀어낸 물의 체적은 얼마인가? 바다물의 밀도는 1 030kg/㎥ 이고 강물의 밀도는 1 000kg/㎥ 이다.

풀이. 배의 무게는 배가 밀어낸 바다물의 무게와 같으므로 $P=1\,030\times9.8\times99.1N=1\,003\,154N\approx1\,003.154kN$이다. 배가 강에 떠있을 때 밀어낸 물의 체적은

$$V=99.1\times\frac{1\,030}{1\,000}m^3=102m^3$$

답. 약 1 003kN, 약 102㎥

제15장 액체와 기체의 흐름

액체와 기체의 흐름이 얼핏 보기에는 뉴톤의 운동법칙으로 설명되지 않는것처럼 보이는 경우가 있다. 그러나 더 구체적으로 따져보면 그런것들도 다 뉴톤의 운동법칙에 의하여 설명된다. 액체와 기체를 통털어서 류체라고 부른다. 액체와 기체의 흐름은 일상생활과 기술에서 널리 쓰이고있다. 그러므로 액체와 기체의 흐름과 관련된 문제들을 잘 알아야 한다.

제1절 신기한 현상들

탁구공을 우로 걸어치면 탁구공은 아래로 세게 구부러진 곡선을 그리면서 날아간다. 탁구공을 밑으로 깎아치면 공은 천천히 날아가는데 이때 그것이 그리는 자리길은 포물선이 아니라 직선에 가깝다. 축구에서 구석뽈을 잘 차면 뽈이 곡선을 그리면서 그대로 꼴문으로 들어가는 경우가 있다는것은 잘 알려져있다.

그림 15−1에 보여준것은 관을 통하여 공기를 빠른 속도로 내쏘면 공이 우로 올리뜨는 현상이다. 공의 주위로는 공기가 빠른 속도로 흐르기때문에 공은 공기와 함께 멀리로 달아나야 할것 같은데 반대로 그것은 바람을 《맞받아나가면서》 우로 올리뜨며 일정한 높이에 떠있는 것이다.

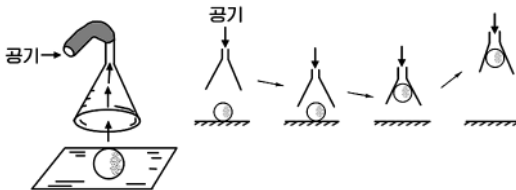



그림 15−1. 공이 허공에 떠있다.

이것도 역시 신기한 현상이라고 해야 할것이다.

그림 15−2에는 공중에 떠있는 공을 보여주었다. 관을 통하여 공기를 내쏘면서 그우에 공을 띄워놓으면 공은 아래로 떨어지지도 않고 그렇다고 하여 바람에 날려가지도 않으며 일정한 자리근방에서 약간씩 떨면서 공중에 떠있는다. 왜 공기의 흐름은 공을 붙잡아가지고 달아나

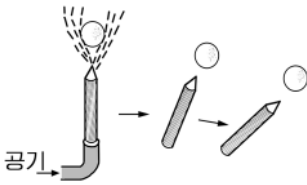



그림 15-2. 공중에 떠있는 공

지 않는가 하는것은 쉽게 대답할수 없는 일이다. 물살이 빠른 여울목에 빠지면 어지간히 헤염을 치는 사람도 빠져나오기 힘들다. 이밖에도 류체속에서 일어나는 물체의 운동과 관련하여서는 그 리치를 쉽게 알아맞히기 힘든것들이 적지 않다. 이런 문제들을 옳게 리해하기 위해서는 류체의 흐름에 대하여 깊이 연구해야 한다.

제2절 층흐름과 막흐름

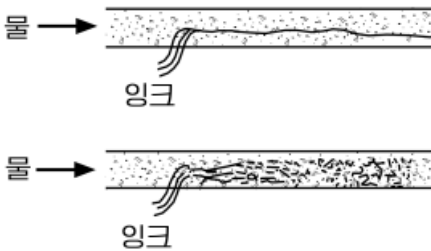



그림 15-3. 층흐름과 막흐름

류체의 흐름은 크게 층흐름과 막흐름으로 갈라볼수 있다. 여기서 막흐름이라는것은 흐름이 질서정연하지 않고 마구 흐른다는 뜻이다.

류체의 흐름속도가 크지 않을 때에는 층흐름으로 볼수 있지만 흐름속도가 크면 막흐름으로 넘어간다. 그림 15-3을 보면 층흐름과 막흐름이 어떻게 차이나는가를 알수 있다. 관을 따라 흐르는 물에 어떤 곳에서 잉크를 쏴넣는다. 물이 천천히 흐를 때에는 잉크가 가느다란 줄기를 이루면서 흘러가지만 물의 흐름속도가 빠르면 얼마쯤 지나서는 잉크줄기가 헝클어지고 물전체가 잉크색을 띠게 된다. 첫 경우의 흐름은 층흐름이고 둘째 경우의 흐름은 막흐름이다. 먼저 층흐름에 대하여 보기로 하자. 층흐름의 경우에는 류선이라는것을 생각할수 있다. 이때 매개 물분자는 정해진 자리길을 따라 운동한다고 볼수 있는데 그러한 자리길이 바로 류선을 이룬다. 잉크방울이 그리는 자리길은 하나의 류선을 보여준다. 층흐름인 경우에는 물이 흐르는 곳의 매 점에서 그것을 지나가는 류선이 있다. 물의 흐름은 이런 류선들이 모여서 이루어진것이라고 볼수 있다. 그림 15-4에 자름면의 면적이 변하는 경우에 류선의 모양을 보여주었다.

류선은 도중에 끊어지거나 없던것이 새로 생겨나지 않는다. 그러므로 자름면적이 작은 곳에서는 류선들이 더 조밀하게 놓여있다. 한편 자름면적이 좁은 곳에서는 흐름속도가 빠르다. 그러므로 류선들이 빼곡한가, 성

그림 15-4. 류선의 모양

긴가 하는것을 보면 흐름속도가 어떻게 변하는가 하는것을 알수 있다.

이제 류체속에 고체가 있다면 그 부분에서 류체의 흐름이 어떻게 달라지겠는가를 보자. 현실적으로는 멎어있는 류체속으로 딴딴한 물체가 지나가는 경우를 자주 만나게 된다. 도로를 따라 자동차가 달리거나 공기속으로 총알이 날아가는것, 비행기가 하늘에서 날아가는것은 그러한 경우라고 볼수 있다. 물론 바람이 부는 경우에는 공기가 멎어있다고 보면 안되지만 그런 경우에도 물체의 운동속도에 비하여 바람의 속도가 훨씬 작은 경우에는 공기가 멎어있고 물체가 운동한다고 볼수 있다. 이런 문제를 풀 때에는 물체가 멎어있다고 보고 공기가 물체에 대하여 운동한다고 보는것이 편리하다. 이때 물체근방에서의 공기의 흐름상태는 물체에 의하여 달라지지만 물체로부터 충분히 멀리 떨어져있는 곳에서는 물체의 영향을 무시할수 있다.

류체가 흐를 때 모든 곳에서 속도가 같지 않으면 내부마찰이 나타나는데 그것은 위치에 따라 속도변화가 클수록 더 심하게 나타난다. 내부마찰은 점성으로 나타난다. 류체의 점성이 가장 심하게 나타나는것은 흐르는 류체속에 있는 고체근방이다. 그것은 거기서 속도가 가장 심하게 변하기때문이다. 고체겉면근방의 얇은 층을 경계층이라고 부르는데 경계층에서의 흐름을 취급할 때에는 류체의 점성을 무시할수 없다. 그러나 경계층의 두께는 매우 작으며 경계층을 벗어나면 점성을 무시할수 있다. 점성을 무시할수 있는 액체나 기체를 **리상류체**라고 부른다. 리상류체와 리상기체를 혼돈하지 말아야 한다. 기체를 리상류체로 보는 경우에는 다만 점성의 영향을 무시할뿐이고 분자들사이의 호상작용까지 무시하는것은 아니다. 고체겉면이 눈으로 볼 때에는 아주 매끈한것처럼 보이는 경우에도 현미경으로 들여다보면 몹시 거칠다. 그러므로 고체겉면에서 류체의 속도는 령으로 된다. 그러나 매우 얇은 경계층에서 속도가 크게 변하며 보통 1㎜정도의 두께를 가지는

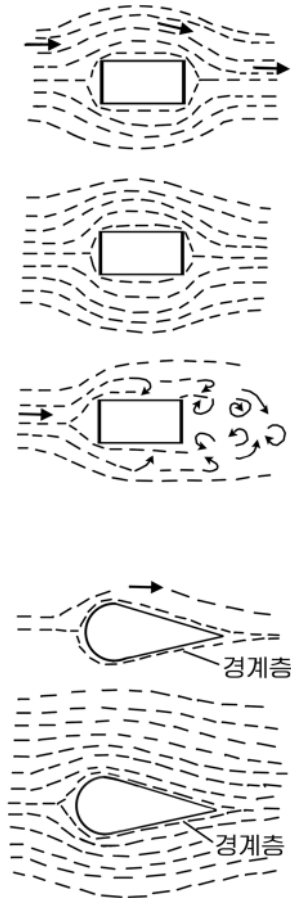



그림 15-5. 층흐름

경계층을 벗어나면 점성은 무시할수 있다. 류체의 속도가 충분히 크면 층흐름이 막흐름으로 넘어간다. 그림 15－5에 여러가지 경우의 층흐름을 보여주었다. ㄱ)은 리상류체인 경우의 류선들을 보여주는데 이때에는 속도가 거의 모든 곳에서 같다. 리상류체는 고체와 닿는 곳에서도 속도가 줄어들지 않으며 고체에 아무런 힘도 주지 않는다. 현실적으로 존재하는 류체가운데 이런 성질을 가지는것은 액체헬리움밖에 없고 다른 액체나 기체는 다 점성을 가지므로 고체가 있고 류체의 속도가 크지 않을 때에 물체주위에서 류선들은 ㄴ)와 같이 된다. 즉 고체와 닿는 곳에서는 속도가 령으로 되고 고체로부터 멀어짐에 따라 점차 속도가 커진다. 이때는 고체에 힘이 작용하는데 그 값은 속도에 비례한다. 속도가 매우 크면 ㄷ)에서 보여준것과 같은 막흐름으로 넘어가는데 이때 물체에는 속도의 두제곱에 비례하는 저항이 작용한다. 특히 물체의 뒤부분에서는 복잡한 회리가 생기게 된다. 그것은 이때 물체의 뒤부분에 진공이 생기는것과 관련되여있다. 그러므로 그곳을 지나가던 분자들이 진공속으로 휘말려들어가게 되고 거기서 복잡한 회리가 생긴다. 자동차가 빠른 속도로 달릴 때 적재함뒤부분에서 바로 이런 현상이 나타나는데 이때 길우에 있던 먼지들이 적재함뒤로 휘말려들어간다. 이때의 흐름은 막흐름이다. 흐름이 막흐름으로 되면 물체를 뒤로 끌어당기는 큰 힘이 작용한다. 그러므로 빠른 속도로 달리는 승용차를 만들 때에는 앞부분과 뒤부분에서 공기의 흐름에 회리가 생기지 않게 하는데 특별한 관심을 돌려야 한다. 쉽게 말하면 물고기의 겉모양을 본따는것이 좋다. 그림 15－5의 ㄹ)에 류선형물체의 주위에서 류선들의 모양을 보여주었다. 이 경우에는 그림에 보여준것처럼 얇은 경계층이 생기고 회오리가 생기는 구역이 아주 작아서 저항을 적게 받는다. 승용차의 겉모양이 바로 류선형에 가깝다.

제3절 관속에서 물의 흐름

관속에서 물이 흐르는것은 관의 직경이 큰 경우와 작은 경우에 크게 차이난다. 먼저 직경이 큰 경우를 보자. 관의 직경이 크다는것은 그것이 경계층의 두께보다 훨씬 크다는것을 념두에 두고 하는 말이다. 관에서 물의 속도가 그다지 빠르지 않아서 물의 흐름을 층흐름으로 볼수 있다고 하자. 이 경우에 관의 벽에서는 물의 속도가 령으로 되고 중심부분에서 속도가 가장 크다. 이것은 다음과 같은 실험을 해보면 알수 있다. (그림 15－6)

물이 흐르고있는 관의 어떤 자름면에 순간적으로 물감을 주입한다. (ㄱ)

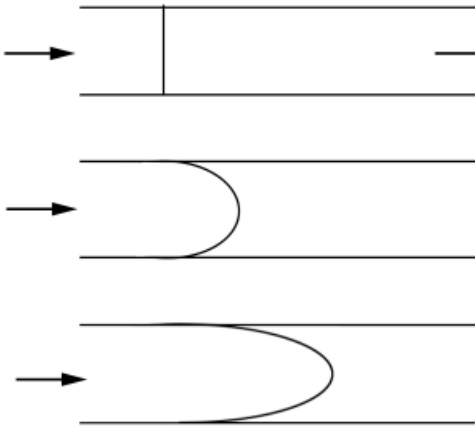



그림 15-6. 넓은 관속에서 물의 흐름

1초후와 2초후에 물감의 모양을 ㄴ), ㄷ)에 보여주었다. 이것은 관의 벽에서는 물의 속도가 령이고 중심에서 속도가 가장 크다는것을 직관적으로 보여준다.

이번에는 그림 15-7에 보여준 실험을 보기로 하자. 그림에 보여준것은 직경이 매우 작은 실관이다. 그림에는 서로 다른 높이에 설치된 두개의 실관이 있고 실관의 벽에 수직으로 역시 실관들을 세워놓았다. 두 실관으로부터 왼쪽에 있는 물통속의 물의 웃면까지의 거리는 2배 차이난다. 그림에서 보는것처럼 밑에 있는 실관에서 물기둥의 높이는 우에 있는 실관에서의 물의 높이의 2배이다. P_1는 실관의 입구에서의 물의 압력이고 P_2은 실관의 출구에서의 물의 압력인데 P_2은 대기압과 같다. 실험에 의하면 실관에서 물의 속도는 실관의 량끝에 걸린 압력차에 비례한다.

$$v \sim (P_1 - P_2)$$

그리고 수직으로 세운 실관에서 물의 높이는 해당한 곳에서 물의 압력이 대기압보다 얼마나 더 높은가 하는것을 보여준다. 그림에서 점선으로 보여준 직선은 압력이 변하는 모양을 보여주고있다. 물이 흐르는 방향으로 가면서 압력이 작아지는것은 마찰때문이다. 실관의 경우에는 물과 관벽사이에도 마찰이 있고 물속에서도 속도가 서로 다른 층들사이에 마찰이 있다. 그것을 극복하기 위해서는 물이 흐르는 방향으로 물을 밀어주는 힘이 작용해야 하는데 압력차가 바로 그런 힘을 주는것이다.

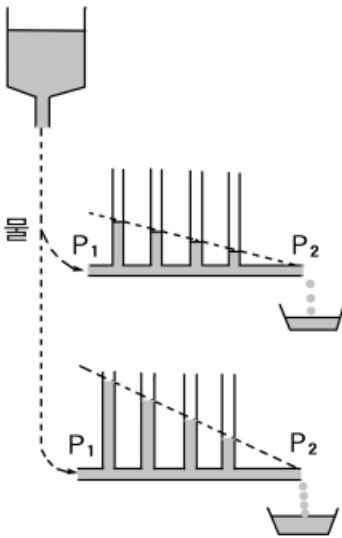



그림 15-7. 실관에서 물의 흐름

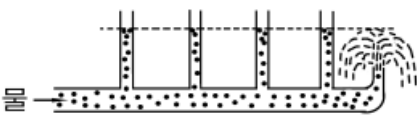
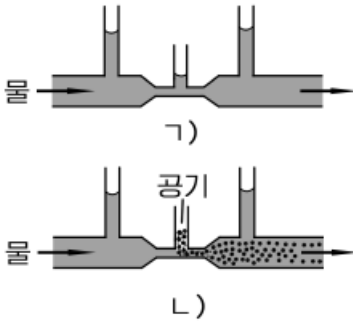



그림 15-8. 넓은 관에서의 층흐름

이번에는 다시 넓은 관에서 물이 흐를 때 압력이 어떻게 변하는가를

실험으로 알아보자. 그러기 위하여 관의 벽에 수직으로 좁은 관들을 세워놓고 거기서 물기둥의 높이를 보고 압력을 구한다.(그림 15-8)

그림 15-9. 속도와 압력의 관계

그림에는 관의 자름면이 어디서나 같은 경우를 보여주었다. 그림에서 보는것처럼 어디서나 물의 압력이 같다. 이것은 넓은 관에서는 마찰이 영향을 거의 주지 않는다는것을 보여준다.

이번에는 관의 자름면적이 서로 다른 경우에 물의 압력이 어떻게 변하는가를 보기 위하여 그림 15-9에 보여준것과 같은 실험을 하자. 그림에서 보는것처럼 관이 좁은 곳에서는 압력이 작다. 그런데 관이 좁은 곳에서는 물의 속도가 빠르므로 이것은 물의 속도가 빠른 곳에서는 물의 압력이 작다는것을 보여준다. 만일 이 결론이 옳다면 물의 속도가 매우 빠를 때에는 수직으로 세운 실관으로 물이 우로 올라가는것이 아니라 반대로 아래로 내려갈것이고 거기로 공기가 새여들어갈것이다. 실지로 이런 현상이 관측된다. 이것은 물의 속도가 매우 빠르면 물의 압력이 대기압보다도 낮게 된다는것을 보여준다.

제4절 왜 류체가 빨리 흐르는 곳일수록 압력이 작은가

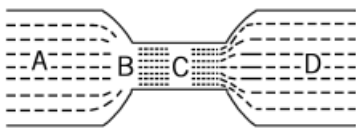
그림 15-10. 류체의 류선들

류체의 흐름속도가 빠른 곳에서는 류체의 압력이 작다는 결론을 뉴톤의 제2법칙으로 충분히 설명할수 있다.

그림 15-10에 넓은 관의 자름면적이 서로 다른 곳에서 물의 류선들을 보여주었다. 류선을 생각한다는것은 류체의 흐름을 층흐름으로 본다는것을 의미한다. 이제 관이 넓은 부분 A에서 자그마한 요소를 생각하자. 그것은 운동과정에 모양은 변할수 있지만 그것의 질량 m은 변하지 않는다. 이 요소가 B에 이르면 B에서의 속도는 A에서의 속도보다 크므로 B에서는 그 요소의 운동량이 더 크다. 그런데 질점의 운동량을 변화시키자면 그 질점에 힘을 주어야 한다. 따라서 질점(요소를 질점으로 본다.)에는 A쪽으로부터 B쪽으로 향하는 힘이 작용하여야 한다. 단위면적에 작용하는

힘을 특징짓는 량이 압력이므로 결국 A쪽에서의 압력이 B쪽에서의 압력보다 커야 한다. 그 압력차에 면적을 곱한것이 질점에 작용하는 힘들의 합력으로 되는것이다. 이것은 류체에서 속도가 빠른 곳에서는 속도가 더딘 곳에서보다 압력이 작아야 한다는것을 보여준다. 그리하여 그림 15－9에 보여준 실험결과를 정성적으로는 설명할수 있다. 여기서 다시한번 강조할것은 이 결과가 회리가 없는 층흐름에 대해서만 맞는다는것이다. 이 문제를 더 깊이 따져보자면 흐름에 대한 련속방정식을 알아야 한다.

제5절 흐름의 련속방정식

관속으로 액체나 기체가 흘러가는 경우는 흔히 볼수 있다.

관이 좁으면 마찰의 영향이 크지만 관이 충분히 넓으면 마찰과 그것때문에 생기는 점성을 무시할수 있다. 그리고 관에 수직인 방향에서 자름면을 생각하면 자름면의 모든 곳에서 류체의 속도가 같은것은 아니다. 관의 벽에 가까운 곳에서는 류체의 속도가 더디고 중심부분에서는 속도가 크다. 그러나 계산을 쉽게 하기 위하여 자름면의 모든 점에서 류체의 속도가 같다고 보겠다. 만일 관의 자름면의 면적이 큰 곳도 있고 작은 곳도 있다면 자름면적이 작은 곳에서는 류체의 속도가 빠를것이다. 액체의 경우에는 압력이 상당히 크게 변한다고 하여도 밀도의 변화는 무시할수 있다. 기체의 경우에는 압력이 크면 밀도가 커지지만 압력의 변화가 그다지 크지 않은 경우에는 밀도를 일정하다고 보아도 괜찮다.

이제 짧은 시간 t동안에 어떤 자름면을 지나가는 류체의 질량을 계산해보자. 자름면의 모든 곳에서 류체의 속도가 같다면 t시간동안에 모든 분자는 t만큼 옮겨갈것이다. 주목하는 자름면 S를 밑면으로 하고 높이가 t와 같은 기둥을 생각하면 그안에 있던 분자들은 t시간동안에 다 S를 지나갈것이고 그밖에 있는것은 하나도 S를 지나가지 못할것이다. 그러므로 t시간동안에 S를 지나가는 류체의 질량은 다음과 같다.

$$m=\rho S \upsilon t$$

류체의 흐름상태가 시간에 따라 변하지 않는다면 같은 t시간동안에 어느 자름면을 보아도 그것을 지나가는 류체의 질량은 같아야 한다.

자름면적이 각각 S_1, S_2인 두 자름면에서 류체의 속도가 각각 υ_1, υ_2과 같다면 다음과 같이 되여야 한다.

$$\rho S_1\upsilon_1 = \rho S_2\upsilon_2 t$$

여기서 류체의 밀도는 어디서나 같다고 보았다. 이로부터

$$S_1\upsilon_1 = S_2\upsilon_2$$

이라는것이 나온다. 이것은

$$S\upsilon = \text{일정}$$

이라고 쓸수 있는데 이것을 **흐름의 련속방정식**이라고 부른다. 만일 류체를 비압축성류체로 볼수 없는 경우에는 흐름의 련속방정식을

$$\rho\,\upsilon S = \text{일정}$$

이라고 써야 한다. 이것을 얻을 때 류체의 속도가 자름면의 모든 곳에서 같다고 보았는데 물론 실지는 그렇지 않다. 그러므로 ν의 값으로서는 자름면에 대하여 평균한 속도값을 넣어야 한다. 흐름의 련속방정식은 류체의 흐름이 시간에 따라 변하지 않으며 회리가 없는 층흐름인 경우에 적용된다.

제6절 베르누이정리

베르누이정리는 스위스수학자이며 물리학자인 다니엘 베르누이(1700년—1782년)가 처음으로 내놓은것이다. 그는 1725년—1733년에 로씨야의 뻬쩨르부르그에서 일하였는데 그때부터 《류체력학》이라는 책을 쓰기 시작하였다. 그것은 1738년에 스뜨라스부르그에서 출판되였다. 이 책에서 그는 베르누이정리를 증명하였다. 이 책은 류체력학의 발전에 큰 기여를 하였다.

베르누이정리는 류체가 운동할 때 속도와 압력사이에 존재하는 관계를 밝혀주는 정리이다. 그것은 본질에 있어서 류체의 운동에 대한 에네르기보존법칙이다. 베르누이정리는 류체의 운동에서 나타나는 여러가지 현상들을 설명할수 있게 하는것으로서 매우 중요한것이다. 이 절에서 베르누이정리를 증명하겠다.

먼저 베르누이정리가 류체의 어떤 운동에 대하여 적용되는가 하는것을 알아야 한다. 그것은 **류체의 운동에서 력학적에네르기가 보존되는 경우에 적용되는 정리**이므로 무엇보다먼저 류체의 운동에 미치는 여러가지 마찰의 영향을 무시할수 있을 때에만 적용될수 있다. 류체의 운동에서 마찰은 고체와의 경계에서 나타나며 속도가 서로 다른 층들사이에서도 나타난다. 고체벽과의 마찰을 무시하여도 되는것은 류체가 흐르는 관의 자름면의 면적이 충분히 큰 경우이다. 그리고 서로 다른 류선들사이의 속도차가 그다지 크지 말아야 내부마찰을 무시할수 있다. 류선이란 쉽게 말하면 류체의 한개 분자가 지나가는 곡선이다. 그러므로 가까이에서 흐르는 두 류선에서 류체의 속도가 지나치게 큰 차이를 가지지 않아야 베르누이정리를 적용할수 있다. 그리고 류체의 흐름이 막흐름이 아니고 층흐름이라야 하며 흐름상태가 시간에 따라 변하지 말아야 한다. 이런 조건들을 만족시키자면 흐름속도가 지나치게 빠르지 말

아야 한다. 적용조건에 대해서는 이런 정도로 이야기하고 먼저 류관에 대한 개념을 설명하겠다.

시간에 따라 흐름상태가 변하지 않는 흐름을 정상흐름이라고 부른다. 정상흐름인 경우에는 류체의 매 점을 지나가는 류선을 생각할수 있다.

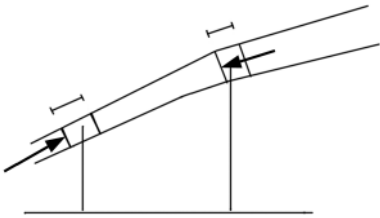



그림 15−11. 류관의 모양

이제 류체안에 류선에 수직으로 놓이는 닫긴고리를 생각하자. 닫긴고리가 류선에 정확히 수직이 되지 않아도 일없다. 류체가 흐르는 과정에 닫긴곡선은 계속 닫긴곡선으로 남아있는다. 그러므로 류체의 흐름을 따라가면서 보면 닫긴곡선들로 이루어진 어떤 관을 생각할수 있다. 바로 이런 관을 **류관(흐름관)**이라고 부른다. 그림 15−11에 한개 류관을 보여주었다. 이 류관안으로 흐르는 류체에 대하여 력학적에네르기보존의 법칙을 적용해보자. 여기서 력학적에네르기가 보존된다는것은 바깥에서 수행한 일만큼 류체의 에네르기가 늘어난다는것을 의미한다. 그림에 있는 AB부분에 대하여 그것의 바깥부분이 수행하는 일을 구해보자. 자름면적이 S_1인 A에서는 류체가 흐르는 방향으로 P_1와 같은 압력이 작용하고 자름면적이 S_2인 B에서는 류체가 흐르는것과 반대방향으로 P_2과 같은 압력이 작용한다. A에서는 t시간동안에 $\upsilon_1 t$만한 거리를 옮겨가고 B에서는 $\upsilon_2 t$만한 거리를 옮겨간다. 외부압력이 수행하는 일은 A에서는 $P_1 S_1 \upsilon_1 t$이고 B에서는 $-P_2 S_2 \upsilon_2 t$이며 바깥부분이 AB에 대하여 하는 전체 일은

$$A = P_1 S_1 \upsilon_1 t - P_2 S_2 \upsilon_2 t$$

와 같다. 이것이 AB부분에 있던 류체의 에네르기가 늘어난 몫과 같아야 한다는것이 에네르기보존법칙의 내용이다. 그러므로 AB부분을 차지하고있던 류체의 에네르기가 얼마나 늘어났는가를 따져보아야 한다.

류체의 에네르기는 운동에네르기와 중력자리에네르기의 합과 같다. t시간동안에 A는 A′로 넘어가고 B는 B′로 넘어간다. 따라서 A′B′안에 있는 류체의 에네르기에서 AB안에 있는 류체의 에네르기를 덜면 그것이 곧 에네르기가 늘어난 몫이다. A′B′와 AB를 비교하면 BB′만큼 보태지고 AA′만큼 줄어들었다고 말할수 있다. 그러므로 BB′에 있는 류체의 에네르기에서 AA′에 있는 류체의 에네르기를 덜면 그것이 곧 t시간동안에 에네르기가 늘어난 몫으로 된다.

BB′의 에네르기는 다음과 같다. 이 부분의 질량을 m_2이라고 하면 $m_2 = \rho S_2 \upsilon_2 t$이다. 이것이 가지는 운동에네르기는 $\frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2$이고 자리에네르기는 $m_2 g h_2$이다. 여기서 h_2은 어떤 기준수평면으로부터 잰 높이이다. AA′의 에네르기도 같은 방법으로 구할수 있으며 결국 t시간동

안에 AB부분의 에네르기가 늘어난 값은 다음과 같이 된다.

$$\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2+m_2gh_2-\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2-m_1gh_1$$

이것이 A와 같아야 하므로

$$\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2+m_2gh_2-\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2-m_1gh_1=(P_1S_1\upsilon_1-P_2S_2\upsilon_2)t$$

이라야 한다. 질량이 보존되므로 $m_1=m_2$이며 $m_1=\rho S_1\upsilon_1 t$ 라는것과 련속방정식에 의하여 $S_1\upsilon_1=S_2\upsilon_2$이라는것을 고려하면

$$\frac{1}{2}\rho\upsilon_2{}^2+\rho gh_2-\left(\frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2+\rho gh_1\right)=P_1-P_2$$

이라는것을 얻는다. 이것을 다음과 같이 쓰자.

$$P_2+\frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2+\rho gh_2=P_1+\frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2+\rho gh_1$$

이것은 주어진 흐름관에서는

$$P+\frac{1}{2}\rho\upsilon^2+\rho gh=\text{일정} \qquad (6.1)$$

이라는것을 보여준다. 즉 주어진 흐름관에 대해서는 어디서나

$$P+\frac{1}{2}\rho\upsilon^2+\rho gh$$

의 값이 같다는 결론이 나온다. 그런데 흐름관을 아무렇게나 취하면 흐름관의 어디서나 v가 같다고 말할수 없고 또 h도 같다고 볼수 없다. 그러나 흐름관의 크기는 마음대로 취할수 있으므로 (6.1)식은 실지는 매개 흐름선에 대하여 적용할수 있다. 그러므로 우리는 다음과 같이 말할수 있다. **류체의 흐름이 회리가 없는 정상흐름이고 층흐름인 경우에는 매개 류선에 대하여** $P+\frac{1}{2}\rho\upsilon^2+\rho gh$ **의 값이 일정하다.** 즉 류선을 따라가면서 보면 그 값이 변하지 않는다. 이것을 **베르누이정리**라고 부른다.

만일 류체가 수평으로 놓여있는 관을 따라 흐르고있고 매개 류선이 수평으로 놓여있다면 흐름선의 어디서나 h의 값이 일정하므로 베르누이정리는 매개 흐름선에서 $P+\frac{1}{2}\rho\upsilon^2$의 값이 일정하다는것을 말해준다.

P를 정압, $\frac{1}{2}\rho\upsilon^2$ 을 동압, ρgh를 자리압이라고 부른다.

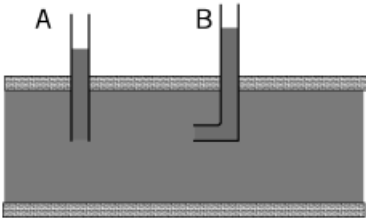
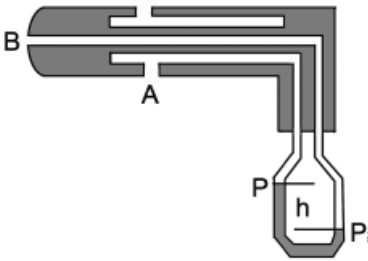



그림 15-12. 정압과 전압의 측정방법

정압과 동압의 합을 전압이라고 부른다. ρ는 류체의 밀도로서 단위체적의 질량이라고 볼수 있다. 따라서 동압은 류체의 단위체적이 가지는 운동에네르기를 표시하며 자리압은 단위체적의 자리에네르기를 표시한다. 압력 P도 역시 단위체적의 그 어떤 에네르기를 표시한다고 볼수 있다.

그러면 정압과 전압을 실험에서 잴수 있는가? 잴수 있다. 그림 15-12에 그것들을 재는 방법의 원리를 보여주었다. A, B는 량끝이 열려있는 유리관들이다.

그림 15-13. 삐또관

A는 흐름방향에 수직으로 꽂으며 B의 아래쪽 끝의 높이는 A의 아래쪽 끝의 높이와 같지만 B의 아래부분은 기본부분에 수직이면서 류체가 흐르는 방향으로 향하게 꽂아놓는다. 관속으로 물이 흐르면 A와 B에서는 일정한 높이까지 물이 올라간다.

이때 A에서의 물기둥의 높이는 A의 아래끝점에서의 정압이 대기압보다 얼마나 더 높은가 하는것을 보여준다. 이와 달리 B의 끝점으로는 물이 흘러들어온다. 물기둥의 높이가 전압과 같을 때 더 올라가지 않고 멎는다. 전압과 정압의 차는 동압과 같으며 동압을 알면 물의 속도를 구할수 있다. B의 아래끝부분에서는 물의 속도가 령이므로 B에서 재는것도 사실은 정압이지만 전체적인 흐름에 대해서는 그것이 정압과 동압의 합인 전압과 같다. 이 원리를 리용하면 비행체의 속도를 직접 비행체에서 측정할수 있다. 그림 15-13에 이러한 목적에 리용되는 삐또관을 보여주었다.

여기서 B는 비행체가 날아가는 방향으로 향하고 A는 거기에 수직인 방향으로 향한다. 그리하여 A에는 정압이 작용하고 B에는 전압이 작용한다. 검게 칠한것은 수은기둥이다. 비행체가 밀도가 ρ인 류체속에서 v의 속도로 운동한다면

$$\frac{1}{2}\rho\upsilon^2 = P_{전} - P = \rho_{수} gh$$

이며 이로부터 υ는 다음과 같다.

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2\rho_{수}}{\rho} gh} \tag{6.2}$$

여기서 $\rho_{수}$는 수은의 밀도이다.

만일 비행기의 속도가 $\upsilon = 1$㎞/s이면 h가 얼마이겠는가를 계산해보자. $\rho_{수} = 13.6 \times 10^3$kg/㎥, $\rho = 1.29$kg/㎥라는것을 고려하면 h는 다음과 같다.

$$h = \frac{\rho v^2}{2\rho_{수} g} = \frac{1.29 \times 10^6}{2 \times 13.6 \times 10^3 \times 9.8} = 4.85\ (\mathrm{m})$$

이것은 매우 큰 값이다. 그러므로 매우 높은 속도로 날아가는 물체의 속도는 이런 방법으로 재기 어렵다는 결론이 나온다.

제7절 베르누이효과의 실례

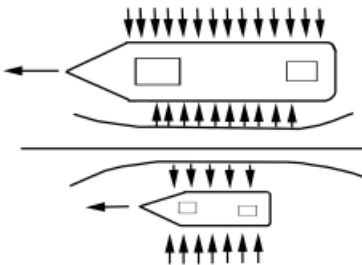



그림 15－14. 두 배가 나란히 갈 때 바깔압력이 더 크다.

오래전에 바다에서 두 배가 충돌하는 사고가 일어난 일이 있었다. 큰 기선이 바다에서 항행하고있었는데 그 배로부터 100m쯤 떨어진 곳에서 작은 배가 큰 기선과 나란히 지나가는 순간에 갑자기 작은 배가 큰 기선쪽으로 배머리를 돌리더니 큰 기선을 향하여 사정없이 달려들었다.

작은 배는 기선의 옆구리를 들이받아서 거기에 큰 구멍을 내고말았다. 후에 그 원인을 알게 되였는데 그것은 바로 베르누이효과가 나타났기때문이였다. 그림 15－14에 두 배가 가까이에서 같은 방향으로 달릴 때 배근방에서의 압력분포를 보여주었다.

압력의 크기를 화살로 표시하였는데 화살의 수가 많은 곳이 압력이 높은 곳이다. 그림에서 알수 있는것처럼 두 배의 사이에서 바다물의 속도는 바깥에서보다 크다. 그러므로 두 배의 사이에서는 바깥에서보다 압력이 작다. 그리하여 두 배를 접근시키는 방향의 힘이 작용하게 된다. 큰 기선에는 그 힘이 그다지 큰 영향을 주지 않지만 작은 배에는 그 힘이 상당히 큰 영향을 준다. 그리하여 이 힘에 의하여 작은 배는 큰 기선쪽으로 끌리워가게 된것이다. 지금은 이것을 알고있기때문에 같은 방향으로 항행하는 배들이 가까이 다가가지 않도록 주의한다. 여울목에 빠지면 빠져나오기 어려운것도 같은 원인으로 설명된다. 여울목

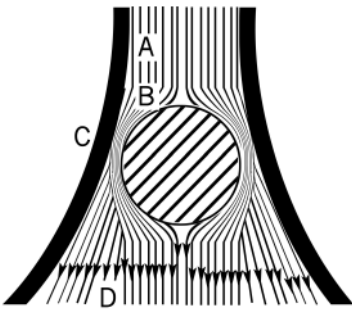
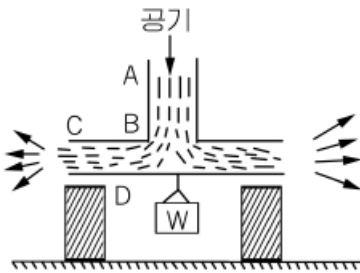



그림 15－15. 공기의 흐름을 맞받아 공이 우로 올라간다.

에서는 물살이 빠른쪽에서의 압력이 물살이 더딘쪽에서의 압력보다 작으므로 사람이 여울목에 빠지면 물살이 빠른쪽으로 사람을 떠미는 힘이 작용한다. 그러므로 일단 여울목에 말려들어가면 헤엄을 잘 치는 사람도 빠져나오기 어렵다.

이제는 그림 15－1에 보여준 현상을 설명할수 있다. 그림 15－15에 그것을 설명하기 위하여 공가까이에서 공기의 흐름을 보여주었다. 공기를 우에서 내리불면 공이 공기가 흐르는 방향으로 움직일것 같은데 생각과 반대로 공은 공기의 흐름을 《맞받아나가면서》 우로 올리뜨는것을 볼수 있다.

그림 15－16. 공기의 흐름이 짐을 끌어올린다.

물론 얼핏 보면 이것은 신기한 일로 보이지만 베르누이정리를 적용해보면 그것을 쉽게 설명할수 있다. 사실 C에서는 공기의 흐름속도가 D에서보다 훨씬 빠르며 따라서 C보다 D에서 공에 작용하는 힘이 훨씬 더 크다. 그리하여 공기의 흐름은 공을 우로 뜨게 하는데 그것이 공의 무게보다 더 크면 공은 우로 뜨게 되는것이다.

그림 15－2에 보여준 현상도 설명할수 있다. 그림에서 보는것처럼 경사지게 세운 구멍으로 공기를 높은 속도로 내보내면 공은 아래로 떨어지는것이 아니라 일정한 높이에 떠있는다. 이 경우에는 공의 웃부분에서 공기의 흐름속도가 아래부분에서의 속도보다 크며 그 결과에 공을 우로 올리미는 힘이 나타난다. 그것이 공의 무게와 비기는 자리에 공이 떠있게 된다.

다음과 같은 간단한 실험을 할수 있다. 두개 종이장을 가까이 겹쳐놓은 다음 그사이에 입을 대고 불어본다. 그러면 종이장들이 서로 벌어져야 할것 같은데 반대로 서로 다가간다. 이것도 역시 베르누이효과에 의하여 설명된다. 이 실험을 약간 변경하여 그림 15－16에 보여준것과 같은 실험을 할수 있다. 여기서 짐 W가 아래판대기에 붙어있고 우에 있는 구멍으로 공기를 빠른 속도로 내보내면 짐이 붙어있는 판대기는 우로 올리뜬다. 이 판대기 D가 가볍고 옆으로 미끄러지지 않는다면 그것은 C근방에서 오르내리면서 떠는데 이때 아츠러운 소리가 난다. 그것은 공기가 C와 D사이의 좁은 구멍을 빠져나갈 때 내는 소리이다. 풀피리가 소리를 내는것도 이와 같은 원인에 의한것이며 사람의 성대에서 소리가 나는것도 그 원리는 이와 비슷하다.

밑으로 깎아친 탁구공이 우로 올리뜨면서 날아간다는것을 베르누이원리를 써서 어떻게 설명하는가를 보자. 그러기 위하여 탁구공과 같은 속도로 운동하는 관측자의 견지에서 탁구공가까이에서의 공기의 흐름을 보면 그것은 그림 15－17과 같이 된다. 그림에서 공이 날아가는 방향은 왼쪽방향이다. 이때 공과 같은 속도로 움직이는 관측자가 볼 때에는 공은 멎어있고 공기의 흐름은 오른쪽으로 향할것이며 공우에서는 속도가 빠르고 공아래에서는 속도가 더딜것이다. 탁구공은 밑으로 깎아쳤으므로 그것의 회전방향은 그림에 있는것과 같다. 즉 아래쪽에서는 공이 날아가는 방향으로 돌고 웃쪽에서는 반대쪽으로 돈다. 이때 공에 작용하는 공기의 힘은 우로 향하며 따라서 탁구공은 포물선이 아니라 그것보다 천천히 떨어지는 곡선을 그리면서 날아간다. 탁구공을 우로 걸어치는 경우에도 같은 방법으로 따져볼수 있다.

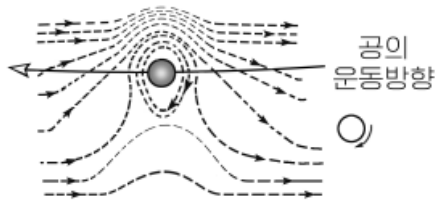



그림 15－17. 회전하는 탁구공 가까이에서의 공기의 흐름

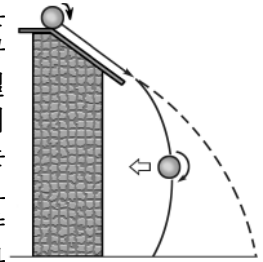



그림 15－18. 마그누스효과의 연시

구석뽈이 직접 상대방의 꼴문으로 날아들어가는 경우에는 축구공이 수직축주위로 세게 돌면서 날아가게 찬다. 그러면 공의 자리길이 옆으로 기울어지면서 꼴문에 직접 들어갈수 있다. 이런 현상들을 마그누스효과라고 부른다. 마그누스효과를 보여주는 실례를 더 들어보자. 그림 15－18에 마그누스효과를 보여주는 간단한 연시실험을 보여주었다.

종이원통을 책상우에서 굴러내려오게 하면 그것은 그림에서 점선으로 표시한 포물선을 따라 내려오는것이 아니라 책상면쪽으로 끌리워들어가면서 내려온다. 이것은 탁구공을 깎아치거나 구석뽈을 돌려서 차는 경우와 비슷하다.

이번에는 종이원통을 반대쪽으로 돌면서 날아가다가 책상으로부터 떨어져나가게 하여보자. 이때 종이원통은 그림 15－19에 보여준것처럼 처음에는 우로 날아올라가다가 고리를 그린 다음 아래로 떨어진다. 그림 15－18에 보여준것은 탁구공을 우로 걸어친 경우와 비슷하고 그림 15－19에 보여준것은 탁구공을 밑으로 깎아친 경우와 비슷하다는것을 쉽게 알수 있다.

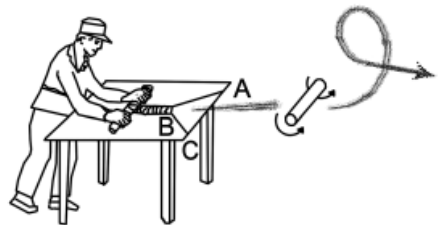



그림 15－19. 종이원통이 우로 날아올라가다가 떨어진다.

이제는 왜 비행기가 우로 날아오를수 있는가 하는것을 리해할수 있을것이다. 명백한것은 비행기가 우로 올리뜨자면 비행기를 우로 올리미는 힘이 작용해야 한다는것이다. 비행기는 활주로에서 높은 속도로 나가다가 우로 올리뜬다. 그러므로 비행기가 우로 올리뜨는 힘을 받자면 무엇보다도 비행기의 속도가 충분히 커야 한다는것을 알수 있다. 다음으로 비행기의 날개가 어떤 모양으로 되여있는가 그리고 날개가 비행기의 운동방향과 어떤 각을 이루고있는가 하는것이 매우 중요하다.

이 문제를 리해하기 위하여 먼저 어린이들이 띄우는 연에 대하여 생각해보는것이 좋을것이다. 바람이 불 때에는 바람을 맞받아나가는 방향으로 연을 띄운다. 만일 바람이 없는 날에는 연줄을 쥐고 달림으로써 연에 바람이 작용하게 한다. 그리고 연을 띄울 때에는 반드시 수평면과 일정한 각을 가지게 해야 한다.

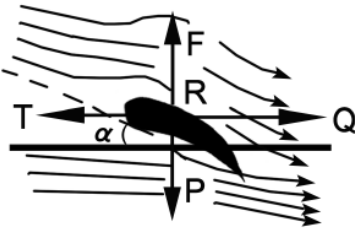



그림 15-20. 비행기날개에 작용하는 힘들

비행기날개에 우로 향하는 힘이 작용하는것도 이와 비슷하다. 그것을 양력(올림힘)이라고 부른다.

그림 15-20에 비행기날개에 작용하는 여러가지 힘들을 보여주었다. 여기서 F가 양력인데 그것이 날개를 우로 올리뜨게 하는것이다. P는 비행기의 무게를 의미하는데 물론 그것은 비행기의 전체 무게이다. T는 비행기의 발동기가 내는 견인력이고 Q는 비행기에 작용하는 공기의 저항힘이다. 이 힘들의 합력이 령이면 비행기는 일정한 속도로 날아가게 된다.

비행기날개를 자름면으로 보면 날개아래와 날개우의 모양이 같지 않다는것을 알수 있다. 날개아래는 평면에 가깝지만 날개우는 곡선으로 되여있다. 총체적으로 보면 날개의 모양은 공기가 잘 흐르도록 류선형에 가까운 모양으로 되여있다. 날개우로 지나가자면 날개아래를 지나갈 때보다 더 긴 거리를 지나가야 하는데 같은 시간동안에 지나가야 한다. 그러므로 날개웃부분에서 공기의 속도는 날개아래부분에서의 속도보다 빠르다. 베르누이정리에 의하여 날개아래에서의 압력이 날개우에서의 압력보다 크며 따라서 날개를 우로 올리미는 힘이 아래로 내리미는 힘보다 크다. 이 차이를 더 크게 하기 위하여 날개가 비행기가 날아가는 방향과 일정한 각을 이루게 한다. 그것을 영각(마중각)이라고 부른다.

문제와 풀이

1. 내경이 1㎝인 관에서 나오는 물의 속도가 4㎝/s이다. 이 관에 내경이 2㎝인 관을 이으면 그 관에서 물의 속도는 얼마인가?

풀이. 흐름의 련속방정식으로부터

$$S_2\upsilon_2 = S_1\upsilon_1, \quad \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{S_1}{S_2}$$

로 된다. 자름면의 면적은 내경의 두제곱에 비례하므로

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

이다. 따라서 $v_2 = \frac{1}{4}v_1 = 1$ ㎝/s.

답. 1㎝/s

2. 그림 15－21에 액체의 류선들을 그렸다. 액체는 어디에서 빠르고 어디에서 뜬가?

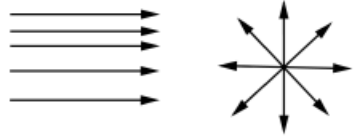



그림 15－21. 액체의 류선들

풀이. 류선은 속도가 빠른 곳에서는 더 많이 그리고 속도가 더딘 곳에서는 성기게 그린다. 그러므로 첫 그림에서는 웃부분에서 속도가 빠르고 아래부분에서는 속도가 뜨다. 둘째 그림에서는 샘으로부터 흘러나가는것을 보여주었는데 샘에 가까운 곳에서는 속도가 빠르고 샘으로부터 멀어지는데 따라 속도가 더디여진다.

3. 1 000t의 물을 수도관으로 나르기 위하여 50㎾짜리 압축기를 10min동안 돌렸다. 얼마만한 압력차로 날랐겠는가?

풀이. 수도관의 자름면적을 S라고 하고 물이 지나간 거리를 ℓ이라고 하면 물에 작용하는 힘은 △P·S이고 그런 힘으로 ℓ의 거리를 이동시켰으므로 압축기가 한 일은 △P·S·ℓ과 같다. 한편 $A = Nt = 5\times10^4 \times 600\text{J} = 3\times10^7\text{J}$이다. Sℓ은 1 000t의 물의 체적 V와 같은데 그것은 10^3㎥이다. 그러므로 △P는 다음과 같다.

$$\Delta P = \frac{Á}{V} = 3\times10^4 \text{ Pa}$$

답. 3×10^4 Pa

4. 깊은 바다속에서 사는 물고기를 바다밖으로 내오면 어떻게 되겠는가?

풀이. 깊은 바다속에서는 높은 압력이 작용하므로 거기에 견디자면 물고기의 혈압은 매우 높아야 한다. 그런 물고기를 바다밖으로 내오면 대기압과 같은 압력을 받게 되므로 혈관이 터지고 부레가 입밖으로 나오게 되여 물고기는 죽어버린다.

5. 어느 한 건물에서 수도의 물압력이 1층에서 2×10^5 Pa이라면 물은 얼마만한 높이까지 올라갈수 있겠는가?

풀이. 올라간 물기둥이 내리누르는 압력이 2×10^5 Pa과 같은 높이까지

올라갈수 있다. 물기둥의 높이를 h, 물의 밀도를 ρ라고 하면

$$P = \rho gh, \quad h = \frac{P}{\rho g} = \frac{2\times10^5}{10^3\times9.8} = 20.4\,(m)$$

답. 약 20m

6. 살림집의 아래층에서 수도물의 압력이 3.92×10^5Pa이라면 그로부터 25m되는 제일 높은 웃층에서는 압력이 얼마나 되겠는가?

풀이. 아래층과 제일 웃층에서의 압력을 각각 P_1, P_2이라고 하면 $P_2 - P_1 = \rho gh$이며 이로부터 P_1는 $P_1 = P_2 - \rho gh = 1.47\times10^5$Pa

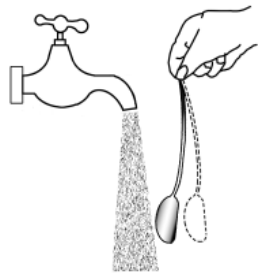
답. 1.47×10^5Pa

7. U자관의 량쪽 끝에 서로 섞이지 않는 두 액체를 넣었다. 두 액체의 경계면으로부터 오른쪽 가지의 높이를 h_1, 왼쪽 가지의 높이를 h_2, 두 액체의 밀도를 각각 ρ_1, ρ_2이라고 하면 밀도들사이에 어떤 관계가 있는가?

풀이. 두 액체기둥이 내리누르는 압력과 대기압의 차를 각각 P_1, P_2이라고 하면 $P_1 = \rho_1 h_1 g$, $P_2 = \rho_2 h_2 g$이며 $\rho_1/\rho_2 = h_2/h_1$이다.

답. $\rho_1/\rho_2 = h_2/h_1$

8. 숟가락의 손잡이를 가볍게 잡고 숟가락등을 수도에서 나오는 물줄기가까이에 가져다대면 숟가락은 물흐름에 끌려들어 잘 떨어지지 않는다.(그림 15－22) 그 리유는 무엇인가?

그림 15－22. 숟가락이 물흐름에 끌리운다.

풀이. 물줄기가까이에 있는 공기는 물줄기에 끌리우므로 일정한 속도를 가진다. 그러므로 물줄기가까이에서는 공기의 압력이 대기압보다 낮다. 결과 숟가락은 물줄기에 끌리우게 된다.

9. 나란히 놓여있는 두 초불사이로 빠른 공기흐름이 지나가게 하면 어떤 현상이 나타나겠는가?

풀이. 빠른 공기흐름이 지나가는 곳에서는 압력이 낮으므로 초불이 그쪽으로 쏠린다.

10. 수평으로 놓인 관속으로 물이 흐르고있다. 내경이 5㎝인 자름면에서 물의 속도가 20㎝/s이고 압력은 202 600Pa이다. 관의 내경이 2㎝인 자름면에서의 압력은 얼마이겠는가?

풀이. $\upsilon_1 = 0.2$m/s, $P_1 = 202\,600$Pa이라고 하자. $S_2\upsilon_2 = S_1\upsilon_1$로부터

$$\upsilon_2 = \frac{S_1}{S_2}\upsilon_1 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times 0.2 = 1.25\,(m/s)$$

이다. P_2은 다음과 같이 구할수 있다.

$$P_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2$$

이로부터 P_2=201 838.75㎩이다.

답. 약 201 839㎩

11. 가마안에 뜨거운 물과 10㎫의 수증기가 꽉 차있다. 가마밑으로 수평으로 빼낸 관이 갑자기 열리면 물이 어떤 속도로 흘러나오겠는가? 관우의 높이는 고려하지 않는다.

풀이. 가마안에서의 압력은 $P_1=10^7$㎩이고 바깥에서의 압력은 $P_2=10^5$㎩이다. 따라서

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho\upsilon^2$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2\times 99\times 10^5}{10^3}} = 140.7\,(\text{m/s})$$

답. 140.7m/s

12. 얇은 종이장들이 쌓여있을 때 그것들을 하나씩 떼여내려면 맨 우에 있는 종이장에 대고 옆으로 입김을 불면 된다. 이것을 베르누이정리를 써서 설명하여라.

풀이. 맨 우에 있는 종이장에 대고 옆으로 입김을 불면 종이장우에서는 공기의 흐름이 생기므로 거기서 공기의 압력은 대기압보다 낮다. 한편 종이장밑에서 공기의 압력은 대기압과 같다. 그리하여 종이장은 약간 우로 들리우며 입김에 의하여 옆으로 밀려난다.

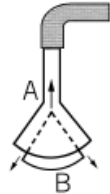



그림 15－23. 종이고깔이 깔때기에 끌리운다.

13. 그림 15－23과 같이 깔때기 A안에 종이로 만든 고깔 B를 놓고 깔때기로 공기를 세게 내보내면 고깔이 아래로 떨어지지 않고 깔때기에 끌리워서 우로 올라간다. 왜 그런가?

풀이. 이것은 베르누이정리로 설명할수 있다. 깔때기와 고깔사이에서 공기의 흐름속도는 고깔밑에서보다 크므로 고깔을 우로 올리미는 힘이 작용한다. 이 힘에 의하여 종이고깔은 우로 올라간다.

14. 드림선우로 움직이는 공기흐름을 리용하여 탁구공을 허공에 띄워놓았다. 탁구공을 약간 옆으로 밀어주면 공이 어떻게 되겠는가?

풀이. 탁구공아래에서 공기의 흐름속도는 탁구공우에서의 흐름속도보다 빠르다. 그러므로 탁구공은 허공에 떠있게 된다. 탁구공을 옆으로 약간 밀어주어도 역시 탁구공은 공기흐름속에 떠있는다.

15. 탁구공에서는 마그누스효과가 잘 나타나지만 철구에서는 거의 나타나지 않는다. 그 원인은 무엇인가?

풀이. 마그누스효과는 공기의 흐름속도가 물체의 서로 다른 곳에서 다르기때문에 나타나는 현상이다. 이때 나타나는 압력차에 의하여 물체에서 공기의 속도가 더딘 곳으로부터 속도가 빠른 곳으로 물체를 떠미는 힘이 작용한다. 그런데 이 힘은 크지 않다. 그러므로 그것이 물체의

무게보다 훨씬 작으면 마그누스효과는 거의 나타나지 않는다.

16. 그림 15－24와 같은 장치에서 종이원통을 감은 실을 잡아채면 어떤 현상이 일어나는가? 실험하여 보아라. 어떤 경우에 효과가 더 잘 나타나겠는가?

그림 15－24. 종이원통의 운동

풀이. 실이 종이원통의 밑부분에 매여져있으므로 종이원통은 아래에서는 잡아당기는 방향으로 돌아가고 우에서는 그와 반대방향으로 돌아가면서 잡아채는 방향으로 끌려온다. 이때 아래부분의 속도가 웃부분의 속도보다 더 크며 따라서 웃부분에서 압력이 더 크다. 그러므로 종이원통은 책상면에서 떨어지지 않으면서 끌려간다. 이 현상은 잡아채는 속도가 클수록 더 잘 나타난다.

17. 물통안에 물이 차있고 물통옆구리에 작은 구멍이 나있다. 구멍으로부터 물의 웃면까지의 높이는 h이다. 그리고 물통은 충분히 크다. 만일 구멍을 열어놓으면 물이 뿜어져나올것이다. 물의 처음속도를 구하여라.

풀이. 이 문제는 베르누이정리를 써서 풀수 있다. 베르누이정리는 한개 류선에 대하여 적용할수 있는 정리이다. 구멍으로 나오는 물은 물통안에서는 그 속도를 무시할수 있다. 구멍이 있는 곳에서 물의 압력은 대기압보다 ρgh만큼 더 크므로 $\rho gh=\frac{1}{2}\rho\upsilon^2$, $\upsilon=\sqrt{2gh}$로 된다.

이것은 h의 높이에서 처음속도가 없이 자유락하할 때의 속도와 같다. 수력발전소의 타빈은 바로 이러한 속도를 가지는 물에 의하여 돌아간다.

학생과학문고
재미나는 물리학습 (1)

집 필 교수, 박사 최순철, 리명훈
심 사 박사, 부교수 리종호, 김광일
편 집 김혜선 장 정 손명희
콤퓨터편성 장 미 교 정 박경옥

낸 곳 금 성 청 년 출 판 사
인쇄소 평 양 종 합 인 쇄 공 장
인 쇄 주체100(2011)년 4월 5일
발 행 주체100(2011)년 4월 10일

ㄱ－1757ㄴ 값 원